ベイズの方法による航空機構造の健全性維持について^{*1}

(第1報) 構造検査間隔の設定

Bayesian Reliability Analysis for Maintaining Integrity of
Aircraft Structures

(1st Report) Evaluation of Proper Inspection Interval

伊藤 誠一^{*2}・板垣 浩^{*3}

Seiichi ITO and Hiroshi ITAGAKI

Key Words: Safety and Reliability, Fatigue, Maintenance, Bayesian Analysis

Abstract

The purpose of this study is to establish the method for decisions on proper inspection intervals needed to maintain reliability of aircraft structures using the parameter values estimated from inspection results in service by Bayesian theorem. Attention is focused on only fatigue damage in this study, and inference is made for uncertain factors related to the probability of detection and initiation of cracks. It is demonstrated that the reliability is possibly kept above a predetermined level, by updating inspection schedule according to the already performed inspections. Applying the model to the economical consideration for maintenance procedures, a preliminary study is attempted to evaluate the effect of nonrepaired crack length. Numerical examples are carried out to demonstrate the application of the present analysis.

1. ま え が き

現在、諸情勢から航空機構造の寿命延長が図られており、構造健全性の維持が重要な問題となっている。特に経年機体は疲労亀裂、腐食などの損傷が存在する可能性が高いので、致命的な構造破壊に至らぬよう、安全性確保に留意した構造運用管理が要求される。ここでは耐損傷設計に代表されるように、非破壊検査法による構造検査が、航空機構造の望ましい安全性を維持するうえで重要な役割を果たしている¹⁾。適切な検査計画を得るためには、構造部材における損傷の発生と拡大、損傷による強度の低下、そして損傷を発見でき

る能力などの構造破壊に係わる多くの不確実要因を評価しなければならない。したがって、航空機構造の安全運用を保証する検査計画の設定には、確率統計論に基づく信頼性工学の適用が不可欠である²⁾。

航空機構造を含めて、高信頼性を要求される構造物では定期検査がおこなわれる。この場合の構造信頼性の評価については、Yang, Shinozukaらの研究を始めとしていくつかの解析法が提案されている^{3,4)}。しかし、これらの解析で得られた信頼度は運用開始前に推定するいわゆる事前確率であり、検査や保守などの結果を反映するものではない。したがって、取り扱う各要因の確率分布や母数に対して豊富なデータの裏付けが無い場合には、信頼度の推定に不確実性が残ることになる。それゆえ、この不確実性を除くには多量の事前情報が必要となる。しかし、現実には十分なデータを得ることは経済的、時間的にも困難であり、事前に利用できる情報は限られている場合が多い。

これに対する有効な手法にベイズ解析法がある。ベイズの方法では、情報不足のために統計的な特性を事前に定めることができない不確実要因に対して、従来の経験などの主観的な予測を導入することができる。更に構造運用で得られる検査情報を解析に導入することによって、最初におこなった主観的予測や判断を修正することが可能である。著者等はこれまでに、このようなデータ不足という状況の中で、情報を有効に利用できるベイズ信頼性解析法を検討してきた⁵⁻⁸⁾。

本報告では、航空機構造の健全性を維持するための検査方針の設定について、ベイズ理論を用いてこの問題の定式化をおこない、不確実要因の特性と航空機構造の信頼性を合理的に推定することのできるベイズ

*1 平成4年6月30日原稿受理

*2 航空宇宙技術研究所機体部

*3 横浜国立大学工学部

ン構造信頼性解析法を提案する。また、構造検査の最適化の試みとして、検査で発見した亀裂を修理しない、すなわち、非修理亀裂の構造信頼性に及ぼす影響について、本解析法を適用して検討をおこなう。そして本方法の有効性を確認するために、構造信頼性を維持するための検査方法をどのように設定すればよいかを、数値シミュレーションを用いて検討する。

2. 損 傷 要 因

本報告では、構造部材の危険部位に生じる疲労損傷に焦点を絞る。疲労損傷は確率要因であるが、その母数のうちで事前に定めることができない不確実なものを、検査結果からベイズの方法により推定し、この推定値を用いて以後の検査間隔の設定をおこなう確率モデルを考える。本モデルでは、損傷要因について以下に示す仮定を設けている。

(1) 対象としている機体構造は、統計的に独立と考えている M 個の部材から構成され、それぞれの部材には疲労に対する 1 つの危険部位が存在する。

(2) 検査により発見可能な最小亀裂長さ a_0 の疲労亀裂の発生する時間 t_0 の確率分布には、(1) 式の 2 母数ワイブル分布を用いる。ここで α は形状母数、 β は尺度母数を表す。

$$w(t_0) = \alpha/\beta(t_0/\beta)^{\alpha-1} \exp\{-(t_0/\beta)^\alpha\} \quad (1a)$$

$$W(t_0) = \int_0^t w(t_0) dt_0 \quad (1b)$$

(3) 疲労亀裂進展は(2)式の Paris 則に従うと考える。

$$\begin{aligned} da/dt &= C(\Delta K)^Q, \\ Q &= 2 \end{aligned} \quad (2)$$

また ΔS を亀裂進展に対する有効応力幅と考えれば、(2)式から、亀裂発生後の時間 t_p における亀裂長さの期待値 $a_M(t_p)$ が(3)式で得られる。なお、応力および材質の変動は疲労亀裂の進展に影響を及ぼすが、ここではそれらの期待値を用いる。

$$\begin{aligned} a_M(t_p) &= a_0 \cdot \exp\{C^* t_p\}, \\ C^* &= \pi C \Delta S^2 \end{aligned} \quad (3)$$

