膜面の圧力及び重力による変形挙動^{*1}

Deflection of a Membrane Strip Subjected to Pressure and Gravity Forces

加 藤 純 郎^{*2}・名 取 通 弘^{*3}

Sumio KATO and Michihiro NATORI

Key Words: Structural Analysis, Membrane Deflection, Pressure, Gravity Force, Surface Error, Inflatable Reflector

Abstract

The reflecting surface of an inflatable reflector for space use consists of one or several inflatable elements (membrane elements), which are pressurized to generate an accurate reflecting surface. The surface of an inflatable element deforms as the pressure is applied. If the element is pressurized on the ground, gravity force also changes the deflection of the element. This means that the internal pressure and the gravity force influence the surface error of the element. This paper presents an analysis of the deflection and the surface accuracy of an inflatable element subjected to pressure and gravity loadings based on a flexible membrane strip model, the initial configuration of which is straight or a circle arc, with both ends immovably supported. The gravity is assumed to act in any direction in the plane which includes the membrane strip. The perturbation method is used to solve the membrane deflection due to the gravity force, assuming the ratio of gravity to pressure and the center height of the membrane to be small. The analytical expressions for the deflection and the surface error of the membrane strip subjected to pressure and gravity are obtained. It is found that the effect of gravity on the surface error increases as the ratio of gravity to pressure and the center height of the strip increases, and as the rigidity (Young Modulus) of the membrane decreases. It is also found that if the membrane strip is not so rigid (Young Modulus is not so high), the effect of gravity on the deflection is smallest with the membrane vertically placed. On the other hand if the membrane strip is rigid enough, the effect of gravity is smallest with the membrane horizontally placed.

主 な 記 号

- t_h : 膜厚
- a : AB 間の距離の 1/2
- E : ヤング率
- P : 圧力
- A, B: 膜の端部点
- x, y : A 点を原点, 直線 AB を x 軸, AB に垂直な軸を y 軸としたときの膜の x, y 座標
- X, Y : x, y の無次元量 ($X=x/a, Y=y/a$)
- q : 膜の単位面積に働く重力
- α : q/P
- v, V : x 方向膜力(単位幅当りに加わる内力)及びその無次元量 ($V=v/(Pa)$)
- f, F : y 方向膜力及びその無次元量 ($F=f/(Pa)$)
- t, T : 膜力 ($t=(v^2+f^2)^{1/2}$) 及びその無次元量 ($T=t/(Pa)$)
- s, S : A 点から測った膜の長さ及びその無次元量 ($S=s/a$)
- θ : 直線 AB と重力方向のなす角(第 1 図参照)
- l, L : 膜の全長及びその無次元量 ($L=l/a$)
- σ : 膜に生ずる応力
- ε : 膜に生じる歪み
- r, R : 膜の半径及びその無次元量 ($R=r/a$)
- h : 膜の中心高さ
- β : a/r_0
- k : β_0/β
- d : 膜の鏡面誤差((33)式)
- e : 膜の重力による変形誤差((75)式)
- δ : 変形誤差の無次元量 ($\delta=e/a$)

^{*1} 平成 4 年 2 月 14 日原稿受理^{*2} 川崎重工業(株)岐阜技術研究所^{*3} 宇宙科学研究所

$\delta_a, \delta_b: a^1$ 及び, a^2 までの項を考慮したときの
変形誤差((77), (78)式)

$C: (80)$ 式

$k_{cr}: C=0$ とする k の値

$0(\beta^i): \beta^i$ の係数の関係式

$\Delta Y, \Delta Y_a, \Delta Y_b: (73), (74)$ 式

添 字

()_u: 圧力を加える前の値

()_i: a^i の係数

()_{i,j}: $a^i \beta^j$ の係数

()_o: 圧力を加えたときの値

()_A: A 点での値

1. ま え が き

宇宙アンテナや太陽集光器のような放物面状の反射面を持つ宇宙リフレクタは、これまでに種々の構造方式が提案されている。インフレーションリフレクタ構造¹⁻³⁾はその一つであり、膜面を収納して打ち上げ、軌道上で展開/加圧して形状を定め、太陽熱等により膜材を硬化させて反射面として利用する。本構造は軽量で収納効率が良好であり、また加圧により膜の反射面の主曲率が同時に正となるため高精度の面が得られるという特徴を持つ。

膜面を加圧すると膜材の弾性的のために表面形状が変化して鏡面誤差に影響を及ぼす。さらに膜面を地上で加圧すると重力の影響が加わり、形状及び鏡面誤差が変化する。

本論文では、まず膜面が加圧された場合の変形状を、一次元的な膜面モデルの釣り合い関係式に基づき、解析的に求める。膜の初期形状は直線状又は円弧状とし、曲げ剛性を持たず、膜の両端は支持され移動しないものとする。さらに重力が加わった場合につき、同じ膜面モデルを使用して、重力と圧力の比が小さいものとして、膜の加圧状態からの重力による変形量を、摂動法を用いて調べる。重力の方向は膜を含む面内で任意の方向に加わるものとし、膜の中心高さは両端距離に比べ小さく、また歪みも小さいとする。これらにより、圧力/重力による膜面の変形挙動、及び形状精度への影響を調べる。

2. 基礎方程式

第1図に示すように、一定膜厚 t 、ヤング率 E の曲げ剛性のない様な膜片に圧力及び重力が加わるものとする。膜片の初期形状は直線又は円弧状で、中心高さと両端距離 $2a$ の比は小さく、両端 AB は移動しないとする。膜材は線型弾性膜で初期張力はゼロとし、歪みは小さく膜厚及び単位面積に加わる重力は加

