論文 CONTRIBUTED PAPERS

宇宙用深溝玉軸受内の接触熱抵抗に関する理論的検討^{*1} Theoretical Study on the Thermal Contact Resistance of a Space-Use Deep Groove Ball Bearing

中 島 克 彦^{*2}
Katsuhiko NAKAJIMA

Key Words: Thermal Contact Resistance, Ball Bearing, Space Engineering

Abstract

The thermal contact resistance between the balls and the inner and outer rings of a space-use deep groove ball bearing is analyzed assuming that heat transfer between smooth contacting elements occurs through the elastic contact areas. It is also assumed that the stationary bearing sustains axial and/or radial loads under steady-state temperature condition. The shapes and sizes of the contact areas are calculated using the Hertzian theory. The thermal analysis is based on an isolated isothermal elliptic contact area supplying heat to an insulated half-space. The formulation of the resistance is given as a function of a geometric factor of the contact area and the thermal conductivity of the bearing. In particular, an expression for the axial load is derived with careful consideration of changes in contact angle induced by elastic deformation at the contact area.

1. ま え が き

通信衛星に搭載されるアンテナは大形化の傾向にあり、打ち上げ時には折り畳み、軌道上で所要の形状に展開する構造様式がとられるようになってきた。展開形式のアンテナの内でも特にマルチビームアンテナでは、ビーム指向精度に対する要求が厳しい^{1,2)}。このため静止軌道上でも展開機構の熱変形によって生じるアンテナ鏡面位置誤差を小さく抑える必要があり、使用される軸受全体の温度および内外輪間の温度差を一

定の範囲内に維持しなければならない^{3,4)}。

宇宙用軸受の熱制御は一般に、多層断熱材による外部との放射熱交換の抑止と、電気的ヒータによる補助的加熱で達成する。このとき軸受内外輪間の温度差に関係するラジアル方向の熱伝達としては、構成要素である内輪や外輪および転動体内の伝導、転動体と内外輪との接触部を通しての伝導、構成要素間の放射、内輪とシャフトおよび外輪とハウジングとのはめ合い接触部における伝導を考慮しなければならない。これらの熱伝達に対する熱抵抗の概略値を、本研究の計算例で対象とする深溝玉軸受 JIS 63/22 を適用しているアンテナの熱平衡試験結果⁵⁾を基に比較すると、構成要素自体は全体で約 2 K/W、内輪とシャフトおよび外輪とハウジングとのはめ合い接触部は両者の和が約 2.2 K/W、転動体と内外輪との接触に依存する部分は固体潤滑剤である二硫化モリブデンの被膜抵抗 0.3 K/W 以下を含め約 35 K/W と最も大きく、内外輪間の放射熱抵抗は無視できる程度であった。この内、構成要素内の伝導や要素間の放射に対する熱抵抗は各々の構成要素の寸法、熱伝導率、表面の熱光学特性値および温度条件を用いて節点法などの熱解析でも求められる値である。しかしながら、接触に関係する熱抵抗については、その計算法が明確になっているとはいえない。このため上記の具体例でもわかるように、特に熱制御への影響が大きい転動体と内外輪の接触熱抵抗については、設計段階で妥当な熱抵抗値を設定することは難しいのが実情である。

二つの物体間の接触熱抵抗については、例えば Yavanovich^{6,7)}や Schneider⁸⁾は円形、円環あるいは矩形等の接触領域を等温とみなした Dirichlet 型の問

^{*1} 平成 3 年 10 月 30 日、第 35 回宇宙科学技術連合講演会にて一部講演。平成 3 年 11 月 2 日原稿受理

^{*2} NTT 無線システム研究所

題として扱うことにより定式化を行っている。

一方、接触熱抵抗を求めるためには接触領域の大きさを決定しなければならないが、それには Hertz の接触理論が適用できる。接触熱抵抗を Hertz の理論による接触領域との関連で論じた研究は Clausing と Chao の論文⁹⁾の他にも文献 10) や 11) で紹介されているように多数あるが、深溝玉軸受における接触熱抵抗の決定を目的とした論文は少なく、筆者の知る限りでは Yavanovich の研究¹²⁻¹⁴⁾があるだけである。それらにおいて彼は、アキシアル荷重が働く場合の熱抵抗が接触領域の大きさに依存することを示しているが、接触部の変形による接触角の変化や他の荷重形態に関する検討は行っていない。