(4) 亀裂発見確率曲線には次式の指数関数を用いる。

$$D(a) = 1 - \exp\{-d(a - a_0)\} \quad (4a)$$

$$\bar{D}(a) = 1 - D(a) \quad (4b)$$

(5) 部材破壊は、作用応力が部材強度を越えた場合に起こると仮定する。破壊を疲労亀裂の発生前と後に分けると、前者は強度レベルが一定、後者は低下する残留強度レベルに対する作用応力の初通過型破壊となる。これらの破壊モードに対する故障率をそれぞれ $h_0, h(t)$ で表せば、部材の信頼度関数は次のようになる。

1) 疲労亀裂発生前に破壊

$$R_B(t) = \exp\{-h_0 \cdot t\}, \quad h_0: \text{constant} \quad (5)$$

2) 疲労亀裂発生後に破壊

$$R_A(t) = \exp\left\{-\int_0^t h(t) dt\right\} \quad (6)$$

(6) 検査により亀裂が発見された場合には、その部材を修理・交換する。したがって、部材の耐損傷性は運用開始と同様の状態に戻るものと仮定する。

耐損傷性の概念に従う本構造モデルを、構造運用時

第1図 耐損傷概念に基づく検査の効果

間を用いて表すと、第1図にまとめられる。

3. 構造検査とベイジアン信頼性解析

3.1 検査における生起事象 前章では構造部材の疲労に対する危険箇所を1つの構造部位で代表させて、その部位における疲労亀裂の発生と進展を定義した。以下では、そのような構造部材が繰り返し検査を受ける場合について、各検査時で得られる事象とその生起確率を定める。そしてこれらの生起確率からベイジアン解析に必要な尤度を求めて、未知母数の推定をおこなう。

構造部材が時刻 T_j で j 回目の検査を受けた場合、得られる事象とその生起確率を、第2図を参照して次項にまとめる。ただし、部材は過去に以下に示す履歴1)~3)を持つと仮定する。

- 1) l 回目検査で部材を修理・交換。
- 2) $T_l \sim T_{j-1}$ 間で部材破壊はない。
- 3) $l+1 \sim j-1$ 回目検査で亀裂を発見できなかった。

3.1.1 部材破壊 (Event: E_1) $T_{j-1} \sim T_j$ における部材破壊の事象 E_1 は、a) 亀裂発生以前の破壊、b) 亀裂発生後に強度劣化の影響を受けた破壊、の2つに分けられる。これらをまとめた破壊確率は以下のようなになる。

$$\begin{aligned} P_r[E_1: j, l] = & \bar{W}(T_j - T_l) \{R_B(T_{j-1} - T_l) \\ & - R_B(T_j - T_l)\} \\ & + \int_{T_{j-1}}^{T_j} w(t - T_l) \{R_B(T_{j-1} - T_l) - R_B(t - T_l)\} dt \\ & + \int_{T_{j-1}}^{T_j} w(t - T_l) R_B(t - T_l) \{1 - R_A(T_j - t)\} dt \\ & + \sum_{i=l+1}^{j-1} \left[\int_{T_{i-1}}^{T_i} w(t - T_l) R_B(t - T_l) \{R_A(T_{j-1} - t) \right. \\ & \left. - R_A(T_j - t)\} \left[\prod_{k=i}^{j-1} \bar{D}\{a(T_k - t)\} \right] dt \right] \quad (7a) \end{aligned}$$

ここで、

$$\bar{W}(t) = 1 - W(t) \quad (7b)$$

3.1.2 疲労亀裂発見 (Event: $E_2(a_j)$) j 回目の検査で亀裂を発見した場合に、その亀裂が $a_j \sim a_j + \Delta a$ 間の長さである確率は次式で求められる。

$$P_r[E_2(a_j): j, l] = w(t_c - T_l) R_B(t_c - T_l) R_A(T_j - t_c)$$

第2図 非周期検査計画

$$\begin{aligned} & \cdot |dt/da_j| \cdot \left[\prod_{k=l+1}^{j-1} [1 - \delta \cdot D\{a(T_k - t_c)\}] \right] \\ & \cdot D(a_j) \Delta a \quad (8a) \end{aligned}$$

ここで、

$$t_c = T_j - 1/C^* \cdot \ln(a_j/a_0) \quad (8b)$$

$$\begin{aligned} \delta = 1, & \quad T_k > t_c \\ = 0, & \quad \text{他} \end{aligned} \quad (8c)$$