第1図 膜面モデル

圧前後で不変とする。以上を仮定すると、膜の微小要素の釣り合い等より容易に下式が得られる(初期形状が直線状の膜が加圧された場合の釣り合い式は、文献4)に示されている)。

$$\frac{dv}{dx} + q \frac{ds}{dx} \cos \theta - P \frac{dy}{dx} = 0 \quad (1-1)$$

$$\frac{df}{dx} + q \frac{ds}{dx} \sin \theta + P = 0 \quad (1-2)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{f}{v} \quad (1-3)$$

$$x = x(x_u) \quad (1-4)$$

$$s_u(x_u) = \int_0^{x_u} \left\{ 1 + \left(\frac{dy_u}{dx_u} \right)^2 \right\}^{1/2} dx_u \quad (1-5)$$

$$s(x) = \int_0^x \left\{ 1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right\}^{1/2} dx \quad (1-6)$$

$$1 + \varepsilon = ds/ds_u \quad (1-7)$$

$$\varepsilon = t/(Eh) = \sigma/E \quad (1-8)$$

$$t = \sqrt{v^2 + f^2} \quad (1-9)$$

ここで、 $v: x$ 方向膜力(膜の単位幅当りに加わる力)、 $f: y$ 方向膜力、 $P: 圧力$ 、 $x, y: 変形後の膜の座標$ 、 $s: A$ 点から測った変形後の膜の長さ、 $q: 膜に働く単位面積当りの重力$ 、 $\theta: 重力方向と x 軸のなす角$ 、 $\varepsilon: 変形による歪み$ 、 $\sigma: 膜に働く応力$ 、 $t: 膜力$ 、()_u: 膜の変形前の値、である。(1-1)~(1-3)式はそれぞれ、膜の x 方向、 y 方向、及びモーメントの釣り合い式を、(1-4)式は変形前後の x 座標の関係を、また(1-5)、(1-6)式は膜の変形前後の長さを示す。(1-7)式は歪み式、(1-8)式は応力歪み関係式、(1-9)式は膜力の関係式である。

膜の両端では以下が成り立つ。

$$y = y_u = 0 \quad (x = 0, 2a) \quad (2)$$

(1-7)、(1-8)式より ε を消去すると

$$ds_u = ds / (1 + t/(Eh)) \quad (3)$$

両辺を膜の全長に渡って積分すると

$$\int_0^{l_u} ds_u = \int_0^l \frac{1}{1+t/(E t_h)} ds \quad (4)$$

ここで l_u , l はそれぞれ膜の変形前後の長さである.

(1-6)式より $ds = \{1 + (dy/dx)^2\}^{1/2} dx$ として (4) 式に代入すると下式を得る.

$$l_u = \int_0^{2a} \frac{\sqrt{1 + (dy/dx)^2}}{1+t/(E t_h)} dx \quad (5)$$

ここで, a, P を用いて関係諸量を次のように無次元化する.

$$\begin{aligned} Y &= y/a, \quad Y_u = y_u/a, \quad X = x/a, \quad S = s/a \\ V &= v/(Pa), \quad F = f/(Pa), \quad T = t/(Pa), \quad L = l/a \\ L_u &= l_u/a, \quad \alpha = q/P \end{aligned} \quad (6)$$

これらの無次元量を用いると (1-1)~(1-3), (1-6), (1-8), (1-9), (2), (5) 式は以下で表わされる.

$$\frac{dV}{dX} + \alpha \frac{dS}{dX} \cos \theta - \frac{dY}{dX} = 0 \quad (7-1)$$

$$\frac{dF}{dX} + 1 + \alpha \frac{dS}{dX} \sin \theta = 0 \quad (7-2)$$

$$V \frac{dY}{dX} = F \quad (7-3)$$

$$S(X) = \int_0^X \left[1 + \left(\frac{dY}{dX} \right)^2 \right]^{1/2} dX \quad (7-4)$$

$$\varepsilon = \frac{Pa}{E t_h} T = \frac{\sigma}{E} \quad (7-5)$$

$$T = \sqrt{V^2 + F^2} \quad (7-6)$$

$$Y = Y_u = 0 \quad (X=0, 2) \quad (7-7)$$

$$L_u = \int_0^2 \frac{\sqrt{1 + (dY/dX)^2}}{1 + TPa/(E t_h)} dX \quad (7-8)$$

3. 解 析

3.1 基礎方程式の解 膜面に加わる重力と圧力の比 α は小さいとして, 各パラメータは以下で表わされるものとする.

$$\begin{aligned} Y &= \sum_{n=0}^{\infty} Y_n \alpha^n, \quad S = \sum_{n=0}^{\infty} S_n \alpha^n, \quad V = \sum_{n=0}^{\infty} V_n \alpha^n \\ V_A &= \sum_{n=0}^{\infty} V_{An} \alpha^n, \quad F = \sum_{n=0}^{\infty} F_n \alpha^n, \quad F_A = \sum_{n=0}^{\infty} F_{An} \alpha^n \\ T &= \sum_{n=0}^{\infty} T_n \alpha^n, \quad \sigma = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_n \alpha^n, \quad \varepsilon = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \alpha^n \end{aligned} \quad (8)$$

(8) 式を (7-1)~(7-8) 式に代入して, α の巾級数で表わし α^0 の係数を比較すると

$$\frac{dV_0}{dX} - \frac{dY_0}{dX} = 0 \quad (9-1)$$

$$\frac{dF_0}{dX} + 1 = 0 \quad (9-2)$$

$$V_0 \frac{dY_0}{dX} = F_0 \quad (9-3)$$

$$S_0 = \int_0^X \left[1 + \left(\frac{dY_0}{dX} \right)^2 \right]^{1/2} dX \quad (9-4)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{Pa}{E t_h} T_0 = \frac{\sigma_0}{E} \quad (9-5)$$

$$T_0 = \sqrt{V_0^2 + F_0^2} \quad (9-6)$$

$$Y_0 = Y_u = 0 \quad (X=0, 2) \quad (9-7)$$

$$L_u = \int_0^2 \frac{1 + (dY_0/dX)^2}{1 + T_0 Pa/(E t_h)} dX \quad (9-8)$$

(9-1)~(9-8) 式は重力がなく圧力のみが加わった場合の関係式を表わす. 同様に α^1 の係数を比較すると

$$\frac{dV_1}{dX} + \frac{dS_0}{dX} \cos \theta - \frac{dY_1}{dX} = 0 \quad (10-1)$$

$$\frac{dF_1}{dX} + \frac{dS_0}{dX} \sin \theta = 0 \quad (10-2)$$

$$V_1 \frac{dY_0}{dX} + V_0 \frac{dY_1}{dX} = F_1 \quad (10-3)$$

$$S_1 = \int_0^X \frac{dY_0/dX \cdot dY_1/dX}{\sqrt{1 + (dY_0/dX)^2}} dX \quad (10-4)$$

$$\varepsilon_1 = Pa T_1/(E t_h) = \sigma_1/E \quad (10-5)$$

$$T_1 = (V_0 V_1 + F_0 F_1)(V_0^2 + F_0^2)^{-1/2} \quad (10-6)$$

$$Y_1 = Y_u = 0 \quad (X=0, 2) \quad (10-7)$$

$$\begin{aligned} \int_0^2 \left[-\frac{\sqrt{1 + (dY_0/dX)^2}}{M^2} \frac{Pa}{E t_h} T_1 \right. \\ \left. + \frac{dY_0/dX \cdot dY_1/dX}{M \sqrt{1 + (dY_0/dX)^2}} \right] dX = 0 \end{aligned} \quad (10-8)$$

