論文 CONTRIBUTED PAPERS

非線形飛行経路制御系のサンプリング周期の限界^{*1} Limit of Sampling Periods for Nonlinear Flight Trajectory Controller of Aircraft

馬場 順昭^{*2}・里 中 一 哉^{*2}
Yoriaki BABA and Kazuya SATONAKA

Key Words: Aircraft, Guidance and Control, Singular Perturbation Theory, Sampling Period

Abstract

In this paper, first, the nonlinear flight trajectory controller for an aircraft is designed using singular perturbation theory. The control system consists of a slow-time scale subsystem and a fast-time scale subsystem. Since a digital computer is used to realize these subsystems, they are reduced to digital control systems. Then, the sampling periods for which the subsystems become stable are computed using linear discrete-time control theory. They are the good criteria for selection of the sampling periods for the flight controller.

1. 序 論

著者の一人は、前論文¹⁾において航空機を与えた経路に沿って誘導するための飛行制御系のアルゴリズムを提案したが、これを実機に適用するには机上計算機で操舵入力を計算しなければならない。この時、サンプリング周期をどの程度にするかは大きな問題である。飛行経路制御系は元々連続系なのでサンプリング周期は小さいほど正しい制御ができるが、任意経路を飛行するための操舵入力の計算量は大変多いのでサンプリング周期はあまり小さくできない。また、サンプリング周期を大きくすると計算機にかかる負担は軽くなるが、飛行経路制御系が不安定になる可能性がある。

ところで、Menon らは Kelley²⁾と Chow³⁾らの考えをもとに飛行試験の軌道制御系の設計に特異摂動法を用いた⁴⁾。この方法を用いると、すべての状態を同じサンプリング周期で制御する必要はなく、ファストタイムスケールサブシステム（ファストシステム）だけ

を短い周期で制御し、スロータイムスケールサブシステム（スローシステム）は長い周期で制御することが可能である。

そこで、本論文では計算機の負担を軽くするため Menon らと同様の特異摂動法を著者のアルゴリズムに適用する。しかし、Menon らはサンプリング周期の大きさについては何も述べていないので、本論文では線形離散値制御理論を用いて、各サブシステムの安定限界を与えるサンプリング周期を求める式を導く。最後に小型高性能機がバレルロール運動をする場合のシミュレーションを行い、安定限界を与える周期について理論値と実際の値を比較する。

主 な 記 号

t : 時間
 z : z 変換演算子
 K_R, K_V, K_A, K_γ : 誘導ゲイン
 ρ : 空気密度
 g : 重力加速度
 m : 機体の質量
 S : 主翼面積
 b : 主翼の翼幅
 $\bar{c}$: 主翼の平均空力翼弦
 I_x, I_y, I_z : 機体軸まわりの慣性モーメント
 I_{xz} : 機体軸まわりの慣性乗積
 l, M, N : 機体軸まわりの空気力によるモーメント
 p, q, r : 機体軸まわりの角速度成分
 ψ, θ, φ : オイラー角
 V : 飛行速度
 α : 迎角

^{*1} 平成 3 年 10 月 8 日、第 29 回飛行機シンポジウムにて発表。平成 3 年 12 月 17 日原稿受理

^{*2} 防衛大学校航空宇宙工学科

β : 横すべり角
 X_E, Y_E, Z_E : 航空機の位置
 L : 揚力
 D : 抗力
 Y : 横力
 T : 推力
 q_1 : 動圧
 C_L : 揚力係数
 C_D : 抗力係数
 C_Y : 横力係数
 $\delta_e, \delta_a, \delta_r$: 昇降舵, 補助翼, 方向舵の舵角
 C_l, C_m, C_n : 機体軸まわりのモーメント係数

$Z_a, Y_a, M_a, M_q, M_{\dot{a}}$: 有次元安定微係数

L', N' : primed derivative³⁾

添字 $p, q, r, \alpha, \dot{\alpha}, \beta, \delta_e, \delta_a, \delta_r$ はそれぞれの偏微分係数, 添字 0 は迎角 0 のときの値を示す

()_{max}: 最大値

()_{min}: 最小値

2. 特異摂動法を用いた飛行経路制御系の設計

2.1 航空機の運動方程式 航空機の運動を表示するための状態変数として次を用いる.

$V, \alpha, \beta, p, q, r, \psi, \theta, \varphi, X_E, Y_E, Z_E$

これらの中で p, q, r は他の変数に比較し応答が十分速いので p, q, r をファストタイムスケール変数, 他をスロータイムスケール変数とみなす. 他方, 前論文¹⁾で示したように飛行経路制御系の設計に直接利用される運動方程式は $\alpha, \beta, \varphi, p, q, r$ に関するものであり以下に示す. ただし, p, q, r はファストタイムスケール変数とみなすので, Kelley が示したようにこれらの微分方程式には摂動パラメータ μ を導入する.

$$\dot{\alpha} = \{-L - T \sin \alpha + mg(\cos \theta \cos \varphi \cos \alpha + \sin \theta \sin \alpha)\} / (mV \cos \beta) + q - \tan \beta (p \cos \alpha + r \sin \alpha) \quad (1)$$

$$\dot{\beta} = \{Y - T \cos \alpha \sin \beta + mg(\sin \theta \cos \alpha \sin \beta + \cos \theta \sin \varphi \cos \beta - \cos \theta \cos \varphi \sin \alpha \sin \beta)\} / (mV) + p \sin \alpha - r \cos \alpha \quad (2)$$

$$\dot{\varphi} = p + q \sin \varphi \tan \theta + r \cos \varphi \tan \theta \quad (3)$$

$$\mu \dot{p} = \{PI_1 + RI_3 + (e_2 I_1 + g_2 I_3) \delta_a + (e_3 I_1 + g_3 I_3) \delta_r + pq(I_{xz} I_1 - D_x I_3) - qr(D_x I_1 + I_{xz} I_3)\} / I \quad (4)$$

$$\mu \dot{q} = \{QI_4 + f_1 I_4 \delta_e - p^2 I_{xz} I_4 - pr D_y I_4 + r^2 I_{xz} I_4\} / I \quad (5)$$

$$\mu \dot{r} = \{PI_5 + RI_6 + (e_2 I_3 + g_2 I_6) \delta_a$$

$$+ (e_3 I_3 + g_3 I_6) \delta_r + pq(I_{xz} I_3 - D_x I_6) - qr(D_x I_3 + I_{xz} I_6)\} / I \quad (6)$$