3.1.3 亀裂非発見 (Event: E_3) j 回目検査で亀裂を発見できない事象は、a) 時刻 T_j までに亀裂は発生していない、b) 発生している亀裂を発見できない、の2つの事象の和として、次のように求められる。

$$\begin{aligned} P_r[E_3: j, l] = & \bar{W}(T_j - T_l) R_B(T_j - T_l) \\ & + \sum_{i=l+1}^j \left[\int_{T_{i-1}}^{T_i} w(t - T_l) R_B(t - T_l) R_A(T_j - t) \right. \\ & \left. \cdot \left[\prod_{k=i}^{j-1} \bar{D}\{a(T_k - t)\} \right] dt \right] \quad (9) \end{aligned}$$

3.2 検査方法の定式化

3.2.1 ベイズの方法による未知母数の推定 検査で得られた結果を用い、損傷要因に関する未知母数、 $\theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots\}$ をベイズの方法により推定する。ここで、 i 回目検査を含めて、過去に L 回 (検査時刻: $T_{m1}, T_{m2}, \dots, T_{mL}$) の修理が行われた構造部位 m を考える。 j 回目検査時までの部位 m の事象の経緯は (7)~(9) 式を用いて、次式で表せる。

$$\begin{aligned} LF_m(j|\theta) = & \left\{ \prod_{i=1}^j P_r[E_k: m_i, m_{i-1}] \cdot P_r[E_{k'}: j, m_L] \right\} \\ & k=1 \text{ or } 2, \quad k'=1 \text{ or } 2 \text{ or } 3 \quad (10) \end{aligned}$$

上式の $k=1, 2, 3$ は、各検査における部材破壊、亀裂発見、亀裂非発見の生起事象にそれぞれ対応する。

構造全体の尤度は、構造部材の独立の仮定によって、次式で表すことができる。

$$L_{sys}(j|\theta) = \prod_{m=1}^M LF_m(j|\theta) \quad (11)$$

ここで、未知母数に対する事前分布を $g^{(0)}(\theta)$ と表記すれば、ベイズの定理から j 回目検査後の未知母数の事後分布が次式で与えられる。

$$\begin{aligned} g^{(j)}(\theta) = & L_{sys}(j|\theta) \cdot g^{(0)}(\theta) \\ & / \int_{\theta} (\text{Numerator}) d\theta \quad (12) \end{aligned}$$

3.2.2 検査間隔の設定 第2図に示すように、 j 回目検査以後のある時刻 t^* まで部材が生存できる信頼度は、以下の2事象の何れかから求められる。

(1) j 回目検査時に部材修理

$$\begin{aligned} R(t^*: \text{Repair}) = & \bar{W}(t^* - T_j) R_B(t^* - T_j) \\ & + \int_{T_j}^{t^*} w(t - T_j) R_B(t - T_j) R_A(t^* - t) dt \quad (13) \end{aligned}$$

(2) j 回目検査時に亀裂非発見

$$R(t^*: \text{Nonrepair}|m_L) = P_{ser}/P[E_3: j, m_L] \quad (14)$$

ここで,

$$P_{ser} = \bar{W}(T_j - T_{mL})R_B(T_j - T_{mL}) + \sum_{i=mL+1}^j \left[\int_{T_{i-1}}^{T_i} w(t - T_{mL})R_B(t - T_{mL})R_A(T_j - t) \cdot \left[\prod_{k=i}^j \bar{D}(a(T_k - t)) \right] dt \right] \quad (15)$$

時刻 t^* まで機体構造を構成する M 個の部材のすべてが破壊しない, という条件で構造信頼度 $R_{sys}(t^*)$ を求めれば (13), (14) 式から次式を得る.

$$R_{sys}(t^*|\theta) = R(t^*: \text{Repair})^{M_r} \cdot \prod_{mL=1}^{j-1} R(t^*: \text{Nonrepair}|mL)^{M_{mL}} \quad (16a)$$

ここで,

$$M_r + \sum_{mL=1}^{j-1} M_{mL} = M \quad (16b)$$

但し, 上式中の M_r は j 回目検査における部材修理数, M_{mL} は j 回目検査では亀裂が発見されないが, これより前の l 回目検査で修理がおこなわれている部材数をそれぞれ表している.