但し,

$$M = 1 + T_0 Pa/(E t_h)$$

α^2 の係数に対応する関係式は

$$\frac{dV_2}{dX} + \frac{dS_1}{dX} \cos \theta - \frac{dY_2}{dX} = 0 \quad (11-1)$$

$$\frac{dF_2}{dX} + \frac{dS_1}{dX} \sin \theta = 0 \quad (11-2)$$

$$V_0 \frac{dY_2}{dX} + V_1 \frac{dY_1}{dX} + V_2 \frac{dY_0}{dX} = F_2 \quad (11-3)$$

$$\begin{aligned} S_2 = \int_0^X \left[\frac{(dY_1/dX)^2 + 2dY_0/dX \cdot dY_2/dX}{2\sqrt{1 + (dY_0/dX)^2}} \right. \\ \left. - \frac{(dY_0/dX)^2 (dY_1/dX)^2}{2[1 + (dY_0/dX)^2]^{3/2}} \right] dX \end{aligned} \quad (11-4)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{Pa}{E t_h} T_2 = \frac{\sigma_2}{E} \quad (11-5)$$

$$\begin{aligned} T_2 = \frac{2V_0 V_2 + 2F_0 F_2 + V_1^2 + F_1^2}{2\sqrt{V_0^2 + F_0^2}} \\ - \frac{(V_0 V_1 + F_0 F_1)^2}{2(V_0^2 + F_0^2)^{3/2}} \end{aligned} \quad (11-6)$$

$$Y_2 = Y_u = 0 \quad (X=0, 2) \quad (11-7)$$

$$\begin{aligned} \int_0^2 \left[-\frac{1}{2M} \left(\frac{dY_0}{dX} \right)^2 \left(\frac{dY_1}{dX} \right)^2 N^{-3/2} \right. \\ \left. + \left\{ -\frac{1}{M^2} \frac{Pa}{E t_h} T_1 \frac{dY_0}{dX} \frac{dY_1}{dX} + \frac{1}{2M} \left(\frac{dY_1}{dX} \right)^2 \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{M} \frac{dY_0}{dX} \frac{dY_2}{dX} \right\} N^{-1/2} + \left\{ -\frac{1}{M^2} \frac{Pa}{E t_h} T_2 \right. \right. \end{aligned}$$

$$+\frac{1}{M^3}\left(\frac{Pa}{Eh}\right)^2 T_1^2\} N^{1/2}\} dX=0 \quad (11-8)$$

但し、

$$N=1+(dY_0/dX)^2$$

3.2 各オーダーの解

3.2.1 0次解 本項では(9-1)～(9-8)式に基づき Y_0 , V_0 等を求める。(9-1), (9-2)式を積分して境界条件(9-7)式を考慮すると、下式を得る。

$$V_0=Y_0+V_{A0} \quad (12)$$

$$F_0=-X+F_{A0} \quad (13)$$

ここで V_{A0} , F_{A0} は各々 V_0 , F_0 の A 点での値である。

(12), (13)式を(9-3)式に代入して、変数分離により積分し(9-6)式および境界条件(9-7)式を考慮すると

$$(Y_0+V_{A0})^2+(X-F_{A0})^2=V_{A0}^2+F_{A0}^2=T_{A0}^2 \quad (14-1)$$

$$F_{A0}=1 \quad (14-2)$$

又は

$$(y_0+v_{A0}/P)^2+(x-a)^2=(t_{A0}/P)^2 \quad (14-3)$$

$$f_{A0}=aP \quad (14-4)$$

但し、 T_{A0} , f_{A0} , v_{A0} , t_{A0} は各々 T_0 , f_0 , v_0 , t_0 の A 点における値である。(14-3)式は (x, y) 座標系で $(a, -v_{A0}/P)$ を中心とし t_{A0}/P を半径とする円を表わすすなわち加圧された膜は円弧になることがわかる。膜の加圧前も円弧又は直線状であるから、下式が成り立つ。

$$\begin{aligned} a/r_0 &= 2h_0a/(a^2+h_0^2) \\ a/r_u &= 2h_u a/(a^2+h_u^2) \end{aligned} \quad (15)$$

ここで r_u , r_0 は加圧前後の半径, h_u , h_0 は加圧前後の中心点の高さである。ここで以下の無次元パラメータを定義する。

$$\beta=a/r_0, \beta_u=a/r_u \quad (16-1)$$

$$R_0=r_0/a, R_u=r_u/a \quad (16-2)$$

(15), (16-1), (16-2)式より R_0 , R_u , β , β_u は下式で表わされる。

$$R_0=1/\beta, R_u=1/\beta_u \quad (16-3)$$

$$\beta=2h_0a/(a^2+h_0^2), \beta_u=2h_u a/(a^2+h_u^2) \quad (16-4)$$

膜の中心高さと両端距離の比が小さいため、 β , β_u は小さい値となる。

$X=1$, $Y_0=h_0/a$ を(14-1)式に代入し(14-2)式を考慮すると、下式を得る。

$$V_{A0}=(a/h_0-h_0/a)/2 \quad (17-1)$$

(16-4)式を考慮すると、 V_{A0} は以下となる。

$$V_{A0}=\sqrt{1-\beta^2}/\beta \quad (17-2)$$

$$=1/\beta-\beta/2-\beta^3/8+\dots \quad (17-3)$$

(14-2), (17-2)式を(14-1)式に代入して $Y_0 \geq 0$ を考慮すると

$$Y_0=(\sqrt{1-\beta^2(X-1)^2}-\sqrt{1-\beta^2})/\beta \quad (18-1)$$

β の級数で表わすと

$$Y_0=\sum_{n=1,3,5,\dots} Y_{0,n} \beta^n = -(\beta/2)\{(X-1)^2-1\} - (\beta^3/8)\{(X-1)^4-1\} + \dots \quad (18-2)$$