ただし,

$$I = I_x I_y I_z - I_y I_{xz}^2, \quad I_1 = I_y I_z, \quad I_3 = I_y I_{xz},$$

$$I_4 = I_x I_z - I_{xz}^2, \quad I_6 = I_x I_y,$$

$$D_x = I_x - I_y, \quad D_y = I_x - I_z, \quad D_z = I_y - I_z,$$

$$e_2 = q_1 Sb C_{l\delta_a}, \quad e_3 = q_1 Sb C_{l\delta_r}, \quad f_1 = q_1 S \bar{c} C_{m\delta_e},$$

$$g_2 = q_1 Sb C_{n\delta_a}, \quad g_3 = q_1 Sb C_{n\delta_r},$$

$$P = q_1 Sb (C_{l\beta} \beta + C_{l\dot{\beta}} \dot{\beta} / 2V + C_{l\dot{r}} \dot{r} / 2V)$$

$$Q = q_1 S \bar{c} (C_{m0} + C_{m\alpha} \alpha + C_{m\dot{\alpha}} \dot{\alpha} / 2V + C_{m\dot{\beta}} \dot{\beta} / 2V)$$

$$\bar{c} \dot{\alpha} / 2V)$$

$$R = q_1 Sb (C_{n\beta} \beta + C_{n\dot{\beta}} \dot{\beta} / 2V + C_{n\dot{r}} \dot{r} / 2V)$$

2.2 特異摂動法 後の説明の便宜上, 特異摂動法を用いた飛行経路制御系の設計の概要を示す³⁾. スロータイムスケール変数とファストタイムスケール変数をそれぞれ次のベクトルで表示する.

$$\mathbf{x} = (V, \alpha, \beta, \psi, \theta, \varphi, X_E, Y_E, Z_E), \quad \mathbf{u} = T$$

$$\mathbf{y} = (p, q, r), \quad \mathbf{w} = (\delta_e, \delta_a, \delta_r)$$

推力は主に V を決め, 三舵の舵角は主に p, q, r を決めるので T はスロータイム変数, $\delta_e, \delta_a, \delta_r$ はファストタイム変数とする. この記号を用いて (1) ~ (6) 式と $V, \psi, \theta, X_E, Y_E, Z_E$ に関する微分方程式 (本文ではこれらの状態変数に関する微分方程式は直接利用しないので省略する) をベクトル表示すると次を得る.

$$\dot{\mathbf{x}} = A_1(\mathbf{x}) + B_1(\mathbf{x})\mathbf{y} + C_1(\mathbf{x})\mathbf{u} \quad (7)$$

$$\mu \dot{\mathbf{y}} = A_2(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + B_2(\mathbf{y}) + C_2(\mathbf{x})\mathbf{w} \quad (8)$$

ここで抗力, 揚力, 横力は各々の舵角の関数でもあり $C_{L\delta_e}, C_{Y\delta_a}, C_{Y\delta_r}$ 等の空力微係数を持つが, 一般にこれらの寄与は小さいので (7) 式ではこれらは無視されている. 特異摂動法によるとスローシステムでは $\mu=0$ において次式を得る.

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}} = A_1(\bar{\mathbf{x}}) + B_1(\bar{\mathbf{x}})\bar{\mathbf{y}} + C_1(\bar{\mathbf{x}})\bar{\mathbf{u}} \quad (9)$$

$$\mathbf{0} = A_2(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}}) + B_2(\bar{\mathbf{y}}) + C_2(\bar{\mathbf{x}})\bar{\mathbf{w}} \quad (10)$$

ここで, 各変数の上部に付した記号 ($\bar{}$) は各変数のスローシステムにおける値である. 飛行運動方程式では (10) 式を $\bar{\mathbf{y}}$ について陽に解けないので, (9) 式において $\bar{\mathbf{u}}$ のほかに $\bar{\mathbf{y}}$ も制御変数とみなして $\bar{\mathbf{x}}$ が目標の値になるような $\bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{y}}$ を求める. これは文献 1) または 6) で示したのと同じ考え方である. 得られた $\bar{\mathbf{y}}$ を (10) 式へ代入すると $\bar{\mathbf{w}}$ が決まる. この $\bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{w}}$ がスローシステムにおける制御入力となる.

ファストシステムではスロータイム変数は一定と考える. またファストタイム変数にはスローモードとファストモードが含まれ, このうちスローモードは一定とする. すなわち

$$\bar{\mathbf{x}} = \text{一定}, \quad \bar{\mathbf{u}} = \text{一定}, \quad \bar{\mathbf{y}} = \text{一定}, \quad \bar{\mathbf{w}} = \text{一定} \quad (11)$$

ここでファストタイム変数のファストモード部を次式

と置く.

$$\Delta y = y - \bar{y}, \quad \Delta w = w - \bar{w} \quad (12)$$

(8)式から(10)式を引いて次を得る.

$$\mu \Delta \dot{y} = A_3(\bar{x}, \Delta y) + B_3(\Delta y) + C_2(\bar{x}) \Delta w \quad (13)$$

これがファストシステムでの式であり, $\Delta y \rightarrow 0$ となるような Δw を求めると, これはファストシステムにおける制御入力となる.