本研究は、軸受全体の温度ばかりでなく内外輪間の温度差も許容範囲内に制御する上で最も重要と考えられる転動体と内外輪の接触熱抵抗を対象とし、その定式化を試みるものである。検討手法については、基本的には Yavanovich の研究と同様の考え方を採用し、静止状態の軸受が熱的定常状態にあるとしてマクロな接触領域の大きさに基づき転動体と内外輪との接触熱抵抗を定式化する。なお、接触熱抵抗を論じるためには Hertz の接触理論から決定されるマクロな接触領域と表面粗さに基づく真の接触点との関係を明確にする必要があるが、本研究で対象とする軸受の表面粗さは 1×10^{-6} m 未満であることを前提としているため、マクロな接触領域のみに着目することとした。このような取扱いを採用した理由は、Clausing らは表面粗さ $40 \times 10^{-6} \ln(1.016 \times 10^{-6} \text{ m})$ のステンレス鋼 303 の曲面⁹⁾、Yavanovich は表面粗さ 5×10^{-6} m 以下のステンレス鋼 440 C の軸受¹³⁾、の接触熱抵抗が Hertz の接触理論に基づくマクロな接触領域との関係で十分に議論できることを示しているからである。軸受に働く荷重としては、アキシアル荷重、ラジアル荷重、および両者の組合わせ荷重を扱う。特にアキシアル荷重に対しては、接触部の弾性変形に伴う接触角の変化を考慮した接触領域の計算法を明確にする。そして、アキシアル荷重作用時の接触角の変化、ラジアル荷重作用時の接触転動体数の違い、により転動体と内外輪との接触熱抵抗がどのように変わるかを計算例で示す

主な使用記号

- A, B : 接触する 2 物体の曲率半径で決まる定数
 a, b : 接触楕円の長軸半径、および短軸半径
 E : 縦弾性係数
 e : 接触楕円の離心率
 F_a, F_r : アキシアル荷重、ラジアル荷重
 g_r : 軸受のラジアルすき間

$K_1(e, \pi/2), K_2(e, \pi/2)$: 第 1 種、第 2 種の完全楕円積分

- k : 熱伝導率
 m, n : 接触楕円の形状パラメータ
 N : 転動体の数
 P : 一つの転動体に働く荷重
 Q, q : 熱量
 R : 熱抵抗
 r : 曲率半径
 β : 転動体と内外輪の接触角
 λ : 熱膨張係数
 δ : 接触する物体の変形による中心接近距離
 ν : ポアソン比
 θ : 転動体の位置を示す角度
 σ : ステファン・ボルツマン定数

添字 b, i, o : 軸受の転動体、内輪、および外輪

2. 軸受内接触熱抵抗の定式化

2.1 Hertz の理論による接触領域の計算 Hertz の接触理論によれば、滑らかな表面を有する二つの弾性体曲面を押し付けると楕円形の接触領域が形成される。したがって、両物体間の接触熱抵抗は接触楕円の大きさに依存するものと考えられる。そこでまず、接触領域（接触楕円）の決定に必要な計算式を整理する^{15,16)}。

いま、接触点における物体 1 の主曲率半径を r_1, r_1' 、物体 2 の主曲率半径を r_2, r_2' 、両物体の縦弾性係数およびポアソン比を E_1, E_2 、および ν_1, ν_2 、両物体間に働く力を P とすると接触楕円の長軸半径 a と短軸半径 b は次式で与えられる。

$$a = m \left\{ \frac{3\pi}{4} \frac{P}{A+B} \left(\frac{1-\nu_1^2}{\pi E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{\pi E_2} \right) \right\}^{1/3} \quad (1a)$$

$$b = n \left\{ \frac{3\pi}{4} \frac{P}{A+B} \left(\frac{1-\nu_1^2}{\pi E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{\pi E_2} \right) \right\}^{1/3} \quad (1b)$$

$$A+B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_1'} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_2'} \right) \quad (2)$$

$$\frac{A}{B} = \frac{1/r_1 + 1/r_2}{1/r_1' + 1/r_2'} \quad (3)$$

また、二つの物体の弾性変形による両物体の中心の接近距離 δ は次式で与えられる。

$$\delta = \frac{2K_1(e, \pi/2)}{m\pi} \left\{ \left(\frac{3\pi}{4} \right)^2 P^2 (A+B) \left(\frac{1-\nu_1^2}{\pi E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{\pi E_2} \right)^2 \right\}^{1/3} \quad (4)$$

ただし、 $K_1(e, \pi/2)$ は第 1 種の完全楕円積分、 e は接触楕円の離心率である。第 1 図には上記の A/B と接触楕円の形状パラメータ $m, m/n$ の関係を示したが、この m と n は次の関係式より計算される値である。

第1図 接触楕円の形状パラメータ

第2図 軸受のモデル化

$$m = \left(\frac{I+J}{\pi} \right)^{1/3}, \quad n = m(1-e^2)^{1/2}, \quad \frac{A}{B} = \frac{I}{J}$$

$$I = \frac{2}{e^2} \left\{ K_1 \left(e, \frac{\pi}{2} \right) - K_2 \left(e, \frac{\pi}{2} \right) \right\},$$

$$J = \frac{2}{e^2} \left\{ \frac{K_2 \left(e, \pi/2 \right)}{1-e^2} - K_1 \left(e, \frac{\pi}{2} \right) \right\}$$

$$K_1 \left(e, \frac{\pi}{2} \right) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\zeta}{(1-e^2 \sin^2 \zeta)^{1/2}},$$

$$K_2 \left(e, \frac{\pi}{2} \right) = \int_0^{\pi/2} (1-e^2 \sin^2 \zeta)^{1/2} d\zeta$$