(12), (13)式を(9-6)式に代入し、(14-1)式を考慮すると

$$T_0^2=V_{A0}^2+F_{A0}^2=T_{A0}^2 \quad (19)$$

(14-2), (17-2)式を(19)式に代入し、 $T \geq 0$ を考慮すると

$$T_0=1/\beta \quad (20)$$

すなわち膜力 T_0 は場所によらず一定である。

(17-2), (18-1), (14-2)式を(12), (13)式に代入すると

$$\begin{aligned} V_0 &= \sqrt{1-\beta^2(X-1)^2}/\beta \quad (21-1) \\ &= \sum_{n=-1,1,3,\dots} V_{0,n} \beta^n = 1/\beta - (\beta/2)(X-1)^2 - (\beta^3/8)(X-1)^4 + \dots \end{aligned} \quad (21-2)$$

$$F_0=1-X \quad (22)$$

膜力 T_0 は一定であるから(9-8)式を変形すると

$$L_u \cdot (1+PaT_0/(Eh)) = \int_0^2 (1+(dY_0/dX)^2)^{1/2} dX \quad (23)$$

(23)式の右辺は、変形後の膜の長さ $L_0=l_0/a$ を表わす。(23)式を変形すると

$$(L_0-L_u)/L_u=(l_0-l_u)/l_u=PaT_0/(Eh) \quad (24)$$

膜の変形前後の形状より、以下の関係が成り立つ。

$$l_0=2r_0 \sin^{-1}(a/r_0) \quad (25)$$

$$l_u=2r_u \sin^{-1}(a/r_u) \quad (26)$$

(15), (25), (26)式より r_0 , r_u を消去して(24)式に代入し、(16-4), (20)式を考慮すると

$$\frac{Pa}{Eh} = \frac{\beta_u}{\sin^{-1}\beta_u} \sin^{-1}\beta - \beta \quad (27)$$

β_u と β は以下の関係が成り立つ。

$$\beta_u = k\beta \quad (0 \leq k \leq 1) \quad (28)$$

(28)式を(27)式に代入して β の級数で表わすと

$$\frac{Pa}{Eh} = \frac{1-k^2}{6} \beta^3 - \frac{17k^4+10k^2-27}{360} \beta^5 + \dots \quad (29)$$

(27)式を(9-5)式に代入し(20)式を考慮すると

$$\epsilon_0 = \frac{\beta_u}{\sin^{-1}\beta_u} \frac{\sin^{-1}\beta}{\beta} - 1 \quad (30)$$

(28)式を(30)式に代入すると ϵ_0 は β の級数として以下で表わされる。

$$\epsilon_0 = \frac{1-k^2}{6} \beta^2 - \frac{17k^4+10k^2-27}{360} \beta^4 + \dots \quad (31)$$

σ_0 は(30)式を(9-5)式に代入して得られる。また S_0

は(18-1)式又は(18-2)式を(9-4)式に代入して得られ、これを β の級数で表わすと下式を得る.

$$S_0 = X + (1/6)((X-1)^3 + 1)\beta^2 + \dots \quad (32)$$

ベース放物線 y_b に対する膜の鏡面誤差 $d(\geq 0)$ を以下で定義する.

$$d^2 = \frac{1}{2a} \int_0^{2a} (y_0 - y_b)^2 dx \quad (33)$$

$$y_b = (h_b/a^2)(-x^2 + 2ax) \quad (34)$$

(33)式の両辺を a^2 で除して、(18-1)、(34)式を考慮すると、下式が得られる.

$$\begin{aligned} \left(\frac{d}{a}\right)^2 &= \frac{8}{15} \left(\frac{h_b}{a}\right)^2 - \left(\frac{h_b}{a}\right) \left[-\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{3\beta} - \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{4\beta^3} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(1-\beta^2)^{3/2}}{2\beta^3} + \frac{\sin^{-1}\beta}{\beta^2} - \frac{\sin^{-1}\beta}{4\beta^4} \right] \\ &\quad + \frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\beta^3} \sin^{-1}\beta \end{aligned} \quad (35)$$

3.2.2 1次解 本項では(10-1)~(10-8)式に基づき Y_1 , V_1 等を求める。(10-1)、(10-2)式を積分し(10-7)式を考慮すると

$$Y_1 = Y_1 - S_0 \cos \theta + V_{A1} \quad (36)$$

$$F_1 = -S_0 \sin \theta + F_{A1} \quad (37)$$

(12)、(36)、(37)式を(10-3)式に代入して積分し、 $Y_0 = Y_1 = 0$ ($X=0$)を考慮すると

$$\begin{aligned} Y_1(Y_0 + V_{A0}) &= \int_0^X S_0 \frac{dY_0}{dX} \cos \theta dX \\ &\quad + F_{A1}X - V_{A1}Y_0 \\ &\quad - \int_0^X S_0 \sin \theta dx \end{aligned} \quad (38)$$

$Y_0 = Y_1 = 0$ ($X=2$)を上式に代入すると、

$$F_{A1} = -\frac{1}{2} \cos \theta \int_0^2 S_0 \frac{dY_0}{dX} dX + \frac{1}{2} \int_0^2 S_0 \sin \theta dX \quad (39)$$

(18-2)、(32)式を(39)式に代入すると、

$$\begin{aligned} F_{A1} &= F_{A1,0} + F_{A1,1}\beta + F_{A1,2}\beta^2 + \dots \\ F_{A1,0} &= \sin \theta, \quad F_{A1,1} = (\cos \theta)/3 \\ F_{A1,2} &= (\sin \theta)/6 \end{aligned} \quad (40)$$

(32)、(40)式を(37)式に代入すると、

$$\begin{aligned} F_1 &= F_{1,0} + F_{1,1}\beta + F_{1,2}\beta^2 + \dots \\ F_{1,0} &= (1-X) \sin \theta, \quad F_{1,1} = (\cos \theta)/3 \\ F_{1,2} &= -(1/6)(X-1)^3 \sin \theta \end{aligned} \quad (41)$$

(17-2)、(18-1)式より

$$\begin{aligned} (Y_0 + V_{A0})^{-1} &= \beta / \sqrt{1-\beta^2(X-1)^2} \\ &= \beta + (1/2)(X-1)^2\beta^3 \\ &\quad + (3/8)(X-1)^4\beta^5 + \dots \end{aligned} \quad (42)$$

V_{A1} は β の級数として以下で表わされるものとする.

$$V_{A1} = V_{A1,-1}\beta + V_{A1,0} + V_{A1,1}\beta + V_{A1,2}\beta^2 + \dots \quad (43)$$

(18-2)、(32)、(40)、(42)、(43)式を(38)式に代入す

ると下式を得る.