2.3 飛行経路制御系

2.3.1 必要な推力, 迎角, 横すべり角, バンク角
与えられた目標経路の位置座標を X_i, Y_i, Z_i , 速度を V_i , 水平経路角を λ_i , 垂直経路角を γ_i , バンク角を φ_i とする. ただし V_i, λ_i, γ_i は X_i, Y_i, Z_i の時間微分から計算できる⁷⁾. 前論文¹⁾で示したように目標経路を飛行するために必要な力の xyz 成分は次式となる. ただし, xyz 軸は地球固定軸から水平経路角 λ , 垂直経路角 γ , バンク 0 のオイラー角をとって得られた座標軸である.

$$\begin{aligned} F_x = & m \dot{V}_i + K_v m (V_i - V) + mg \sin \gamma \\ & + K_R m \{ (X_i - X_E) \cos \lambda \cos \gamma \\ & + (Y_i - Y_E) \sin \lambda \cos \gamma - (Z_i - Z_E) \sin \gamma \} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} F_y = & m V_i \dot{\lambda}_i \cos \gamma_i + K_\lambda m V_i (\lambda_i - \lambda) \cos \gamma_i \\ & - K_R m \{ (X_i - X_E) \sin \lambda - (Y_i - Y_E) \cos \lambda \} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} F_z = & -m V_i \dot{\gamma}_i - K_\gamma m V_i (\gamma_i - \gamma) - mg \cos \gamma \\ & + K_R m \{ (X_i - X_E) \cos \lambda \sin \gamma \\ & + (Y_i - Y_E) \sin \lambda \sin \gamma + (Z_i - Z_E) \cos \gamma \} \end{aligned} \quad (16)$$

経路角 λ, γ は姿勢角と α, β から次式を用いて得られる⁸⁾

$$\begin{aligned} \lambda = & \tan^{-1} \{ \cos \beta \cos \alpha \sin \psi \cos \theta \\ & + \sin \beta (\sin \psi \sin \theta \sin \varphi \\ & + \cos \psi \cos \varphi) + \cos \beta \sin \alpha (\sin \psi \sin \theta \cos \varphi \\ & - \cos \psi \sin \varphi) \} / \{ \cos \beta \cos \alpha \cos \psi \cos \theta \\ & + \sin \beta (\cos \psi \sin \theta \sin \varphi - \sin \psi \cos \varphi) \\ & + \cos \beta \sin \alpha (\cos \psi \sin \theta \cos \varphi \\ & + \sin \psi \sin \varphi) \} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \gamma = & \sin^{-1} \{ \cos \beta (\cos \alpha \sin \theta - \sin \alpha \cos \theta \cos \varphi) \\ & - \sin \beta \cos \theta \sin \varphi \} \end{aligned} \quad (18)$$

与えられたバンク角は φ_i なので必要な推力, 横力, 揚力は次式となる.

$$T_c = F_x + D \quad (19)$$

$$Y_c = F_y \cos \varphi_i + F_z \sin \varphi_i \quad (20)$$

$$L_c = F_z \sin \varphi_i - F_y \cos \varphi_i \quad (21)$$

ただし, 横力は許容横力 $Y_{\max}$ を越えないようにするため $|Y_c|$ が $Y_{\max}$ 以上となるなら φ_i は次式で計算しなおす.

$$\sin \varphi_i =$$

$$\left\{ \frac{\frac{Y_c}{|Y_c|} Y_{\max} F_z}{\pm \sqrt{Y_{\max}^2 F_z^2 - (F_y^2 + F_z^2)(Y_{\max}^2 - F_y^2)}} \right\} \quad (22)$$

また $Y_{\max} = 0$ とすると Coordinated flight のためのバンク角が得られる. L_c, Y_c から必要な迎角 α_c , 横すべり角 β_c が求まる.

$$\alpha_c = \frac{1}{C_{La}} \left(\frac{L_c}{q_i S} - C_{L0} \right) \quad (23)$$

$$\beta_c = Y_c / (q_i S C_{Y\beta}) \quad (24)$$

以上より与えた経路を飛行するために必要な $T_c, \alpha_c, \beta_c, \varphi_i$ が得られた.

2.3.2 スローシステムにおける設計 $T, \alpha, \beta, \varphi$ が $T_c, \alpha_c, \beta_c, \varphi_i$ となるような制御系を設計する. 2.2 で示したようにスローシステムにおける値であることを明示するため各状態変数の上に記号 ($\bar{\quad}$) を付ける. 推力は(19)式からただちに次式となる.

$$\bar{T} = \bar{F}_x + \bar{D} \quad (25)$$

ここで, $\bar{F}_x, \bar{D}$ はスローシステムにおける F_x, D の値である. (1)~(6)式に関するスローシステムの式は $\mu = 0$ において次のようになる. (26)~(28)式が(9)式に, (29)~(31)式が(10)式に対応する.

$$\dot{\bar{\alpha}} = a_1 + b_{1p} \bar{p} + b_{1q} \bar{q} + b_{1r} \bar{r} + c_1 \bar{T} \quad (26)$$

$$\dot{\bar{\beta}} = a_2 + b_{2p} \bar{p} + b_{2r} \bar{r} + c_2 \bar{T} \quad (27)$$

$$\dot{\bar{\varphi}} = b_{3p} \bar{p} + b_{3q} \bar{q} + b_{3r} \bar{r} \quad (28)$$

$$0 = a_4 + b_4 + c_{4a} \bar{\delta}_a + c_{4r} \bar{\delta}_r \quad (29)$$

$$0 = a_5 + b_5 + c_{5e} \bar{\delta}_e \quad (30)$$

$$0 = a_6 + b_6 + c_{6a} \bar{\delta}_a + c_{6r} \bar{\delta}_r \quad (31)$$

ただし,

$$\begin{aligned} a_1 = & \{ -\bar{L} + mg(\cos \bar{\theta} \cos \bar{\varphi} \cos \bar{\alpha} \\ & + \sin \bar{\theta} \sin \bar{\alpha}) \} / (m \bar{V} \cos \bar{\beta}), \end{aligned}$$

$$b_{1p} = -\tan \bar{\beta} \cos \bar{\alpha}, \quad b_{1q} = 1,$$

$$b_{1r} = -\tan \bar{\beta} \sin \bar{\alpha},$$

$$c_1 = -\sin \bar{\alpha} / (m \bar{V} \cos \bar{\beta}),$$

$$\begin{aligned} a_2 = & \{ \bar{Y} + mg(\sin \bar{\theta} \cos \bar{\alpha} \sin \bar{\beta} \\ & + \cos \bar{\theta} \sin \bar{\varphi} \cos \bar{\beta} \\ & - \cos \bar{\theta} \cos \bar{\varphi} \sin \bar{\alpha} \sin \bar{\beta}) \} / (m \bar{V}), \end{aligned}$$