(12), (16) 式から, ベイジアン信頼性解析による機体構造の信頼度として下記に示す (17) 式を得る. これは, (12) 式の j 回目検査後の未知母数の事後分布に基づく信頼度の期待値を表している.

$$R_{sys}(t^*) = \int_0^1 R_{sys}(t^*|\theta) \cdot g^{(j)}(\theta) d\theta \quad (17)$$

機体構造の目標信頼度を R_{des} とすれば, 上式の信頼度は以下の条件を満たさなければならない.

$$R_{sys}(t^*) \geq R_{des} \quad (18)$$

これから, R_{des} を満たす次期検査時刻 T_{j+1} は, 次式を用いて設定される.

$$T_{j+1} \leq R_{sys}^{-1}(R_{des}) \quad (19)$$

4. 非修理亀裂と検査計画

耐損傷設計が導入された航空機構造では, 検査と部材修理・交換などの保守によって構造信頼性は保証され, 向上する. しかし, 目的とする信頼度に応じて検査および保守の費用が増減することになり, 構造運用における費用の最適化を図る必要がある. そこで, 以下では保守費用の軽減を目的に, 非修理亀裂の構造信頼性に及ぼす影響についてベジアン信頼性解析を適用して, これに対する定式化をおこなう.

4.1 非修理亀裂 検査により亀裂が発見された場合, その長さがある特定長さ (a_{min}) 以下であり, 設定した検査時期までの安全性が確認されれば, 以下に述べる解析ではこれを修理せずそのまま運用に入る. 他方, a_{min} より長い亀裂はすべて修理・交換をおこなう. この修理すべき最小亀裂長 a_{min} を評価するために, 先に求めた事象 E_k ($k=1 \sim 3$) に加えて, 以

下の事象を定義する.

4.1.1 亀裂非修理 (Event: $E_4(a_j)$) n 回目検査 ($n < j$) で長さ a_n の亀裂を発見したが, $a_n < a_{min}$ であるためにこれを修理しない事象の確率は次式で表される.

$$P_r[E_4(a_j):j, n, l] = w(t_c - T_l)R_B(t_c - T_l)R_A(T_j - t_c) \cdot |dt/da_j| \cdot \left[\prod_{k=l+1}^{n-1} \bar{D}(a(T_k - t_c)) \right] \cdot D(a_n) \cdot \Delta a \quad (20)$$

4.1.2 非修理亀裂が $T_{j-1} \sim T_j$ 間で破壊 (Event: E_5) 非修理亀裂を有する部材が $(j-1) \sim j$ 回目検査の間で破壊する確率は, 次式に書ける.

$$P_r[E_5:j, n, l] = w(t_c - T_l)R_B(t_c - T_l)\{R_A(T_{j-1} - t_c) - R_A(T_j - t_c)\} \cdot |dt/da_j| \cdot \left[\prod_{k=l+1}^{n-1} \bar{D}(a(T_k - t_c)) \right] \cdot D(a_n) \Delta a \quad (21)$$

4.2 構造全体の尤度 j 回目検査で得られる各生起事象ならびに解析の流れを第3図に示す. 本図ならびに (10), (11) 式を参照して, j 回目検査における事象 E_k の部材数を M_k と記せば, 構造全体の尤度が次

第3図 a_{min} 基準解析の流れ図

式によって求められる。

$$L^*_{\text{sys}}(j|\theta) = \prod_{m=1}^M \left(\prod_{l=1}^L P_r[E_k:m_l, m_{l-1}] \right) \\ \cdot \prod_{m_1=1}^{M_1} P_r[E_1:j, m_{1L}] \cdot \prod_{m_2=1}^{M_2} P_r[E_2(a_j):j, m_{2L}] \\ \cdot \prod_{m_3=1}^{M_3} P_r[E_3:j, m_{3L}] \cdot \prod_{m_4=1}^{M_4} P_r[E_4:j, m_{4L}] \\ \cdot \prod_{m_5=1}^{M_5} P_r[E_5:j, m_{5L}], \quad k=1 \text{ or } 2 \text{ or } 5 \quad (22)$$

ベイズの定理から、未知母数の事後分布が(12)式と同様に、次式で表される。

$$g^{*(j)}(\theta) = L^*_{\text{sys}}(j|\theta) \cdot g^{(0)}(\theta) \\ \bigg/ \int_{\theta} (\text{Numerator}) d\theta \quad (23)$$

4.3 構造信頼性評価および検査時期の設定 (j

−1) 回目検査以前に亀裂を発見するが、その長さが j 回目検査時に a_{MIN} 以下のため、修理・交換をおこなわない場合の部材信頼度は、(6)および(8)式から次式で表される。

$$R(t^*:\text{Nonrepair of detected crack}|t_c) \\ = R_A(t^*-t_c)/R_A(T_j-t_c) \quad (24)$$

時刻 t^* における構造全体の信頼度は、上式の非修理亀裂を有する M_c 個の部材の信頼度、および先に求めた修理部材に対する信頼度の(13)、(14)式を用いて、次式に書ける。

$$R^*_{\text{sys}}(t^*|\theta) = \{R(t^*:\text{Repair})\}^{M_r} \\ \cdot \prod_{m_L=1}^{j-1} \{R(t^*:\text{Nonrepair}|m_L)\}^{M_{m_L}} \\ \cdot \left[\prod_{m_c}^{M_c} \{R(t^*:\text{Nonrepair of detected crack}|t_c)\} \right] \quad (25a)$$