本研究では軸受を第2図のようにモデル化し、上記の関係式を用いて接触領域の大きさを計算する。このとき内輪と転動体の接触では、 $r_i' < 0$, $r_i > 0$, $r_b > 0$, であるから式(2), (3)は次のようになる。

$$A_i + B_i = \frac{1}{2} \left(\frac{-1}{r_i'} + \frac{1}{r_i} + \frac{2}{r_b} \right) \quad (5)$$

$$\frac{A_i}{B_i} = \frac{1/r_i + 1/r_b}{-1/r_i' + 1/r_b} \quad (6)$$

また、外輪と転動体の接触では、 $r_o' < 0$, $r_o < 0$, $r_b > 0$, より次のように表される。

$$A_o + B_o = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{r_o'} - \frac{1}{r_o} + \frac{2}{r_b} \right) \quad (7)$$

$$\frac{A_o}{B_o} = \frac{-1/r_o + 1/r_b}{-1/r_o' + 1/r_b} \quad (8)$$

ただし、添字 b, i および o は、それぞれ転動体、内輪および外輪を表し、以下の議論でも同様とする。

2.2 転動体と内外輪の接触熱抵抗 接触熱抵抗を定式化するため、以下の仮定を設ける。

- ① 接触領域近傍における熱の授受は、接触領域を介して伝達される伝導熱伝達が支配的であり、放射熱伝達の影響は無視できる。
- ② 接触領域から十分に離れたところの熱流は放射状に広がっているが、接触領域のごく近傍では縮流されて平行となり、接触面に関して対称となる。
- ③ 上記①, ②により接触領域の遠方における温度はほぼ一定と見なすことができ、無限遠方では零になる。
- ④ 接触領域は等温である。

なお、仮定①と③は本研究で進める接触熱抵抗定式化の議論が軸受に適用可能であるか否かに関係するから、後述の計算例で妥当性を検証する。

上記の仮定によれば、転動体と内外輪との接触熱抵抗を論じるための空間として接触楕円面を境界とする半楕円体空間を一方の物体内に想定することができる。よって、この半空間で温度に関するラプラスの方程式を解くことにより接触熱抵抗を定式化する。

楕円体座標を u, v, w とし、楕円面を表す変数を u とするとラプラスの方程式の楕円体座標表示は次式で与えられる。ただし、 a と b は接触楕円の長軸および短軸半径、 c はこれらと直交する回転楕円体の軸半径に一致させるものとする。

$$\begin{aligned} \nabla^2 T = & \frac{\phi^{1/2}(u)}{(u-v)(u-w)} \frac{\partial}{\partial u} \left\{ \phi^{1/2}(u) \frac{\partial T}{\partial u} \right\} \\ & + \frac{\phi^{1/2}(v)}{(v-w)(v-u)} \frac{\partial}{\partial v} \left\{ \phi^{1/2}(v) \frac{\partial T}{\partial v} \right\} \\ & + \frac{\phi^{1/2}(w)}{(w-u)(w-v)} \frac{\partial}{\partial w} \left\{ \phi^{1/2}(w) \frac{\partial T}{\partial w} \right\} \quad (9a) \end{aligned}$$

$$\phi(p) = (a^2 + p)(b^2 + p)(c^2 + p), \quad p = u, v, w \quad (9b)$$

本研究では等温の接触楕円領域から半空間へ流出する熱流を考えればよいから、適用すべきラプラスの方程式は式(9)より次のようになる。

$$\begin{aligned} \nabla^2 T = & \frac{\partial}{\partial u} \left\{ \phi^{1/2}(u) \frac{\partial T}{\partial u} \right\}, \\ \phi(u) = & (a^2 + u)(b^2 + u)u \quad (10) \end{aligned}$$

また、半空間に対する境界条件は次のように定めることができる^{6-8,13)}。

(I) 接触楕円面内、すなわち $u=0$ で $T=T_0$ (一定)。

(II) 接触楕円面外、すなわち $u \rightarrow \infty$ で $T \rightarrow 0$ 。

したがって、式(10)を積分して定数を B_0, B_1 とすれば次式が得られる。

$$T = B_0 - B_1 \int_u^\infty \phi^{-1/2}(u) du \quad (11)$$

式(11)については接触領域外に対する境界条件(II)より $B_0 = 0$ でなければならないから、半空間 $u \geq 0$ における温度分布の表現式として次式が得られる。

$$\frac{T}{T_0} = \frac{\int_u^\infty \phi^{-1/2}(u) du}{\int_0^\infty \phi^{-1/2}(u) du} \quad (12)$$

次に接触領域から半空間 u の側へ流出する熱量 q_u は、式(10)を積分し、半空間側の熱伝導率を k とし、

$$q_u = -k \frac{2\phi^{-1/2}(u)}{\{(u-v)(u-w)\}^{1/2}} \frac{\partial T}{\partial u} \quad (13)$$

で表されるから式(12)と(13)より次式を得る。

$$q_u = \frac{2kT_0}{\{(u-v)(u-w)\}^{1/2} \int_0^\infty \phi^{-1/2}(u) du} \quad (14)$$