$$b_{2p} = \sin \bar{\alpha}, \quad b_{2r} = -\cos \bar{\alpha},$$

$$c_2 = -\cos \bar{\alpha} \sin \bar{\beta} / (m \bar{V}),$$

$$b_{3p} = 1, \quad b_{3q} = \sin \bar{\varphi} \tan \bar{\theta}, \quad b_{3r} = \cos \bar{\varphi} \tan \bar{\theta},$$

$$a_4 = (\bar{P} I_1 + \bar{R} I_3) / I,$$

$$b_4 = \{ \bar{p} \bar{q} (I_{xz} I_1 - D_z I_3) - \bar{q} \bar{r} (D_x I_1 + I_{xz} I_3) \} / I,$$

$$c_{4a} = (e_2 I_1 + g_2 I_3) / I, \quad c_{4r} = (e_3 I_1 + g_3 I_3) / I,$$

$$a_5 = (\bar{Q} I_4) / I,$$

$$b_5 = (-\bar{p}^2 I_{xz} I_4 - \bar{p} \bar{r} D_y I_4 + \bar{r}^2 I_{xz} I_4) / I,$$

$$\begin{aligned} c_{5e} &= (f_1 I_4) / I, & a_6 &= (\bar{P} I_3 + \bar{R} I_6) / I, \\ b_6 &= \{\bar{p} \bar{q} (I_{xx} I_3 - D_z I_6) - \bar{q} \bar{r} (D_z I_3 + I_{xx} I_6)\} / I, \\ c_{6a} &= (e_2 I_3 + g_2 I_6) / I, & c_{6r} &= (e_3 I_3 + g_3 I_6) / I \end{aligned}$$

ここで、 $\bar{L}$, $\bar{Y}$, $\bar{P}$, $\bar{Q}$, $\bar{R}$ はそれぞれスローシステムでの値である。(26)～(28)式を用いて $\bar{\alpha} \rightarrow \alpha_c$, $\bar{\beta} \rightarrow \beta_c$, $\bar{\varphi} \rightarrow \varphi_i$ となるような制御系を構成し、 $\bar{p}$, $\bar{q}$, $\bar{r}$ を求めると次式となる。

$$\begin{bmatrix} \bar{p} \\ \bar{q} \\ \bar{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{1p} & b_{1q} & b_{1r} \\ b_{2p} & 0 & b_{2r} \\ b_{3p} & b_{3q} & b_{3r} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} U_a - a_1 - c_1 T \\ U_\beta - a_2 - c_2 T \\ U_\varphi \end{bmatrix} \quad (32)$$

ただし、 U_a , U_β , U_φ は s を微分演算子とし次式で与えられる。

$$\begin{aligned} U_a &= (K_{a1} + K_{a2}/s)(\alpha_c - \bar{\alpha}) \\ U_\beta &= (K_{\beta 1} + K_{\beta 2}/s)(\beta_c - \bar{\beta}) \\ U_\varphi &= (K_{\varphi 1} + K_{\varphi 2}/s)(\varphi_i - \bar{\varphi}) \end{aligned}$$

ここで、比例+積分制御を用いたのはスローシステムを線形系((36), (37), (40)～(42)式)で考えた場合、ステップ入力に対し定常偏差が0となり、かつ減衰の調整を容易にするためである。 K_{a1} , K_{a2} , $K_{\beta 1}$, $K_{\beta 2}$, $K_{\varphi 1}$, $K_{\varphi 2}$ は制御ゲインであり、 $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$, $\bar{\varphi}$ の各制御系の非減衰角周波数と減衰係数を与えることにより決定する¹⁾。得られた $\bar{p}$, $\bar{q}$, $\bar{r}$ を(29)～(31)式へ代入し次を得る。

$$\begin{bmatrix} \bar{\delta}_e \\ \bar{\delta}_a \\ \bar{\delta}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & c_{4a} & c_{4r} \\ c_{5e} & 0 & 0 \\ 0 & c_{6a} & c_{6r} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -a_4 - b_4 \\ -a_5 - b_5 \\ -a_6 - b_6 \end{bmatrix} \quad (33)$$

(25), (33)式の $\bar{T}$, $\bar{\delta}_e$, $\bar{\delta}_a$, $\bar{\delta}_r$ がスローシステムにおける制御入力となる。

2.3.3 ファストシステムにおける設計 p , q , r , δ_e , δ_a , δ_r のファストモード部を次式と置く。

$$\begin{aligned} \Delta p &= p - \bar{p}, & \Delta q &= q - \bar{q}, & \Delta r &= r - \bar{r} \\ \Delta \delta_e &= \delta_e - \bar{\delta}_e, & \Delta \delta_a &= \delta_a - \bar{\delta}_a, & \Delta \delta_r &= \delta_r - \bar{\delta}_r \end{aligned}$$

(4)～(6)式からそれに対応するスローシステムの式(29)～(31)式をそれぞれ辺々相引いて整理すると次を得る。

$$\begin{bmatrix} \Delta p \\ \Delta q \\ \Delta r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & d_{0a} & d_{0r} \\ d_{1e} & 0 & 0 \\ 0 & d_{2a} & d_{2r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_e \\ \Delta \delta_a \\ \Delta \delta_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{10} + b_{10} \\ a_{11} + b_{11} \\ a_{12} + b_{12} \end{bmatrix} \quad (34)$$