ここで、

$$M_r + \sum_{m_L=1}^{j-1} M_{m_L} + M_c = M \quad (25b)$$

(23)、(25)式から、信頼度の期待値が次式で得られる。

$$R^*_{\text{sys}}(t^*) = \int_{\theta} R^*_{\text{sys}}(t^*|\theta) \cdot g^{*(j)}(\theta) d\theta \quad (26)$$

この結果を(19)式に適用すれば、次期検査時刻 T_{j+1} を定めることができる。

5. 計算例とその検討

5.1 破損率の近似 航空機構造が運用中に受ける荷重のうち、特に疲労に影響を与える荷重としては、胴体内圧荷重、翼構造に加わる突風荷重と操舵荷重、そして地-空-地荷重がある。これらの荷重を考慮した疲労荷重スペクトルは、飛行様式に応じて設計段階で適切に設定される。そこで本数値例では、様々な荷重条件ならびに構造部材の強度特性に対応できるように、解析手順を一般化するために、以下に示す代表的な荷重、強度分布のモデルについて数値計算をおこなう。

本例で扱う構造部材の破壊は、定常ガウス過程である変動応力が部材の残留強度を越える場合に起こると考える。一般に、強度と作用応力に対する安全余裕は大きく取られるので、本破壊モードの生起事象についてはポアソン近似が成り立つ。したがって、亀裂発生後の部材の破損率として、作用応力のレベルクロス率を用いた次の近似式を得る^{3,4)}。

$$h(t) = \int_r \nu^+(r) \cdot f_{R(t)}(r) dr \quad (27)$$

上式において、 $\nu^+(r)$ は強度 r に対する作用応力のレベルクロス率を示し、また $f_{R(t)}(r)$ は疲労亀裂の進展とともに低下する部材残留強度の確率分布を表す。これらの諸量を第1表にまとめる。なお、亀裂発生前の破損率 h_0 は部材の初期強度に対するレベルクロス率であり、これは上式に $t=0$ を代入することによって得られる。

5.2 数値例 計算に用いた諸要因の値を第2表に示す。構造運用目標寿命 (T_{des}) を25年とし、機体構造が維持すべき信頼度 (R_{sys}) を0.8に設定した。これは、機体構造を構成する M 個の部材すべてが破壊しない事象の確率である。部材中の危険部位に発生した疲労亀裂が進展し、フェイル・セーフ長さ a_s に至る

第1表 作用応力と部材強度および破壊モデル

Item	Model	Notation
Applied stress	Stationary Gaussian random process	$X: N[\mu_x, \sigma_x^2]$ Mean load: μ_x Rms value: σ_x
Stress range	Effective stress range: ΔS	$\Delta S = \sigma_x$
Residual strength	Gaussian random variable: $r = R(t)$	$R(t): N[\mu_{R(t)}, \sigma_{R(t)}^2]$ $\mu_{R(t)}: \psi(t) \cdot \mu_{R(0)}$ $\sigma_{R(t)}: \mu_{R(t)} \cdot \text{COV}_R$ $\psi(t) = 1 - \xi \cdot [(a(t) - a_0)/(a_s - a_0)]^{1/2}$
Failure rate	Degradation function: $\psi(t)$	
	Expected rate of upcrossing: $\nu^+(r)$	$\nu^+(r) = N_0 \cdot \exp\{-(r - \mu_x)^2 / 2\sigma_x^2\}$

第 2 表 数値計算に用いた値

Item		Modal value
Design life (years)	: T_{des}	25
Minimum structural reliability required	: R_{des}	0.8
Number of structural members	: M	100
Parameters in PDF of time to crack initiation		
α		2
β (years)	True value : β_T	30
Parameters in crack propagation		
	: Q	2
	: C	1.0×10^{-8}
Initial crack length (mm)	: a_0	5
Fail safe crack length (mm)	: a_s	100
Parameters in NDI detectability		
	True value : d_T	0.15
Parameters in failure rate		
	: h_0	2.75×10^{-5}
	: r	1.55
Applied stress		
Mean (MPa)	: μ_x	98.1
Standard deviation (MPa)	: σ_x	49.0
Expected rate of mean crossing (cycles/year)	: N_0	5000
Effective stress range (MPa)	: ΔS	49.0
Residual strength		
	Mean (MPa) : $\mu_{R(0)}$	441.0
	COV : COV_R	0.05
Parameters in degradation function $\psi(t)$		
	: ξ	0.25
Nonrepaired crack length (mm)		10, 15, 20, 25, 30

第 4 図 損傷要因の例 (疲労亀裂進展, 亀裂発見確率, 残留強度)