$$\begin{aligned} Y_1 &= Y_{1,0} + Y_{1,1}\beta + Y_{1,2}\beta^2 + \dots \\ Y_{1,0} &= 0, \quad Y_{1,1} = (X - X^2/2)(\sin \theta - V_{A1,-1}) \\ Y_{1,2} &= -\frac{\cos \theta}{3} X^3 + \frac{\cos \theta + V_{A1,0}}{2} X^2 \\ &\quad + \left(\frac{\cos \theta}{3} - V_{A1,0} \right) X \end{aligned} \quad (44)$$

(32)、(43)、(44)式を(36)式に代入すると、

$$\begin{aligned} V_1 &= V_{1,-1}\beta + V_{1,0} + V_{1,1}\beta + \dots \\ V_{1,-1} &= V_{A1,-1}, \quad V_{1,0} = V_{A1,0} - X \cos \theta \end{aligned} \quad (45)$$

(21-1)、(21-2)、(22)、(41)、(45)式を(10-6)式に代入すると、

$$\begin{aligned} T_1 &= T_{1,-1}\beta + T_{1,0} + T_{1,1}\beta + \dots \\ T_{1,-1} &= V_{A1,-1}, \quad T_{1,0} = V_{A1,0} - X \cos \theta \end{aligned} \quad (46)$$

(18-2)式を考慮すると下式が成り立つ.

$$\begin{aligned} \sqrt{1+(dY_0/dX)^2} &= 1 + (1/2)(X-1)^2\beta^2 + \dots \\ (1+(dY_0/dX)^2)^{-1/2} &= 1 - (1/2)(X-1)^2\beta^2 + \dots \\ (1+(dY_0/dX)^2)^{-3/2} &= 1 - (3/2)(X-1)^2\beta^2 + \dots \end{aligned} \quad (47)$$

(20)、(27)式より $M=1+T_0Pa/(Et_h)$ は X に依存しない。(10-8)式の積分関係式の両辺に M^2 を乗じ(18-2)、(20)、(29)、(44)、(46)、(47)式を代入して β の巾級数で表わすと β^2 の項が最小項となり β^2 , β^3 の係数の関係式 $0(\beta^2)$, $0(\beta^3)$ は以下となる.

$$0(\beta^2): \int_0^2 \left[\frac{k^2-1}{6} T_{1,-1} - (X-1) \frac{dY_{1,1}}{dX} \right] dX = 0 \quad (48)$$

$$0(\beta^3): \int_0^2 \left[\frac{k^2-1}{6} T_{1,0} - (X-1) \frac{dY_{1,2}}{dX} \right] dX = 0 \quad (49)$$

(44)、(46)式を(48)、(49)式に代すると、

$$V_{A1,-1} = -2(\sin \theta)/(k^2-3) \quad (50)$$

$$V_{A1,0} = \cos \theta \quad (51)$$

(50)、(51)式を(44)~(46)式に代入すると Y_1 , V_1 , T_1 は以下で表わされる.

$$\begin{aligned} Y_1 &= Y_{1,1}\beta + Y_{1,2}\beta^2 + \dots \\ Y_{1,1} &= \left(X - \frac{X^2}{2} \right) \frac{k^2-1}{k^2-3} \sin \theta \\ Y_{1,2} &= -\frac{\cos \theta}{3} X(X-1)(X-2) \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} V_1 &= V_{1,-1}\beta + V_{1,0} + \dots \\ V_{1,-1} &= -\frac{2}{k^2-3} \sin \theta, \quad V_{1,0} = (1-X) \cos \theta \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} T_1 &= T_{1,-1}\beta + T_{1,0} + \dots \\ T_{1,-1} &= -\frac{2}{k^2-3} \sin \theta, \quad T_{1,0} = (1-X) \cos \theta \end{aligned} \quad (54)$$

(29), (54)式を(10-5)式に代入すると下式を得る.

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \varepsilon_{1,2}\beta^2 + \varepsilon_{1,3}\beta^3 + \cdots \\ \varepsilon_{1,2} &= \frac{1-k^2}{3(3-k^2)}, \quad \varepsilon_{1,3} = \frac{1-k^2}{6}(1-X)\cos\theta \quad (55)\end{aligned}$$

σ_1 は(55)式を(10-5)式に代入して得られる.

(18-2), (47), (52)式を(10-4)式に代入すると

$$\begin{aligned}S_1 &= S_{1,2}\beta^2 + S_{1,3}\beta^3 + \cdots \\ S_{1,2} &= \frac{(X-1)^3+1}{3} \frac{k^2-1}{k^2-3} \sin\theta \\ S_{1,3} &= (1/12)(\cos\theta)X(X-2)(3X^2-6X+4) \quad (56)\end{aligned}$$

3.2.3 2次解 本項では(11-1)~(11-8)式に基づき Y_2 , V_2 等を求める. (11-1), (11-2)式を積分し(11-7)式を考慮すると

$$V_2 = Y_2 - S_1 \cos\theta + V_{A2} \quad (57)$$

$$F_2 = -S_1 \sin\theta + F_{A2} \quad (58)$$

(12), (36), (57), (58)式を(11-3)式に代入して積分し $Y_0 = Y_1 = Y_2 = 0$ ($X=0$) を考慮すると

$$\begin{aligned}Y_2(Y_0 + V_{A0}) &= \int_0^X S_1 \frac{dY_0}{dX} \cos\theta dX \\ &\quad + F_{A2}X - V_{A2}Y_0 \\ &\quad - \int_0^X S_1 \sin\theta dx - V_{A1}Y_1 - Y_1^2/2 \\ &\quad + \int_0^X S_0 \frac{dY_1}{dX} \cos\theta dX \quad (59)\end{aligned}$$

$Y_0 = Y_1 = Y_2 = 0$ ($X=2$) を上式に代入すると,

$$\begin{aligned}F_{A2} &= -\frac{1}{2} \cos\theta \int_0^2 S_1 \frac{dY_0}{dX} dX + \frac{1}{2} \int_0^2 S_1 \sin\theta dX \\ &\quad - \frac{1}{2} \int_0^2 S_0 \frac{dY_1}{dX} \cos\theta dX \quad (60)\end{aligned}$$

(18-2), (32), (52), (56)式を(60)式に代入すると,

$$\begin{aligned}F_{A2} &= F_{A2,1}\beta + F_{A2,2}\beta^2 + \cdots \\ F_{A2,1} &= \frac{(k^2-1)\sin\theta\cos\theta}{3(k^2-3)} \\ F_{A2,2} &= \frac{(k^2-1)\sin^2\theta}{3(k^2-3)} \quad (61)\end{aligned}$$