ここで、

$$\begin{aligned} a_{10} &= \{(P - \bar{P})I_1 + (R - \bar{R})I_3\} / I, \\ b_{10} &= \{(\Delta p \cdot \Delta q + \bar{p} \cdot \Delta q + \bar{q} \cdot \Delta p)(I_{xx} I_1 - D_z I_3) \\ &\quad - (\Delta q \cdot \Delta r + \bar{q} \cdot \Delta r + \bar{r} \cdot \Delta q)(D_z I_1 + I_{xx} I_3)\} / I, \\ d_{0a} &= (e_2 I_1 + g_2 I_3) / I, & d_{0r} &= (e_3 I_1 + g_3 I_3) / I, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{11} &= \{(Q - \bar{Q})I_4\} / I, \\ b_{11} &= \{-(\Delta p^2 + 2\Delta p \cdot \bar{p})(I_{xx} I_4 - (\Delta p \cdot \Delta r \\ &\quad + \bar{p} \cdot \Delta r + \bar{r} \cdot \Delta p)D_y I_4 + (\Delta r^2 \\ &\quad + 2\Delta r \cdot \bar{r})I_{xx} I_4)\} / I, \\ d_{1e} &= (f_1 I_4) / I, & a_{12} &= \{(P - \bar{P})I_3 + (R - \bar{R})I_6\} / I, \\ b_{12} &= \{(\Delta p \cdot \Delta q + \Delta q \cdot \bar{p} + \Delta p \cdot \bar{q})(I_{xx} I_3 - D_z I_6) \\ &\quad - (\Delta q \cdot \Delta r + \Delta q \cdot \bar{r} + \Delta r \cdot \bar{q})(D_z I_3 + I_{xx} I_6)\} / I, \\ d_{2a} &= (e_2 I_3 + g_2 I_6) / I, & d_{2r} &= (e_3 I_3 + g_3 I_6) / I \end{aligned}$$

ただし、(34)式では $t = \mu \tau$ という変数変換を行った。 p , q , r の目標値は(32)式で求めた $\bar{p}$, $\bar{q}$, $\bar{r}$ なので Δp , Δq , Δr が0となるような比例制御系を組むと(34)式から次を得る。

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta_e \\ \Delta \delta_a \\ \Delta \delta_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & d_{0a} & d_{0r} \\ d_{1e} & 0 & 0 \\ 0 & d_{2a} & d_{2r} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -K_p \Delta p - a_{10} - b_{10} \\ -K_q \Delta q - a_{11} - b_{11} \\ -K_r \Delta r - a_{12} - b_{12} \end{bmatrix} \quad (35)$$

ここで、 K_p , K_q , K_r は制御ゲインであり、 p , q , r の各制御系の時定数の逆数となる¹⁾。 $\Delta \delta_e$, $\Delta \delta_a$, $\Delta \delta_r$ がファストシステムでの制御入力となる。航空機への実際の入力はスローシステムで求めた入力とファストシステムで求めた入力の和となる。

3. サンプリング周期の大きさと安定性

上述した飛行経路制御系の実現には計算機を用いるのでこの制御系はデジタル制御系となる。それ故、サンプリング周期の大きさと安定性の関係を明らかにする必要があるが、アルゴリズムは大変複雑な非線形となっているのでこのままでは解析は困難である。そこでこの節では水平定常飛行状態を基準とし、スローシステムとファストシステムのそれぞれにおいて線形化を行い、縦運動と横・方向運動に分け、各々の閉ループ離散値系の安定性を解析する。

各ループの安定条件は z 領域で示すと閉ループシステムのすべての特性根が単位円内に存在することであり、また時間領域で示すと閉ループシステムの状態推移行列のすべての固有値が単位円内に存在することである³⁾。スローシステムでは比例+積分制御を用いているので z 領域で解析し、ファストシステムでは比例制御だけを用いているので時間領域で解析する。

3.1 スローシステムの安定性 スロータイムスケール変数は V , α , β , ϕ , θ , φ , X_E , Y_E , Z_E であるが、このなかで応答の速いのは α , β , φ である。それ故、サンプリング周期を逐次大きくしていったとき、最初に大きく影響され不安定になると予想されるのは α , β , φ に関する制御系である。そこでスローシステムでは α , β , φ に関するループの安定性を考える。 α は縦運

動, β, φ は横・方向運動である.

3.1.1 縦運動 (26)式を水平定常飛行を基準に線形化すると次を得る.

$$\dot{\bar{a}} = \frac{Z_a}{U_0} \bar{a} + \bar{q} \quad (36)$$

ここで U_0 は水平定常飛行速度である. $\bar{q}$ は制御入力と見なされ(32)式を線形化し得られる.

$$\bar{q} = (K_{a1} + K_{a2}/s)(\alpha_c - \bar{a}) \quad (37)$$

スローシステムのサンプリング周期を T_s とすると(37)式の z 変換は次式となる.

$$\bar{q}(z) = \left(K_{a1} + \frac{K_{a2}}{1-z^{-1}} \right) (\alpha_c(z) - \bar{a}(z)) \quad (38)$$

第1図はスローシステムの線形化した縦運動制御系を示している. 第1図の特性方程式は次式となる.

$$\begin{aligned} Z_a z^2 + \left\{ U_0(K_{a1} + K_{a2}) \left(e^{\frac{Z_a}{U_0} T_s} - 1 \right) \right. \\ \left. - Z_a \left(1 + e^{\frac{Z_a}{U_0} T_s} \right) \right\} z + K_{a1} U_0 \left(1 - e^{\frac{Z_a}{U_0} T_s} \right) \\ + Z_a e^{\frac{Z_a}{U_0} T_s} = 0 \end{aligned} \quad (39)$$

3.1.2 横・方向運動 (27), (28)式を水平定常飛行を基準に線形化し次式を得る.

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{\beta}} \\ \dot{\bar{\varphi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_\beta/U_0 & g/U_0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\beta} \\ \bar{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{r} \\ \bar{p} \end{bmatrix} \quad (40)$$

$\bar{r}, \bar{p}$ は(32)式を線形化した次のようになる.

$$\bar{r} = -(K_{\beta 1} + K_{\beta 2}/s)(\beta_c - \bar{\beta}) \quad (41)$$

$$\bar{p} = (K_{\varphi 1} + K_{\varphi 2}/s)(\varphi_i - \bar{\varphi}) \quad (42)$$

(40)式をサンプリング周期 T_s で離散値化すると次を得る.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \bar{\beta}(k+1) \\ \bar{\varphi}(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} e^{\frac{Y_\beta}{U_0} T_s} & \frac{g}{Y_\beta} (e^{\frac{Y_\beta}{U_0} T_s} - 1) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\beta}(k) \\ \bar{\varphi}(k) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} \frac{U_0}{Y_\beta} (1 - e^{\frac{Y_\beta}{U_0} T_s}) & \frac{g}{Y_\beta} \left(\frac{U_0}{Y_\beta} e^{\frac{Y_\beta}{U_0} T_s} - T_s - \frac{U_0}{Y_\beta} \right) \\ 0 & T_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{r}(k) \\ \bar{p}(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (43)$$