第 5 図 破損率関数の近似

場合の部材の残留強度には、初期強度の 75% を仮定する。第 4 図にはこれらの値による、疲労亀裂進展、亀裂発見確率、そして劣化する部材残留強度の平均値を示す。また本数値例の範囲内では、第 5 図に示すように、 $\ln\{h(t)\}$ が t に関する一次式で表される。したがって、以下では破損率に対する次の簡潔な近似式を用いる。

$$h(t) = \exp\{r \cdot t + \ln(h_0)\} \quad (28)$$

推定する不確実要因には、亀裂発生寿命分布の尺度母数 β と発見確率曲線の指数 d を考慮し、他の要因の特性値を既知とする。 β と d に関する従来の経験、情報などが利用できる場合には、それらを反映させた事前分布を仮定することができる。これに対し、本例では事前の情報が得られない場合を想定して、未知母数に関する確信の度合を一樣とした次の事前分布を用

(1) Prior density (2) 2nd Inspection (3) 4th Inspection (4) 6th Inspection

第6図 未知母数推定結果 (事後結合確率密度関数)

いる。

$$g^{(0)}(\beta, d) = \frac{1}{(\beta_U - \beta_L) \cdot (d_U - d_L)} \cdot \begin{cases} \beta_L < \beta < \beta_U, & d_L < d < d_U \\ = 0, & \text{他} \end{cases} \quad (29)$$

第3表にその推定範囲の上下限値を示す。表中のCase 1は真実値が推定範囲の中央に位置しており、予測範囲が適切である例を示す。しかし、未知母数に関する事前の情報の制約などから、このような適切な設定が常におこなえるものではない。そこで、推定範囲が危険側 (Case 2) および安全側 (Case 3) である場合を想定し、これらの設定が信頼性に与える影響について検討をおこなった。

未知母数の推定結果の一例を、 (β, d) の事後結合確率密度関数 (PDF) を用いて、第6図に示す。なお、構造損傷の真実の状態、すなわち疲労亀裂の発生と進展の状況は各Case共に同一とした。本図から明らかに、最頻値の真実値 (β_T, d_T) 方向への移動が第

第3表 事前分布の推定範囲

Range	$\beta_L - \beta_U$	$d_L - d_U$
Case 1	10-50	0.05-0.25
Case 2	18-58	0.09-0.34
Case 3	2-42	0.01-0.21
Division: $\Delta\beta, \Delta d$	4	0.02

2回目検査後に既に見られており、未知母数に対する予測範囲が構造運用情報によって早期に修正されることがわかる。そして真実値への集中が第4回目検査で明確に現れている。これらの状態を定量的に把握するために、各Caseについて50回のシミュレーションをおこない、最頻値に関する統計量を得た。その結果を第4表に示す。各Caseにおいて、 β, d ともに最頻値の平均は真実値にほぼ一致しているが、 β の最頻値の変動係数 (COV) が d の COV に比べて小さくなっ

第4表 推定モードの統計量 (1部材あたり)

Case	Inspection No.	time (years)	β		d		No. of failed members $\times 10^{-2}$
			Mean	COV	Mean	COV	
1	3.04	14.1	31.0	0.183	0.165	0.415	1.04
	6.32	23.6	30.4	0.115	0.155	0.250	1.74
2	2.28	12.7	32.0	0.260	0.189	0.651	1.26
	5.74	23.4	30.5	0.134	0.156	0.484	2.05
3	3.34	13.1	31.3	0.137	0.159	0.259	1.00
	7.08	23.8	30.3	0.069	0.151	0.167	1.55
True value	3	14.6	30.0	—	0.150	—	1.36
value	6	23.4	30.0	—	0.150	—	1.81

(50 Samples)

第7図 検査計画の例

ている。この結果から、本構造モデルでは β の方が推定し易いことがうかがえる。次に、目標寿命(T_{des})の約1/2および1/1近傍の運用時刻で各Caseを比較すると、Case 3では当該時刻までに必要とした検査回数は若干多いものの、他のCaseに比べて最頻値のCOVが小さく、また部材の平均破壊数が少ないことが認められる。したがって本Case 3の結果は、未知母数に対する安全側の設定範囲が妥当であることを示

第8図 a_{MIN} に対する検査回数と部材修理・交換数 (1部材あたり)

唆している。

第6図の推定結果に基づく検査計画の例を、第7図に示すベイズ解析で求めた検査計画を実線で表し、これに対して真実値を用いて計算した結果を点線で示す。構造運用の初期においては、事前の未知母数の設定範囲に対応するように検査間隔が設定されている。安全側の傾向を示しているCase 3の運用初期を除いて、実線と点線との間には大きな差異はなく、ベイズ解析が検査計画に対する有効な評価法であることが本結果から把握できる。

5.3 最小修理亀裂長の設定 ベイズ解析法の1つの応用として、非修理亀裂を有する機体構造の信頼性評価の例について、その結果を以下にまとめる。なお、構造モデルには前述のモデルをそのまま使い、未知母数の事前分布としてはCase 1を考慮している。