(56), (61)式を(58)式に代入すると,

$$\begin{aligned}F_2 &= F_{2,1}\beta + F_{2,2}\beta^2 + \cdots \\ F_{2,1} &= \frac{(k^2-1)\sin\theta\cos\theta}{3(k^2-3)} \\ F_{2,2} &= -\frac{(k^2-1)(X-1)^3\sin^2\theta}{3(k^2-3)} \quad (62)\end{aligned}$$

V_{A2} は β の級数として以下で表わされるものとする.

$$V_{A2} = V_{A2,-1}/\beta + V_{A2,0} + V_{A2,1}\beta + V_{A2,2}\beta^2 + \cdots \quad (63)$$

(18-2), (32), (42), (43), (52), (56), (61), (63)式を(59)式に代入すると下式を得る.

$$\begin{aligned}Y_2 &= Y_{2,0} + Y_{2,1}\beta + Y_{2,2}\beta^2 + \cdots \\ Y_{2,0} &= 0\end{aligned}$$

$$Y_{2,1} = -V_{A1,-1}Y_{1,1} - V_{A2,-1}Y_{0,1}$$

$$\begin{aligned}Y_{2,2} &= \int_0^X X \frac{dY_{1,1}}{dX} \cos\theta dX - V_{A1,0}Y_{1,1} \\ &\quad - V_{A1,-1}Y_{1,2} - V_{A2,0}Y_{0,1} + F_{A2,1}X \quad (64)\end{aligned}$$

(56), (63), (64)式を(57)式に代入すると,

$$\begin{aligned}V_2 &= V_{2,-1}/\beta + V_{2,0} + V_{2,1}\beta + \cdots \\ V_{2,-1} &= V_{A2,-1}, \quad V_{2,0} = V_{A2,0} \quad (65)\end{aligned}$$

(21-1), (21-2), (22), (41), (53), (62), (65)式を(11-6)式に代入すると,

$$\begin{aligned}T_2 &= T_{2,-1}/\beta + T_{2,0} + T_{2,1}\beta + \cdots \\ T_{2,-1} &= V_{A2,-1}, \quad T_{2,0} = V_{A2,0} \quad (66)\end{aligned}$$

(11-8)式の両辺に M^2 を乗じ, (18-2), (20), (21-2), (29), (47), (52), (54), (64), (66)式を代入して β の級数で表わすと, β^2 の項が最小の項となり $0(\beta^2)$, $0(\beta^3)$ は以下となる.

$$\begin{aligned}0(\beta^2) &: -\int_0^2 \frac{1-k^2}{6} T_{2,-1} dX \\ &\quad + \int_0^2 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{dY_{1,1}}{dX} \right)^2 + \frac{dY_{0,1}}{dX} \frac{dY_{2,1}}{dX} \right] dX = 0 \quad (67-1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}0(\beta^3) &: -\int_0^2 \frac{1-k^2}{6} T_{2,0} dX + \int_0^2 \frac{dY_{1,1}}{dX} \frac{dY_{1,2}}{dX} dX \\ &\quad + \int_0^2 \frac{dY_{0,1}}{dX} \frac{dY_{2,2}}{dX} dX = 0 \quad (67-2)\end{aligned}$$

(18-2), (52), (64), (66)式等を使用して(67-1), (67-2)式を解くと $V_{A2,-1}$, $V_{A2,0}$ は以下となる.

$$V_{A2,-1} = -\frac{(k^2+3)(k^2-1)}{(k^2-3)^3} \sin^2\theta, \quad V_{A2,0} = 0 \quad (68)$$

(18-2), (50), (51), (52), (61), (68)式を(64), (65), (66)式に代入すると, Y_2 , V_2 , T_2 は以下となる.

$$\begin{aligned}Y_2 &= Y_{2,1}\beta + Y_{2,2}\beta^2 + \cdots \\ Y_{2,1} &= \frac{3(k^2-1)^2}{(k^2-3)^3} \left(X - \frac{X^2}{2} \right) \sin^2\theta \\ Y_{2,2} &= -\frac{1}{3} \frac{k^2+1}{k^2-3} X(X-1)(X-2) \sin\theta \cos\theta \quad (69)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}V_2 &= V_{2,-1}/\beta + V_{2,0} + \cdots \\ V_{2,-1} &= -\frac{(k^2+3)(k^2-1)}{(k^2-3)^3} \sin^2\theta, \quad V_{2,0} = 0 \quad (70)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}T_2 &= T_{2,-1}/\beta + T_{2,0} + \cdots \\ T_{2,-1} &= -\frac{(k^2+3)(k^2-1)}{(k^2-3)^3} \sin^2\theta, \quad T_{2,0} = 0 \quad (71)\end{aligned}$$

(18-2), (44), (69)式を(11-4)式に代入すると S_2 が得られる. また ε_2 , σ_2 は(27), (71), (11-5)式より得られる.

4. 計算結果

4.1 圧力による変形挙動 (16-4), (27)式に基づ

き, 中心高さ h_u/a , h_0/a と圧力 $Pa/(Et_h)$ の関係を第2図に示す. $h_u/a=0$ のとき h_0/a は, 圧力が増加すると急激に立ち上がった後, 緩やかに直線的に増加する. h_u/a が増加すると初期の立ち上がり傾向がなくなる. (27)式及びその両辺を P で微分した関係式等に基づき, 圧力 $Pa/(Et_h)$, 初期中心高さ h_u/a , と中心高さの圧力に対する変化率 $(Et_h/a^2)\partial h_0/\partial P$ の関係を求め第3図に示す. $Pa/(Et_h)$ 及び h_u/a が増加すると $(Et_h/a^2)\partial h_0/\partial P$ は減少することがわかる. (16-4)式より h_0/a と β の関係を求め第4図に示す. h_0/a が図に示す範囲では(16-4)式による β はほぼ $\beta=2h_0/a$ に等しい. β_u と h_u/a の関係も上記と同様である. (27), (35)式及び(16-4)式に基づきベース放物線 ($h_u/a=0.1$) に対する鏡面誤差 d/a に及ぼす初期高さ h_u/a 及び圧力 Pa/Et_h の影響を第5図に示す. 図では加圧前の膜面はベース放物線の内側にあり, 鏡面誤差は圧力を増加させると減少し, 最小値(≈ 0)をとった後増加することがわかる. 鏡面誤差を最小にするとき

の圧力は, 初期高さが高いほど小さくなっている.