ここで、 r を接触領域の中心からとった距離とし、 $u \approx r^2$ とすれば、 $u \rightarrow \infty$ のときは $u \gg v$ 、 $u \gg w$ とし、よって式(14)は次式で簡略化できる。

$$q_u = \frac{2kT_0}{r^2 \int_0^\infty \phi^{-1/2}(u) du} \quad (15)$$

一方、接触領域の大きさに比べ十分に離れたところでは熱流がほぼ放射状になると考えられ、接触領域を通る熱量を Q とすれば半空間について次の関係が成り立つ。

$$q_r = \frac{Q}{4\pi r^2/2} \quad (16)$$

よって、式(15)と(16)を等置し、 $B_0 = 0$ 、および $u \geq 0$ とすれば温度の表現式として次式を得る。

$$T = \frac{Q}{4\pi k} \int_0^\infty \phi^{-1/2}(u) du \quad (17)$$

ところで、接触面内では一定温度 T_0 を仮定しているから熱抵抗 R は式(17)より次式で表すことができる。

$$\begin{aligned} R &= \frac{T_0 - T_{u \rightarrow \infty}}{Q} \\ &= \frac{1}{4\pi k} \int_0^\infty \{(a^2 + u)(b^2 + u)\}^{-1/2} du \end{aligned} \quad (18)$$

式(18)の積分は第1種の完全楕円積分 $K_1(e, \pi/2)$ を用いて表すことができ(付録A参照)、接触熱抵抗は結局、次のような簡潔な形で表現できる。

$$R = \frac{\Psi(a/b)}{4ka}, \quad \Psi(a/b) = \frac{2}{\pi} K_1\left(e, \frac{\pi}{2}\right) \quad (19a)$$

$$K_1\left(e, \frac{\pi}{2}\right) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\zeta}{(1 - e^2 \sin^2 \zeta)^{1/2}} \quad (19b)$$

したがって、軸受内の一つの転動体が内輪および外輪と接触しているときの内外輪間の接触熱抵抗は、二つの接触熱抵抗が直列に接続されているものとして式

(19a)より次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} R &= \frac{\Psi(a_1/b_1)}{4k_1a_1} + \frac{\Psi(a_0/b_0)}{4k_0a_0} \\ &+ \frac{1}{4k_b} \left\{ \frac{\Psi(a_1/b_1)}{a_1} + \frac{\Psi(a_0/b_0)}{a_0} \right\} \end{aligned} \quad (20)$$

あるいは、式(1)と接触楕円の形状に対する $a/b = m/n$ の関係を用いて次のように表すこともできる。

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{4P^{1/3}} \left\{ \frac{\Psi(m_1/n_1)}{k_1m_1(3\pi D_1/4)^{1/3}} + \frac{\Psi(m_0/n_0)}{k_0m_0(3\pi D_0/4)^{1/3}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{k_b} \left(\frac{\Psi(m_1/n_1)}{m_1(3\pi D_1/4)^{1/3}} + \frac{\Psi(m_0/n_0)}{m_0(3\pi D_0/4)^{1/3}} \right) \right\} \end{aligned} \quad (21a)$$

$$D_1 = \frac{1}{A_1 + B_1} \left(\frac{1 - \nu_1^2}{\pi E_1} + \frac{1 - \nu_b^2}{\pi E_b} \right) \quad (21b)$$

$$D_0 = \frac{1}{A_0 + B_0} \left(\frac{1 - \nu_0^2}{\pi E_0} + \frac{1 - \nu_b^2}{\pi E_b} \right) \quad (21c)$$

なお、軸受構成要素が同一材料である場合は熱伝導率を k 、縦弾性係数を E 、ポアソン比を ν として次式を得る。

$$R = \frac{1}{2k} \left(\frac{\Psi(a_1/b_1)}{a_1} + \frac{\Psi(a_0/b_0)}{a_0} \right) \quad (22)$$

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{2kP^{1/3}} \left\{ \frac{\Psi(m_1/n_1)}{m_1(3\pi D_1/4)^{1/3}} + \frac{\Psi(m_0/n_0)}{m_0(3\pi D_0/4)^{1/3}} \right\} \\ &\quad (23a) \end{aligned}$$

$$D_1 = \frac{2}{A_1 + B_1} \left(\frac{1 - \nu^2}{\pi E} \right), \quad D_0 = \frac{2}{A_0 + B_0} \left(\frac{1 - \nu^2}{\pi E} \right) \quad (23b)$$

以上の結果より、内外輪と接触している転動体の数を N とすれば、軸受全体での内外輪間の接触熱抵抗 R_1 は、 $1/R_1 = \sum (1/R_j)$ 、 $j=1, 2, \dots, N$ で求めることができる。

2.3 軸受に働く荷重と接触力 式(21)あるいは式(23)で必要となる接触力 P の計算式を荷重形態ごとに示す。ただし、対象とする軸受は内外輪および転動体が同一材料で、正のラジアルすき間が確保されているものとする。

2.3.1 アキシヤル荷重だけが働く場合 各転動体には等しい力が働き、内外輪と転動体は第2図で示したように接触角 β で接触する。したがって、アキシヤル荷重 F_a による内外輪と転動体との間の接触力 P は次式で与えられる。

$$P = \frac{F_a}{N \sin \beta} \quad (24)$$

式(24)は接触角 β がパラメタとなっているが、変形発生前の接触角とラジアルすき間を β_1 および g_r 、接触による変形量(内外輪と転動体の接近量)を δ 、変形発生時の接触角を β_2 とすれば次の関係が成立する¹⁷⁾

$$\cos \beta_1 = \frac{r'_1 + r'_0 - 2r_b - g_r/2}{r'_1 + r'_0 - 2r_b} \quad (25 a)$$

$$\cos \beta_2 = \frac{r'_1 + r'_0 - 2r_b - g_r/2}{r'_1 + r'_0 - 2r_b + \delta} \quad (25 b)$$