ここで(43)式の状態変数と制御変数を次のように定義し,

$$x(k) = \begin{bmatrix} \bar{\beta}(k) \\ \bar{\varphi}(k) \end{bmatrix}, \quad u(k) = \begin{bmatrix} \bar{r}(k) \\ \bar{p}(k) \end{bmatrix}$$

状態推移行列を Φ , 制御推移行列を H で表すと,

第1図 スローシステムの線形化した縦運動制御系

(43)式は次式と書ける.

$$x(k+1) = \Phi x(k) + H u(k) \quad (44)$$

(44)式を z 変換すると,

$$zx(z) = \Phi x(z) + H u(z) + zx(0) \quad (45)$$

また(41), (42)式を z 変換し,

$$\begin{bmatrix} \bar{r}(z) \\ \bar{p}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{\beta 1} + \frac{K_{\beta 2}}{1-z^{-1}} & 0 \\ 0 & -\left(K_{\varphi 1} + \frac{K_{\varphi 2}}{1-z^{-1}} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\beta}(z) \\ \bar{\varphi}(z) \end{bmatrix} \quad (46)$$

ただし, β_c, φ_i は安定性には影響を与えないので $\beta_c = 0, \varphi_i = 0$ とした. (46)式でフィードバック行列を Γ で表すと,

$$u(z) = \Gamma x(z) \quad (47)$$

(47)式を(45)式へ代入し $x(z)$ を求めると,

$$x(z) = (zI - \Phi - H\Gamma)^{-1} zx(0) \quad (48)$$

故に横・方向運動の閉ループ系の特性方程式は次式となる.

$$\det(zI - \Phi - H\Gamma) = 0 \quad (49)$$

実際に計算すると次を得る.

$$\begin{aligned} z^4 + (a+c)z^3 + (b+ac+d)z^2 + (ad+bc)z \\ + bd = 0 \end{aligned} \quad (50)$$

ただし,

$$a = -\frac{U_0}{Y_\beta} (1 - e^{\frac{Y_\beta}{U_0} T_s}) (K_{\beta 1} + K_{\beta 2}) - e^{\frac{Y_\beta}{U_0} T_s} - 1,$$

$$b = e^{\frac{Y_\beta}{U_0} T_s} + \frac{U_0}{Y_\beta} (1 - e^{\frac{Y_\beta}{U_0} T_s}) K_{\beta 1},$$

$$c = T_s (K_{\varphi 1} + K_{\varphi 2}) - 2, \quad d = 1 - T_s K_{\varphi 1}$$

以上よりスローシステムが安定であるためにはサンプリング周期は(39)と(50)式の二つの特性方程式のすべての根が単位円内に存在するように決めねばならない.

3.2 ファストシステムの安定性 ファストシステムでの運動方程式は(34)式である. ここで水平定常飛行状態を基準にとると,

$$\bar{p} = \bar{q} = \bar{r} = 0, \quad \bar{\delta}_a = \bar{\delta}_s = \bar{\delta}_r = 0 \quad (51)$$

である. この関係を(34)式に代入し, かつ線形化すると縦(q)と横・方向(p, r)の運動方程式を得る.

3.2.1 縦運動 q に関する運動方程式は次式となる.

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ M_a & M_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M_{\delta q} \end{bmatrix} \delta_q \quad (52)$$

δ_q は(35)式に(51)式を代入し, かつ線形化することにより次のように得られる.

$$\delta_e = \{-M_a \theta - (K_q + M_q)q + K_q \bar{q}\} / M_{se} \quad (53)$$

$\bar{q}$ はスローシステムで求めた値であり、ファストシステムでは目標入力と考えられる。それ故 $\bar{q}$ は安定性に影響を与えないので、ここでは $\bar{q}=0$ とおく。

(52), (53) 式を離散値系に変換し次式とおく。

$$\begin{bmatrix} \theta(k+1) \\ q(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_{11} & \psi_{12} \\ \psi_{21} & \psi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta(k) \\ q(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} \delta_e(k) \quad (54)$$

$$\delta_e(k) = \{-M_a \theta(k) - (K_q + M_q)q(k)\} / M_{se} \quad (55)$$

(55) 式を (54) 式へ代入し次の閉ループ離散値系を得る。

$$\begin{bmatrix} \theta(k+1) \\ q(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_{11} - \frac{M_a \lambda_1}{M_{se}} \\ \psi_{21} - \frac{M_a \lambda_2}{M_{se}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta(k) \\ q(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_{12} - \frac{(K_q + M_q) \lambda_1}{M_{se}} \\ \psi_{22} - \frac{(K_q + M_q) \lambda_2}{M_{se}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta(k) \\ q(k) \end{bmatrix} \quad (56)$$

3.2.2 横・方向運動 p, q に関する運動方程式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ L_{\beta'} & L_{p'} & L_{r'} \\ N_{\beta'} & N_{p'} & N_{r'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ L_{\delta_a'} & L_{\delta_r'} \\ N_{\delta_a'} & N_{\delta_r'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} \quad (57)$$

δ_a, δ_r は (35) 式から前と同様にして得られる。

$$\begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta_7 \beta + \Delta_8 p + \Delta_9 r \\ \Delta_{10} \beta + \Delta_{11} p + \Delta_{12} r \end{bmatrix} \quad (58)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \Delta_0 &= \rho U_0^2 S b / 2, \\ \Delta_1 &= d_0 b / (2 U_0), \\ \Delta_2 &= (d_{0a} d_{2r} - d_{0r} d_{2a}) / \Delta_0, \\ \Delta_3 &= -(I_1 C_{lp} + I_3 C_{np}) d_0, \\ \Delta_4 &= -IK_p - (I_1 C_{lp} + I_3 C_{np}) d_1, \\ \Delta_5 &= -(I_1 C_{lr} + I_3 C_{nr}) d_1, \\ \Delta_6 &= -(I_3 C_{lp} + I_6 C_{np}) d_0, \\ \Delta_7 &= -(I_3 C_{lp} + I_6 C_{np}) d_1, \\ \Delta_8 &= -IK_r - (I_3 C_{lr} + I_6 C_{nr}) d_1, \\ \Delta_9 &= (d_{2r} \Delta_1 - d_{0r} \Delta_4) / \Delta_0, \\ \Delta_{10} &= (d_{2r} \Delta_2 - d_{0r} \Delta_5) / \Delta_0, \\ \Delta_{11} &= (d_{2r} \Delta_3 - d_{0r} \Delta_6) / \Delta_0, \\ \Delta_{12} &= (d_{2r} \Delta_4 - d_{0r} \Delta_9) / \Delta_0, \end{aligned}$$