第8図は $a_{\min}$ 基準の適用, すなわち $a_{\min}$ 以下の亀裂を修理しない構造運用に対して, 設計寿命まで所定の構造信頼性を維持するのに要する検査回数と, 部材修理・交換数を表す 検査回数 (○印) は, $a_{\min}$ の長さと共に増加するが, 点線で示した真実値の結果に比べてやや安全側の傾向を示している. 一般に $a_{\min}$ を大きく設定した場合には, 亀裂の存在は既知ではあるが未修理の部材が増加する. したがって, 部材の信頼度の低下を防止するためには検査間隔を短くしなければならない. 図中の●印は, 部材の修理・交換総数を表したものであるが, 真実値の結果との大きな差異はない. 以上の結果に見られるように, 最小修理亀裂長 $a_{\min}$ を大きく設定するにしたがい, 検査回数は増加するが, 一方, 部材修理・交換数が逆に減少する. したがって検査および修理に要する諸費用を考慮すれば, ある最適な $a_{\min}$ が存在し得ることになる. そこで, 信頼度の要求基準を満たす条件のもとで, 検査・保守費用に関する相対的な評価を次式で試算する.

$$C_R = [\text{No. of inspections}] \\ + [\text{No. of repair or replaced members}] \\ * C_r / C_i \quad (30)$$

上式で, C_r は部材修理・交換に要する費用, C_i は検査費用をそれぞれ表す. 第9図は, 前図の結果を上式に代入して得た相対費用 C_R を示す. C_r / C_i の値にかかわらず, $a_{\min}$ を大きく設定するにしたがい, 相対費用は増加する. 本結果からは最適な $a_{\min}$ の値を見いだすことはできないが, $a_{\min}$ が 15 mm までの相対費用はほぼ一定とみなせる. したがって, 最小修理亀裂長さ $a_{\min}$ を 15 mm 程度に設定するのは, 構造運用の合理化への1つの選択と考えられる.

第9図 $a_{\min}$ の選定

6. あとがき

航空機構造の耐損傷性を維持するためには, 検査レベル, 頻度および間隔などの検査計画の設定にあたり, 運用経験を十分に取り入れて, 適宜に修正ができる柔軟な検査計画が必要である. 本報告では, 疲労破壊に対する航空機構造の健全性の確保を目的に, 構造検査で得られた結果から不確実要因の母数をベイズの方法によって推定し, その推定値を用いて以後の検査間隔の設定をおこなう確率モデルを作成した. 本研究で得られた結果をまとめると以下ようになる.

(1) 構造信頼性を満たすための検査計画の作成について, ベイズの理論を用いてこの問題の定式化をおこなった. 本方法では, 未知要因に対する事前の情報不足を補うために, 従来の経験や知識を事前の予測として定量化し, 解析の中に導入することが可能である. 更に, 構造運用で得られる有益な情報を収集し, 逐次これらを検査計画に反映させることによって, 安全運用のための検査方針を設定できる.

(2) 非修理亀裂の大きさの構造信頼性に及ぼす影響についてベジアン信頼性解析を適用し, その定式化をおこなった. 数値モデルを通じて, 最小修理亀裂長さおよび検査間隔および部材修理・交換数との定性的関係が明らかになった.

本研究の遂行にあたり, 有益なご助言をいただきました篠塚正宣教授(プリンストン大), 藤本由紀夫助教授(広島大)ならびに朝田洋雄室長(航空宇宙技術研究所)に厚くお礼申し上げます

Appendix 条件付尤度

j 回目検査後の未知母数の事後確率密度関数 (PDF) は, 以下に示す (A 1) 式から計算されるが, この場合の部材の尤度 (LF_j) には, 構造運用開始 ($T_0=0$) から現時刻 (T_j) までのすべての生起事象が含まれている.

$$g^{(j)}(\beta, d) = LF_j \cdot g^{(0)}(\beta, d) \\ / \iint (\text{Numerator}) d\beta dd \quad (A 1)$$

ここで ($j-1$) 回目検査後の事後 PDF を考えると, これは j 回目検査の設定に対する事前 PDF でもあり. したがって (A 1) 式は次式の巡回関係で表されることになる. この場合の尤度は, T_{j-1} までに生起した事象の下での条件付尤度 (CLF_j) となる.

$$g^{(j)}(\beta, d) = CLF_j \cdot g^{(j-1)}(\beta, d) \\ / \iint (\text{Numerator}) d\beta dd \quad (A 2)$$

第8図は $a_{\min}$ 基準の適用, すなわち $a_{\min}$ 以下の亀裂を修理しない構造運用に対して, 設計寿命まで所定の構造信頼性を維持するのに要する検査回数と, 部材修理・交換数を表す 検査回数 (○印) は, $a_{\min}$ の長さと共に増加するが, 点線で示した真実値の結果に比べてやや安全側の傾向を示している. 一般に $a_{\min}$ を大きく設定した場合には, 亀裂の存在は既知ではあるが未修理の部材が増加する. したがって, 部材の信頼度の低下を防止するためには検査間隔を短くしなければならない. 図中の●印は, 部材の修理・交換総数を表したものであるが, 真実値の結果との大きな差異はない. 以上の結果に見られるように, 最小修理亀裂長 $a_{\min}$ を大きく設定するにしたがい, 検査回数は増加するが, 一方, 部材修理・交換数が逆に減少する. したがって検査および修理に要する諸費用を考慮すれば, ある最適な $a_{\min}$ が存在し得ることになる. そこで, 信頼度の要求基準を満たす条件のもとで, 検査・保守費用に関する相対的な評価を次式で試算する.