4.2 加圧膜に対する重力の影響 (52), (69)式より $Y_{1,1}$, $Y_{1,2}$, $Y_{2,1}$, $Y_{2,2}$ 等を以下で表わす(簡単のため, ここでは Y_{ij} は $Y_{i,j}$ を意味するものとする).

第4図 中心点高さ h_0/a と β の関係

第2図 圧力と中心高さの関係

第5図 鏡面誤差の圧力による変化

第3図 圧力 Pa/Et_h , 初期高さ h_u/a と中心高さ変化率 $Et_h/a^2 \cdot \partial h_0/\partial P$ の関係

第6図 K_{ij} と k の関係

$$\left. \begin{aligned} Y_{11} &= K_{11} \Theta_{11} \Phi_{11}, \quad \Phi_{11} = X - X^2/2 \\ K_{11} &= (k^2 - 1)/(k^2 - 3), \quad \Theta_{11} = \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (72-1)$$

$$\left. \begin{aligned} Y_{12} &= K_{12} \Theta_{12} \Phi_{12}, \quad \Phi_{12} = -X(X-1)(X-2) \\ K_{12} &= 1/3, \quad \Theta_{12} = \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (72-2)$$

$$\left. \begin{aligned} Y_{21} &= K_{21} \Theta_{21} \Phi_{21}, \quad \Phi_{21} = -X + X^2/2 \\ K_{21} &= 3(k^2 - 1)^2/(-k^2 + 3)^3, \quad \Theta_{21} = \sin^2 \theta \\ Y_{22} &= K_{22} \Theta_{22} \Phi_{22}, \quad \Phi_{22} = X(X-1)(X-2) \\ K_{22} &= (1/3) \cdot (k^2 + 1)/(3 - k^2), \quad \Theta_{22} = \sin \theta \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (72-3)$$

$$(72-4)$$

すなわち $Y_{ij}(i, j=1, 2)$ は各々 k, θ, X の関数 $K_{ij}, \Theta_{ij}, \Phi_{ij}$ の積で表わされる。 K_{ij}, Θ_{ij} をそれぞれ第6図及び第7図に示す。また Φ_{ij} を第8図に示す。 Φ_{11} は $X=1$ を中心軸とし X 軸上の点 $X=0, 2$ を通る2次曲線であり、 Φ_{12} は X 軸上の点 $X=0, 1, 2$ を通る3次曲線である。 Φ_{21}, Φ_{22} はそれぞれ Φ_{11}, Φ_{12} と符号が逆である。

(72-1)式より $k=0$ (初期形状がフラットな膜面に対応する)のときの重力方向 $\theta, x/a$ と $y_{11}/a(=Y_{11})$ の

第7図 Θ_{ij} と θ の関係

第8図 Φ_{ij} と X の関係

関係を求め第9図に示す。 y_{11}/a は $x/a=1$ を中心軸とし x/a 軸上の点 $x/a=0, 2$ を通る2次曲線であり、 $\theta=0^\circ$ のとき(膜を垂直に立てた場合)、 $y_{11}/a=0$ 、また $\theta=\pm 90^\circ$ のとき(水平配置の場合)、 y_{11}/a の絶対値は最大となる。(72-1)式及び第6図より、 k が増加すると y_{11}/a の絶対値は小さくなるのがわかる。(72-2)式より $\theta, x/a$ と $y_{12}/a(=Y_{12})$ の関係を第10図に示す。 y_{12}/a は x/a 軸上の点 $x/a=0, 1, 2$ を通る3次曲線であり、膜を垂直に立てた場合その絶対値は最大となり、水平配置の場合には0になる。また(72-2)式より y_{12}/a は k に依存しないことがわかる。

膜の変形形状 $Y(=y/a)$ は以下で表わされる。

$$Y = Y_0 + \Delta Y, \quad \Delta Y = Y_1 \alpha + Y_2 \alpha^2 + \dots \quad (73)$$

また $\Delta Y_a, \Delta Y_b$ を以下で定義する。

$$\Delta Y_a = Y_1 \alpha, \quad \Delta Y_b = Y_1 \alpha + Y_2 \alpha^2 \quad (74)$$

(52), (69), (74)式を使用して $k=0, \beta=0.1, \alpha=0.2$ のときの $x/a, \theta$ と $\Delta Y_a/\alpha, \Delta Y_b/\alpha$ の関係(例)(Y_1, Y_2 は β の2次まで考慮)を第11図に示す。第12図は(18-1), (52), (74)式に基づいた垂直配置膜の変形形状(例)($\Delta Y = \Delta Y_a$ とし Y_1 は β の2次まで考慮)を示す。重力による変形誤差 $e(e \geq 0)$ を以下で定義する。

第9図 $x/a, \theta$ と y_{11}/a の関係

第10図 $x/a, \theta$ と y_{12}/a の関係

$$e^2 = \frac{1}{2a} \int_0^{2a} (\Delta y)^2 dx \quad (75)$$

ここで $\Delta y = a \Delta Y$ である。 $\delta = e/a$ とすると (75) 式は以下となる。

第11図 x/a , θ と $\Delta Y_a/a$, $\Delta Y_b/a$ の関係

第12図 膜面の変形形状

第13図 α , θ の変形誤差 δ_a , δ_b に及ぼす影響

$$\delta^2 = \frac{1}{2} \int_0^2 (\Delta Y)^2 dX \quad (76)$$

(52) 式で β^2 までの項を残して, $\Delta Y = \Delta Y_a$ とした場合の変形誤差 $\delta_a (\geq 0)$ は下式で与えられる。

$$\delta_a^2 = \left[\frac{2}{15} \left(\frac{k^2-1}{k^2-3} \right)^2 \sin^2 \theta \beta^2 + \frac{8}{945} \cos^2 \theta \beta^4 \right] \alpha^2 \quad (77)$$

(52), (69) 式で β^2 までの項を残し, $\Delta Y = \Delta Y_b$ とした場合の変形誤差 $\delta_b (\geq 0)$ は下式で表わされる。

$$\delta_b^2 = \left[\frac{2}{15} \left(\frac{k^2-1}{k^2-3} \right)^2 \sin^2 \theta \beta^2 \left\{ 1 + \frac{3(k^2-1)}{(k^2-3)^2} \sin^2 \theta \alpha \right\} + \frac{8}{945} \cos^2 \theta \beta^4 \left\{ 1 + \frac{k^2+1}{k^2-3} \sin^2 \theta \alpha \right\} \right] \alpha^2 \quad (78)$$