かつ、 $\bar{p}, \bar{r}$ は前と同じ理由により、 $\bar{p} = \bar{r} = 0$ とおいた。(57), (58) 式を離散値系に変換し次式とおく。

$$\begin{bmatrix} \beta(k+1) \\ p(k+1) \\ r(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \omega_{13} \\ \omega_{21} & \omega_{22} & \omega_{23} \\ \omega_{31} & \omega_{32} & \omega_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta(k) \\ p(k) \\ r(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} \\ \pi_{21} & \pi_{22} \\ \pi_{31} & \pi_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a(k) \\ \delta_r(k) \end{bmatrix} \quad (59)$$

$$\begin{bmatrix} \delta_a(k) \\ \delta_r(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta_7 & \Delta_8 & \Delta_9 \\ \Delta_{10} & \Delta_{11} & \Delta_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta(k) \\ p(k) \\ r(k) \end{bmatrix} \quad (60)$$

(60) 式を (59) 式へ代入し次の閉ループ離散値系を得る。

$$\begin{bmatrix} \beta(k+1) \\ p(k+1) \\ r(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{11} + \pi_{11} \Delta_7 + \pi_{12} \Delta_{10} \\ \omega_{21} + \pi_{21} \Delta_7 + \pi_{22} \Delta_{10} \\ \omega_{31} + \pi_{31} \Delta_7 + \pi_{32} \Delta_{10} \\ \omega_{12} + \pi_{11} \Delta_8 + \pi_{12} \Delta_{11} & \omega_{13} + \pi_{11} \Delta_9 + \pi_{12} \Delta_{12} \\ \omega_{22} + \pi_{21} \Delta_8 + \pi_{22} \Delta_{11} & \omega_{23} + \pi_{21} \Delta_9 + \pi_{22} \Delta_{12} \\ \omega_{32} + \pi_{31} \Delta_8 + \pi_{32} \Delta_{11} & \omega_{33} + \pi_{31} \Delta_9 + \pi_{32} \Delta_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta(k) \\ p(k) \\ r(k) \end{bmatrix} \quad (61)$$

以上よりファストシステムが安定であるためのサンプリング周期は、(56) と (61) 式の二つの閉ループ離散値系の状態推移行列のすべての固有値が単位円内に存在するような値である。

4. 計算例

例として F-86 F が高度 5000 m をマッハ 0.78 で飛行する場合を考える。F-86 F の機体諸元と空力係数のデータは文献 10) のものを用いた。ただし迎角と横すべり角は次式で制限した。 β の最大値は $Y_{\max}$ を与える。

$$-5^\circ \leq \alpha \leq 15^\circ, \quad |\beta| \leq 4^\circ$$

エンジンの推力は最大地上静止推力を 26.558 kN とし高度、マッハ数、外気温度で修正した。誘導ゲインは試行錯誤法で次のように決めた。

$$K_R = 0.5, \quad K_V = 1.5, \quad K_A = K_r = 0.3$$

これは、(14)~(16) 式に含まれる各修正項を次式のようになしと置いたとき、速度誤差 2 m/s が位置誤差 6 m に、また方向誤差 2.2° に匹敵する値である。

$$K_V (V_i - V) = K_R (X_i - X_E) = K_A V_i (\lambda_i - \lambda)$$

スローシステムの α, β, φ 制御系はいずれのループも自然角周波数が 2 rad/s、減衰係数が 0.75 となるように決めた。これより次を得る。

$$K_{\alpha 1} = K_{\beta 1} = K_{\varphi 1} = 3, \quad K_{\alpha 2} = K_{\beta 2} = K_{\varphi 2} = 4$$

ファストシステムの p, q, r 制御系はいずれのループも時定数が 0.1 となるようにし、次を得た。

$$K_p = K_q = K_r = 10$$

次に前述の線形理論を用いて各制御ループの安定限界を与えるサンプリング周期を計算した。スローシステムの安定限界を与えるサンプリング周期は縦運動については(39)式の特性根の位置から0.43秒、横・方向運動については(50)式の特性根の位置から0.40秒となった。第2, 3図に(39), (50)式の特性根がサンプリング周期の変化につれてどのように移動するかを示した。スローシステムが安定となるためには縦運動と横・方向運動の両方がともに安定でなければならないので、スローシステムのサンプリング周期 T_s は次式を満たす必要がある。

$$T_s \leq 0.40 \text{ (秒)}$$

第2図 スローシステムの特性根の軌跡と単位円(縦運動; サンプリング周期を0.01秒から0.5秒まで増加した場合の軌跡。軌跡上の各値はサンプリング周期の値。単位円は安定限界)

第3図 スローシステムの特性根の軌跡と単位円(横・方向運動; サンプリング周期を0.01秒から0.45秒まで増加した場合の軌跡。軌跡上の各値はサンプリング周期の値。単位円は安定限界)

また、ファストシステムの安定限界を与えるサンプリング周期は、縦運動については(56)式の固有値の位置から0.26秒、横・方向運動については(61)式の固有値の位置から0.21秒となった。第4, 5図はそれぞれ(56), (61)式の固有値をサンプリング周期を横軸にとりプロットしたものである。ファストシステムが安定となるためには縦と横・方向運動の両運動がともに安定でなければならないので、ファストシステムのサンプリング周期 T_f は次を満たす必要がある。

$$T_f \leq 0.21 \text{ (秒)}$$

線形理論で求めた値の妥当性を調べるため、同じ飛行条件で水平飛行状態から半径 $R=400$ m, ピッチ2のバレルロールを行った後、再び水平飛行にもどる場合(第6図)のシミュレーションを行った。バレルロール軌道の詳細な式は文献1)に示してある。 T_s , T_f