さらに、接触による変形量については式(4)の関係があるから、変形量 δ は式(26)で与えられる。

$$\delta = \left\{ \frac{2 \cos \beta_2 \left(\frac{F_a}{\sin \beta_2} \right)^{2/3} \frac{1-\nu^2}{E}}{\pi N} \right\} \left\{ C_1 \left(\frac{N}{D_1} \right)^{1/3} + C_0 \left(\frac{N}{D_0} \right)^{1/3} \right\} \quad (26 a)$$

$$C_1 = \frac{2K_1(e_1, \pi/2) \left(\frac{3\pi}{4} \right)^{2/3}}{m_1 \pi}, \quad C_0 = \frac{2K_1(e_0, \pi/2) \left(\frac{3\pi}{4} \right)^{2/3}}{m_0 \pi} \quad (26 b)$$

ただし、式(26)における C_1 , C_0 , D_1 , D_0 の計算に使用する曲率半径 r_1 , r_0 は接触角が β_2 のとき次式で与えられる $r_{1\beta}$, $r_{0\beta}$ となる。

$$r_{1\beta} = r_1 + r'_1(1 - \cos \beta_2), \quad r_{0\beta} = r_0 - r'_0(1 - \cos \beta_2) \quad (26 c)$$

したがって、式(25 b)と式(26 a~c)を連立させて計算すれば任意のアキシャル荷重に対する $r_{1\beta}$, $r_{0\beta}$ と β_2 が計算でき、それらの値と式(21)あるいは式(23)、および式(24)の β を β_2 としたときの P より接触熱抵抗を計算することができる。

2.3.2 ラジアル荷重だけが働く場合 第3図(a)の場合には、ラジアル荷重 F_r の作用線上にある転動

(a) 荷重作用線；転動体の中心

(b) 荷重作用線；転動体間の中心

第3図 ラジアル荷重と転動体位置の関係

体から両側に $0, 1, 2, \dots$ の順で転動体の位置を表すこのとき j 番目の転動体に働く接触力 P_j は、荷重に関する釣合い条件と式(4)の関係から次式で表される(付録B参照)。

$$F_r = P_0(1 + 2 \cos^{5/2} \theta + 2 \cos^{5/2} 2\theta + \dots + 2 \cos^{5/2} j\theta) \quad (27 a)$$

$$P_1 = P_0 \cos^{3/2} \theta, \quad P_2 = P_0 \cos^{3/2} 2\theta, \quad \dots, \quad P_j = P_0 \cos^{3/2} j\theta \quad (27 b)$$

さらに、荷重作用線が二つの転動体間の中心を通る第3図(b)の場合における接触力 P_j ($j \geq 1$) の表現式も同様に求めることができ、次式により与えられる。

$$F_r = 2P_1 \left\{ \cos \frac{\theta}{2} + \dots + \cos^{3/2}(j-1)\theta \cos \frac{(2j-1)\theta}{2} \right\} \quad (28 a)$$

$$P_2 = P_1 \cos^{3/2} \theta, \quad \dots, \quad P_j = P_1 \cos^{3/2}(j-1)\theta \quad (28 b)$$

ただし、上記のいずれの場合にも正のラジアルすき間を有する軸受では、水平軸より下側すなわち $j\theta \leq \pi/2$ の範囲内にある転動体のみに接触力が作用する。

2.3.3 組合わせ荷重が働く場合 アキシャル荷重とラジアル荷重の組合わせ荷重が働く場合は、等価荷重を用いて転動体と内外輪との接触力を計算することができ、静ラジアル係数を X 、静アキシャル係数を Y とすれば静等価荷重 F_e は次式で与えられる¹⁾。

$$F_e = XF_r + YF_a, \quad (F_a \geq \alpha F_r) \quad (29 a)$$

$$F_e = F_r, \quad (F_a < \alpha F_r) \quad (29 b)$$

ここで、 α および X , Y は軸受に固有の値としてカタログなどに記載されている値である。

よって、組合わせ荷重が働くときの接触力は、式(29 a)の場合はアキシャル荷重、式(29 b)の場合はラジアル荷重が働くものとして計算すればよいことになる。ただし、式(29)は近似式であり、本研究では静止状態における軸受を対象にしているから、各荷重成分から得られる合力の方が等価荷重より大きく等価荷重との差が無視できない場合は、等価荷重の代わりに合力を用いて接触力を計算する必要がある。

3. 熱抵抗の計算例

内外輪および転動体はステンレス鋼 SUS 440 C 製であり、表面粗さ 1×10^{-6} m 未満、内径 22×10^{-3} m、外径 56×10^{-3} m、幅 16×10^{-3} m、転動体数 7、球径 9.525×10^{-3} m、公称ラジアルすき間 30×10^{-6} m、溝半径については $r'_1 = r'_0 = 1.04 r_b$ の関係にある JIS 63/22 単列深溝玉軸受を例として転動体と内外輪との接触熱抵抗を計算する。また、接触熱抵抗の定式化で設