(77) 式より, δ_a は明らかに α , β の増加関数であり, k の減少関数である。また (78) 式より, δ_b は β の増

第14図 β , θ と δ_a/a , δ_b/a の関係

第15図 k , θ と変形誤差 δ_a/a , δ_b/a

加関数であり、さらに α が小さい値のとき、 δ_b は α の増加関数であることが容易に示される。(77), (78)式より $\theta=0$ のときは変形誤差は k によらず $\delta_a/\alpha = \delta_b/\alpha$ となる。 α , θ と δ_a , δ_b の関係(例)を第13図に、 β , θ と δ_a/α , δ_b/α の関係(例)を第14図に、また k , θ と δ_a/α , δ_b/α の関係(例)を第15図に示す。第13図, 第14図において α , β を増加させると δ_a , δ_b は増加する。第15図において $\theta=90^\circ$, 30° のとき、 k が増加すると δ_a/α , δ_b/α は減少する。 $\theta=0$ のときは δ_a/α と δ_b/α は等しく一定値をとる。さらに(77)式より δ_a/α は θ の正負によらないことがわかる。また(78)式で、 $\theta \geq 0$ 及び $\theta \leq 0$ のときの δ_b/α をそれぞれ、 $\delta_b(+|\theta|)/\alpha$, $\delta_b(-|\theta|)/\alpha$ とすると下式が成り立つ。

$$\delta_b(+|\theta|)/\alpha \leq \delta_a/\alpha \leq \delta_b(-|\theta|)/\alpha \quad (79)$$

(77)式を変形すると下式を得る。

$$\delta_a^2 = [C \sin^2 \theta + (8/945)\beta^4]\alpha^2$$

第16図 重力方向 θ , k と変形誤差 δ_a/α , δ_b/α

第17図 β と k_{cr} の関係

$$C = \frac{2}{15} \left(\frac{k^2 - 1}{k^2 - 3} \right)^2 \beta^2 - \frac{8}{945} \beta^4 \quad (80)$$

上式より $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ とすると、 δ_a/α の最小値に関して以下が成り立つ。

- $C > 0$ のとき δ_a/α は $\theta=0$ で最小値をとる。
- $C < 0$ のとき δ_a/α は $\theta=\pm 90^\circ$ で最小値をとる。
- $C=0$ のとき δ_a/α は θ によらない。

θ , k と δ_a/α , δ_b/α の関係(例)を第16図に示す(k が0, 0.9, 0.98, 1.0のときは δ_a/α , δ_b/α を、 k がその他の値のときは δ_a/α を示す)。本図では k がクリティカル値 k_{cr} (k_{cr} : $C=0$ とする k の値であり、この場合 $k_{cr} \approx 0.974$ となる)以上のとき $C < 0$ となり、 δ_a/α は $\theta=\pm 90^\circ$ で最小値をとる。また k が k_{cr} 以下のときは($C > 0$)、 δ_a/α は $\theta=0$ で最小値をとり、 k が k_{cr} のときは($C=0$)、 δ_a/α は θ に依存せず一定となる。また第16図において、 δ_a/α と δ_b/α は(79)式の関係を満たしていることがわかる。第17図に β と k_{cr} の関係を示す。

5. ま と め

一次元的な膜面モデルに圧力及び重力が負荷された場合の膜の変形挙動に関する解析を行い、関連するパラメータ間の関係を明らかにした。主な結論を以下に示す。

(1) 初期形状がフラット又は円弧状の一次元的な膜面モデルに圧力が負荷された場合の変形挙動を解析的に求め、圧力、張力、中心高さ等のパラメータ間の関係を明らかにした。

(2) 膜に圧力が負荷された状態で重力が加わった場合の変形量を、重力/圧力比 α 、及び中心高さと両端距離の比が小さいものとして摂動法により解析し、 α , β (両端距離と加圧後の円弧の半径の比の1/2)、 k (加圧前後の β の比)、及び θ (重力の方向)の変形形状及び変形誤差に及ぼす影響を明らかにした。

(3) 加圧状態で重力が加わった場合の、重力による膜の変形量は x (位置座標)の2次式及び3次式の組合せで表わされる。膜が水平に配置されている場合は2次式で、また垂直配置の場合は3次式で表わされる。

(4) 加圧状態で重力が加わった場合の重力による変形誤差 δ_a , δ_b を求めた(δ_a : α の1次及び β の2次項まで考慮、 δ_b : α 及び β の2次項まで考慮)。 δ_a , δ_b は、 α , β の増加関数である。従って膜に加わる重力/圧力比が大きい程、また中心高さと両端距離の比が大きい程、変形誤差は増加する。

(5) 変形誤差 δ_a/α は、 k の減少関数であり、 k が大きいと(加圧による変形量が小さいと) δ_a/α は小さ

くなる。

(6) k が k_{cr} ($k_{cr} : \beta$ で定まる値) 以上のとき δ_a/α は, $\theta = \pm 90^\circ$ (水平配置膜) で最小となる。 k が k_{cr} 以下のとき δ_a/α は $\theta = 0^\circ$ (垂直配置膜) で最小となる。 k が k_{cr} のときは δ_a/α は θ に依存しない。 さらに δ_a/α は θ の正負によらない。

参考文献

1) Reibaldi, G. G. and Bernasconi, M. C.: Quasat Program: the ESA Reflector, IAF-85-400, 36th Congress of the International Astronautical Federation, Stockholm,

1985.

- 2) Kato, S., Tekeshita, Y., Sakai, Y., Muragishi, M., Shibayama, Y. and Natori, M.: Concept of Inflatable Elements Supported by Truss Structure for Reflector Application, IAF-88-274, 39th Congress of the International Astronautical Federation, Bangalore, India, 1988; also Acta Astronautica, 19, 6/7 (1989), pp. 539-553.
- 3) Natori, M., Kato, S., Muragishi, O. and Ohnishi, T.: Design and Development of a Modularized Inflatable Reflector, AIAA-90-0998, 31st AIAA/ASME/ASCE/AHS Structures Structural Dynamics and Material Conference, Long Beach, CA, 1990, pp.2164-2172.
- 4) Wilson, P. E. and Slick, E. M.: Finite Deformation of a Pressurized Membrane Strip, J. Applied Mechanics, June 1965, pp.451-453.