第4図 ファストシステムの特性根のサンプリング周期による変化(縦運動; 根は2個あり、1個は常に1, -1における点線は安定限界)

第5図 ファストシステムの特性根のサンプリング周期による変化(横・方向運動; 根は3個あり、1個は常に1, -1における点線は安定限界)

をそれぞれ線形理論で求めた限界値 ($T_s=0.40$ 秒, $T_r=0.21$ 秒) に設定した場合, 飛行経路は与えた経路によく一致したが, 航空機はヨー振動を起こしながら飛行した(第7図). この場合の特性根の位置は第2~5図からスローシステムについて縦運動が -0.89 ,

第6図 与えた経路 (パレルロール)

0.43, 横・方向運動が -1.0 の重根, 0.20 , 0.25 であり, ファストシステムについて縦が 1.0 , -0.79 , 横・方向が 1.0 , -1.0 , -0.18 である. ここで, ファストシステムの 1.0 の特性根はサンプリング周期に無関係な不動根となる. 両システムとも特性根は安定限界上かまたはその近傍にあり, これらが減衰の悪い振動を与える. そこで特性根が適当な正の安定根となるように $T_s=0.2$ 秒, $T_r=0.04$ 秒とにおいてシミュレーションを行った(第8図). この場合の特性根の位置は前述の図からスローシステムについて縦が $0.26 \pm j0.32$, 横・方向が $0.29 \pm j0.52$, $0.30 \pm j0.56$ であり, ファストシステムについて縦が 1.0 , 0.6 , 横・方向が 1.0 ,

第7図 $r, \delta r$ のタイムヒストリー ($T_s=0.40$ 秒, $T_r=0.21$ 秒)

第8図 $r, \delta r$ のタイムヒストリー ($T_s=0.2$ 秒, $T_r=0.04$ 秒)

第1表 スローシステムとファストシステムの安定限界を与えるサンプリング周期の値(理論値とシミュレーション結果の比較)

モード	線形理論(秒)	シミュレーション(秒)
スローシステム	縦運動 0.43	0.40
	横・方向運動 0.40	
ファストシステム	縦運動 0.26	0.21
	横・方向運動 0.21	

0.65, 0.59である。第8図から r の振動は消え、 δ_r も滑らかな操舵となっている。

次にこのバレルロール運動についてスローシステムのサンプリング周期の安定限界を求めるため、 T_r を0.04秒に固定し、 T_s を徐々に増大した。その結果、 $T_s=0.46$ 秒で航空機は与えた径路に沿って飛行できなくなった。また、この運動について、ファストシステムのサンプリング周期の安定限界を求めるため、 $T_s=T_r$ において T_r を徐々に増大した。その結果、ファストシステムのサンプリング周期の限界は $T_r=0.25$ 秒となった。第1表は安定限界に関する以上の結果をまとめたものである。線形理論で求めた結果はシミュレーションで得た値より小さいが、妥当な近似を与えている。

5. あとがき

本論文でははじめに特異摂動法を用いて航空機を与えた径路へ誘導するための飛行制御系を設計した。得られた制御系はファストシステムとスローシステムの二つの部分システムに分かれる。ファストシステムは p, q, r を減衰させるための制御系であり、航空機を与えた径路へ誘導するための主たる操舵量はスローシステムで計算される。それ故、スローシステムの計算量はファストシステムと比べ大変多いが、スローシステムではサンプリング周期を大きくできるのでこの問題に特異摂動法を用いると計算機にかかる負担を軽減することができる。次に本論文では各部分システムのドミナントな状態変数について水平定常飛行状態を基準とした線形化を行い、得られたそれぞれの線形運動方程式(各部分システムについて縦運動と横・方向運動の二組の式が得られる)に対して線形離散値制御理論を用い、それぞれのモードの安定限界を与えるサンプリング周期を計算する式を導いた。最後に以上のア

ルゴリズムを小型高性能機(F-86F)がバレルロール運動を行う場合に適用しシミュレーションで求めた安定限界値と線形理論で求めた限界値と比較した。その結果、サンプリング周期の限界値は線形理論で予測できることが示された。実際のサンプリング周期は当然、限界値より小さく選ぶ必要があるが、具体的には特性根の位置を参考にし、性能劣化やセンサー等のことを考慮し決めねばならない。

最後に、本論文について丁寧な御討論を頂いた校閲者に対し謝意を表します

参考文献

- 1) 馬場順昭, 宮本盛慈: 与えられた径路のための飛行制御系, 日本航空宇宙学会誌, **38** (1990), pp. 494-501.
- 2) Kelley, H. J.: Aircraft Maneuver Optimization by Reduced Order Approximation, Control and Dynamics Systems, Vol. 10, ed. by C. T. Leondes, Academic Press, New York, 1973, pp. 131-178.
- 3) Chow, J. H. and Kokotovic, P. V.: Two-Time-Scale Feedback Design of a Class of Nonlinear Systems, IEEE Transactions on Automatic Control, **AC-23** (1978), pp. 438-443.
- 4) Menon, P. K., Badgett, M. E. and Walker, R. A.: Non-linear Flight Test Trajectory Controllers for Aircraft, J. Guid., **10** (1987), pp. 67-72.
- 5) 加藤寛一郎, 大屋昭男, 柄沢研治: 航空機力学入門, 東京大学出版会, 1990, pp. 70-74.
- 6) 馬場順昭, 高尾吉郎: 与えられた径路をとる航空機の舵角の変化, 日本航空宇宙学会誌, **25** (1977), pp. 24-27.
- 7) Etkin, B.: Dynamics of Atmospheric Flight, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1972, pp. 129-133.
- 8) 加藤 修, 杉浦一郎: 飛行機の姿勢と径路について, 日本航空宇宙学会誌, **27** (1979), pp. 431-438.
- 9) 成田盛之助: デジタルシステム制御(理論と応用), 昭是堂, 昭和55年, pp. 16-97.
- 10) Triplett, W. C., Brown, S. C. and Smith, G. A.: The Dynamic Response Characteristics of a 35° Swept-Wing Airplane as Determined from Flight Measurement, NACA-TR1250 (1955).