けた仮定の妥当性を明らかにするため、放射熱伝達が接触熱抵抗の計算値に及ぼす影響、および接触領域から離れた軸受内では温度がほぼ一定すなわち温度勾配が零に近づくこと、についても検証する。

なお、宇宙用軸受の接触面には二硫化モリブデンなどの固体潤滑剤をコーティングするが、本研究では 2×10^{-6} m 程度の厚さの二硫化モリブデンによるコーティングを想定しているため熱抵抗は 0.3 K/W 以下と小さいので、接触熱抵抗への影響は無視する。さらに、熱膨張による軸受の寸法変化については、変化量の大きいラジアル方向だけを考えることにする。

計算に使用した軸受材料の特性値は、縦弾性係数 $E=200$ GPa、ポアソン比 $\nu=0.25$ 、熱伝導率 $k=24.1$ W/(mK)、熱膨張係数 $\lambda=10.3 \times 10^{-6}$ m/(mK) である。接触熱抵抗の計算は内輪温度 273 K で外輪温度 303 K の場合と、内輪温度 303 K で外輪温度 273 K の場合について実施したが、両者の差は 1% 以下であったので以下では前者の結果だけを述べる。また、組合せ荷重が働く場合については、既に述べたように基本的にはアキシャル荷重またはラジアル荷重への置き換えに帰着されるから計算例は省略する。第 1 表には軸受の寸法、材料特性値および温度条件等から決まる接触熱抵抗関連のパラメータを示した。

3.1 アキシャル荷重と接触熱抵抗 接触点での変形による接触角の変化と接触領域の計算で使用する曲率半径 r_1, r_0 の変化を考慮した場合、および接触角を

	第 1 表 熱抵抗関連のパラメータ	
	接 触 部 位	
	内輪/転動体	外輪/転動体
温度 T (K)	273/288	303/288
A/B	35.0	21.2
m	3.88	3.20
m/n	10.1	7.27
a/b	0.304/0.0302	0.295/0.0406
$K_1(e, \pi/2)$	3.70	3.38
$\Psi(a/b)$	2.36	2.15

第 4 図 アキシャル荷重と接触熱抵抗

一定として曲率半径 r_1, r_0 は接触角 0 rad に相当する一定値とした場合の計算結果を第 4 図に示す。図で単に接触角の変化を考慮として示した点が前者の計算結果であり、接触角 0.262 rad (15°) として実線で示した曲線は接触角は変形が無いときの公称値、曲率半径 r_1, r_0 は接触角 0 rad のときの公称値により計算したときの結果である。接触点の変形に伴う接触角と曲率半径の変化を考慮して求めた熱抵抗は、アキシャル荷重が大きくなるとともに公称値だけで計算した値より大きくなるが、両者の差は荷重 98.1 N で約 5% である。さらに、接触角についてのみ接触点での変形による変化を考慮し、 r_1 と r_0 は接触角 0 rad のときの公称値で一定とした場合についても計算を行ったが、両者を変化させたときの値との差は 0.2% 以下であった。これは本計算例のように接触楕円の半径比 a/b が比較的大きい場合には、 r_1 と r_0 の変化は式 (23) における $\Psi(a/b)$ の値よりも接触力 P の方により大きな影響を与えるためである。なお、本計算例で接触角の変化を考慮したときのラジアルすき間の最小値は 1.2×10^{-6} m であり、接触時の変形を考慮することにより接触角は 0.028 rad 増加した。

したがって、アキシャル荷重が働くときの接触熱抵抗の計算では接触角の公称値を正確に把握した上で、変形により生じる接触角の変化に対応した接触力を求めることが重要であるといえる。

3.2 ラジアル荷重と接触熱抵抗 内外輪と接触する転動体の数は式 (27) の場合が 3 個、式 (28) の場合が 4 個である。これらの接触状態における計算結果を第 5 図に示す。転動体と内外輪との接触熱抵抗は、接触転動体数が 3 個から 4 個となることにより 23% 減少している。

したがって、ラジアル荷重に対する接触熱抵抗の計算では、荷重を負担する転動体の数を明確にすることが重要である。

3.3 放射熱抵抗の影響 軸受内部の放射熱伝達の内、内外輪間の直接伝達モードに対する放射熱抵抗を

第 5 図 ラジアル荷重と接触熱抵抗

R_{r1} , 転動体を介する間接伝達モードに対する放射熱抵抗を R_{r2} とすると, これらは以下により求められる.

$$R_{r1} = \frac{1}{\varepsilon_o A_o F_{oi} \varepsilon_i \sigma (T_o^2 + T_i^2) (T_o + T_i)}$$

$$R_{r2} = \frac{2}{\varepsilon_o A_o F_{ob} \varepsilon_b \sigma} \left(\frac{2}{T_o + T_i} \right)^3$$

ただし, ε は赤外放射率, A は表面積, F は形態係数, σ はステファン・ボルツマン定数である.

ここで, $\varepsilon_i = \varepsilon_o = \varepsilon_b = 0.8$ として軸受寸法, 温度条件を用いて計算を行うと, $R_{r1} = 3,540(\text{K/W})$, $R_{r2} = 18,400(\text{K/W})$ が得られ, 両者を並列接続した放射熱抵抗は $2,970(\text{K/W})$ となる. よって, 第3.1節および第3.2節で求めた熱抵抗は, 放射熱伝達との結合により約1%減少する. この減少を実用的見地から仮に2%以下に抑えたとすれば, 軸受の温度条件は外輪が370 K, 内輪が340 Kとなる.

したがって, 本計算例の軸受では, 内外輪の温度差が30 K以内で軸受平均温度が355 K以下であれば放射熱伝達の影響は無視してよいと考えられ, 接触熱抵抗の定式化に際して設けた仮定も十分適用可能と判断される.

3.4 接触領域の遠方における温度の一意性 接触熱抵抗の定式化に際しては, 接触領域の遠方では熱流が放射状に広がって温度がほぼ一定の値になり, 無限遠方での温度は零になることを仮定して境界条件(II)を設定した. 対象とする軸受についてこの仮定が成立するためには, 式(11)または式(17)の積分値である温度が一定の値に収束すると見なせる範囲, あるいはそれらの微分値である温度勾配が零に近い一定の値に収束すると見なせる範囲が内輪および外輪の厚さ寸法より小さくなければならない. そこで, 式(11)の積分項について接触楕円からの距離を示す u と接触楕円の短軸半径 b の比を変数, 楕円形状 a/b および荷重をパラメタとして温度勾配を計算した. 結果を第6図に

示す.

計算例の軸受における接触楕円の半径比 a/b は, 第1表に示したように内輪側で10.1, 外輪側で7.27であるため, 温度勾配の収束状態は内輪側の方が悪くなる. 内輪側の接触楕円の短軸半径 b は, アキシアル荷重18.5 Nで $30.2 \times 10^{-6} \text{ m}$, 98.1 Nで $50.4 \times 10^{-6} \text{ m}$ であり, それぞれ $u/b \leq 175$ および $u/b \leq 105$ の範囲が軸受の内部となる. これらの値を基に第6図の結果を見ると, 温度勾配は $a/b = 10.1$ の場合でも軸受の内部で十分に零に近い値に収束していると見なすことができる. したがって, 温度勾配の収束状態が悪い内輪側でも, u を無限大として境界条件(II)を設定したことは, 導出した計算式の実用性を損なうものではないと判断される.

4. あとがき

静止かつ熱的定常状態にある宇宙用深溝玉軸受を対象に, 転動体と内外輪との接触熱抵抗の計算方法について検討した. 熱抵抗の計算式は, 滑らかな表面を有する転動体と内外輪の弾性接触により形成されるマクロな接触領域の形状と, 軸受要素の熱伝導率が熱の流れを支配するものとして定式化した.

また, 計算例により, ①アキシアル荷重が働くときの接触熱抵抗の決定では, 弾性接触によって生じる接触角の変化を考慮することが重要であること, ②内外輪間の温度差が30 K以内で軸受平均温度が355 K以下であれば, 放射熱伝達の影響は無視できる程度に小さいこと, ならびに③定式化に際して設けた仮定や境界条件の妥当性, 等を示した.

提案の方法によれば, アキシアル荷重, ラジアル荷重, および両者の組合わせ荷重が働く場合について, 温度条件を考慮した接触熱抵抗の計算が可能である.

なお, 本研究に関しては実験による確認も行っているが, その結果については別に報告する予定である.

参考文献

- Ohtomo, I. and Kumazawa, H.: Development of the On-board Fixed and Mobile Multi-beam Antenna for ETS-VI Satellite, AIAA Paper 90-0805-CP (1990).
- 川上 用一, 他: 衛星搭載用高精度アンテナ指向方向制御系の設計と特性, 日本航空宇宙学会誌, 39 (1991), pp. 373-378.
- Misawa, M., et al.: Analytical and Experimental Investigation for Satellite Antenna Deployment Mechanisms, J. Spacecraft and Rockets, 26 (1989), pp. 181-187.
- Nakajima, K. and Tsunoda, H.: Study on Thermal Design of Satellite Antenna for Engineering Test Satellite-VI, IAF Paper 88-040 (1988).
- 角田 博明, 中島 克彦, 宮坂 明宏: 衛星搭載用大型アンテナの熱設計評価, 日本航空宇宙学会誌, 39 (1991), pp. 504-512.

第6図 軸受内の温度勾配変化

- 6) Yavanovich, M. M.: Thermal Constriction Resistance of Contacts on a Half-Space: Integral Formulation, AIAA Paper 75-708 (1975).
- 7) Yavanovich, M. M. and Schneider, G. E.: Thermal Constriction Resistance Due to a Circular Annular Contact, AIAA Paper 76-142 (1976).
- 8) Schneider, G. E.: Thermal Constriction Resistance Due to Arbitrary Contacts on a Half-Space—Numerical Solution of the Dirichlet Problem, AIAA Paper 78-870 (1978).
- 9) Clausing, A. M. and Chao, B. T.: Thermal Contact Resistance in Vacuum Environment, Trans. ASME, Ser. C, 87 (1965), pp. 243-251.
- 10) Madhusudana, C. V. and Fletcher, L. S.: Contact Heat Transfer—The Last Decade, AIAA J., 24 (1986), pp. 510-523.
- 11) Yavanovich, M. M.: Recent Development in Thermal Contact, Gap and Joint Conductance Theories and Experiment, Proc. 8th Int. Heat Transfer Conference, 1986, pp. 35-45.
- 12) Yavanovich, M. M.: Thermal Contact Resistance across Elastically Deformed Spheres, J. Spacecraft and Rockets, 4 (1967), pp. 119-122.
- 13) Yavanovich, M. M.: Thermal Constriction Resistance between Contacting Metallic Paraboloids: Application to Instrument Bearings, AIAA Paper 70-857 (1970).
- 14) Yavanovich, M. M.: Simplified Explicit Elasto-constriction Resistance Expression for Ball/Race Contacts, AIAA Paper 78-084 (1978).
- 15) Love, A. E. H.: A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity, Dover, 4th edition, 1944, Chap. VIII.
- 16) Timoshenko, S. and Goodier, J. N.: Theory of Elasticity, McGraw-Hill, 2nd edition, 1951, Chap. 13.
- 17) 曾田範宗: 軸受, 岩波書店, 第4版, 1970, 第3章.

付録 A 式(18)の楕円積分への変換

まず, $\sin \zeta = a/(a^2 + u)^{1/2}$ の変換を行い,

$\sin \zeta = 1$, すなわち $\zeta = \pi/2$ で $u = 0$,

$\sin \zeta = 0$, すなわち $\zeta = 0$ で $u = \infty$

とすると次の関係を得る.

$$\sin^2 \zeta = \frac{a^2}{a^2 + u}, \quad du = \frac{-2(a^2 + u) \cos \zeta d\zeta}{\sin \zeta}$$

一方, $b^2 + u = (a^2 / \sin^2 \zeta) - a^2 + b^2$, であるから, これらの関係を式(18)の被積分関数に代入して次式を得る.

$$\frac{du}{\{(a^2 + u)(b^2 + u)u\}^{1/2}} = \frac{-2d\zeta}{a \left\{ 1 - \left(\frac{a^2 - b^2}{a^2} \right) \sin^2 \zeta \right\}^{1/2}}$$

上式を用いて式(18)を書き直すと第1種の完全楕円積分表示による次式が得られ, 式(19)の形に書き改めることができる.

$$R = \frac{1}{2\pi ka} \int_0^{\pi/2} \frac{d\zeta}{(1 - e^2 \sin^2 \zeta)^{1/2}} = \frac{K_1(e, \pi/2)}{2\pi ka}$$

付録 B 式(27)の誘導

第3図(a)のモデル化により, 各々の転動体に働く荷重の釣合いは次式で表される.

$$F_r = P_0 + 2P_1 \cos \theta + 2P_2 \cos 2\theta + \cdots + 2P_j \cos j\theta \quad (\text{B-1})$$

一方, 接触楕円ができたときの弾性変形による接近量を, 内輪と転動体については $\delta_{i0}, \delta_{i1}, \cdots, \delta_{ij}$, 外輪と転動体については $\delta_{o0}, \delta_{o1}, \cdots, \delta_{oj}$ とすれば次の関係が成り立つ.

$$\delta_{i1} = \delta_{i0} \cos \theta, \quad \delta_{i2} = \delta_{i0} \cos 2\theta, \quad \cdots,$$

$$\delta_{ij} = \delta_{i0} \cos j\theta$$

$$\delta_{o1} = \delta_{o0} \cos \theta, \quad \delta_{o2} = \delta_{o0} \cos 2\theta, \quad \cdots,$$

$$\delta_{oj} = \delta_{o0} \cos j\theta$$

そして次のように置くことができる.

$$\delta_0 = \delta_{i0} + \delta_{o0}, \quad \delta_1 = \delta_{i1} + \delta_{o1}, \quad \cdots, \quad \delta_j = \delta_{ij} + \delta_{oj}$$

$$\delta_1 = \delta_0 \cos \theta, \quad \delta_2 = \delta_0 \cos 2\theta, \quad \cdots, \quad \delta_j = \delta_0 \cos j\theta \quad (\text{B-2})$$

さらに, 二つの物体の中心に関する接近距離 δ については Hertz の接触理論に基づく式(4)が成立しているから,

$$\frac{\delta_1}{\delta_0} = \frac{P_1^{2/3}}{P_0^{2/3}}, \quad \text{または} \quad \frac{P_1}{P_0} = \frac{\delta_1^{3/2}}{\delta_0^{3/2}}, \quad \cdots, \quad \frac{P_j}{P_0} = \frac{\delta_j^{3/2}}{\delta_0^{3/2}} \quad (\text{B-3})$$

よって, 式(B-2)と(B-3)より下記の式(B-4)すなわち式(27b)が得られ, これを式(B-1)に代入すれば式(27a)が得られる.

$$P_1 = P_0 \cos^{3/2} \theta, \quad P_2 = P_0 \cos^{3/2} 2\theta, \quad \cdots, \\ P_j = P_0 \cos^{3/2} j\theta \quad (\text{B-4})$$