$$C_R = [\text{No. of inspections}] \\ + [\text{No. of repair or replaced members}] \\ * C_r / C_i \quad (30)$$

上式で, C_r は部材修理・交換に要する費用, C_i は検査費用をそれぞれ表す. 第9図は, 前図の結果を上式に代入して得た相対費用 C_R を示す. C_r / C_i の値にかかわらず, $a_{\min}$ を大きく設定するにしたがい, 相対費用は増加する. 本結果からは最適な $a_{\min}$ の値を見いだすことはできないが, $a_{\min}$ が 15 mm までの相対費用はほぼ一定とみなせる. したがって, 最小修理亀裂長さ $a_{\min}$ を 15 mm 程度に設定するのは, 構造運用の合理化への1つの選択と考えられる.

第9図 $a_{\min}$ の選定

6. あとがき

航空機構造の耐損傷性を維持するためには, 検査レベル, 頻度および間隔などの検査計画の設定にあたり, 運用経験を十分に取り入れて, 適宜に修正ができる柔軟な検査計画が必要である. 本報告では, 疲労破壊に対する航空機構造の健全性の確保を目的に, 構造検査で得られた結果から不確実要因の母数をベイズの方法によって推定し, その推定値を用いて以後の検査間隔の設定をおこなう確率モデルを作成した. 本研究で得られた結果をまとめると以下ようになる.

(1) 構造信頼性を満たすための検査計画の作成について, ベイズの理論を用いてこの問題の定式化をおこなった. 本方法では, 未知要因に対する事前の情報不足を補うために, 従来の経験や知識を事前の予測として定量化し, 解析の中に導入することが可能である. 更に, 構造運用で得られる有益な情報を収集し, 逐次これらを検査計画に反映させることによって, 安全運用のための検査方針を設定できる.

(2) 非修理亀裂の大きさの構造信頼性に及ぼす影響についてベジアン信頼性解析を適用し, その定式化をおこなった. 数値モデルを通じて, 最小修理亀裂長さおよび検査間隔および部材修理・交換数との定性的関係が明らかになった.

本研究の遂行にあたり, 有益なご助言をいただきました篠塚正宣教授(プリンストン大), 藤本由紀夫助教授(広島大)ならびに朝田洋雄室長(航空宇宙技術研究所)に厚くお礼申し上げます

Appendix 条件付尤度

j 回目検査後の未知母数の事後確率密度関数 (PDF) は, 以下に示す (A 1) 式から計算されるが, この場合の部材の尤度 (LF_j) には, 構造運用開始 ($T_0=0$) から現時刻 (T_j) までのすべての生起事象が含まれている.

$$g^{(j)}(\beta, d) = LF_j \cdot g^{(0)}(\beta, d) \\ / \iint (\text{Numerator}) d\beta dd \quad (A 1)$$

ここで ($j-1$) 回目検査後の事後 PDF を考えると, これは j 回目検査の設定に対する事前 PDF でもあり. したがって (A 1) 式は次式の巡回関係で表されることになる. この場合の尤度は, T_{j-1} までに生起した事象の下での条件付尤度 (CLF_j) となる.

$$g^{(j)}(\beta, d) = CLF_j \cdot g^{(j-1)}(\beta, d) \\ / \iint (\text{Numerator}) d\beta dd \quad (A 2)$$

当然のことながら、両者ともに同一の結果を得るが、計算の過程における桁落ちを避ける点で、(A 2)式のほうが有利であることが認められる。

条件付尤度を構成する事象確率には、 $(j-1)$ 回目検査で発見 (Repair) または非発見 (Nonrepair) 事象の条件付確率を用いる。本文中の(7)~(9)式および(13)(14)を参照して、これらの事象確率を以下にまとめる。

$$P_r[E_1:j|\text{Repair}:j-1] = P_r[E_1:j, j-1] \quad (\text{A } 3)$$

$$P_r[E_2(a_j):j|\text{Repair}:j-1] = P_r[E_2(a_j):j, j-1] \quad (\text{A } 4)$$

$$P_r[E_3:j|\text{Repair}:j-1] = P_r[E_3:j, j-1] \quad (\text{A } 5)$$

$$P_r[E_1:j|\text{Nonrepair}:j-1] = P_r[E_1:j, l] / P_r[\text{Nonrepair}:j-1, l] \quad (\text{A } 6)$$

$$P_r[E_2(a_j):j|\text{Nonrepair}:j-1] = P_r[E_2(a_j):j, l] / P_r[\text{Nonrepair}:j-1, l] \quad (\text{A } 7)$$

$$P_r[E_3:j|\text{Nonrepair}:j-1] = P_r[E_3:j, l] / P_r[\text{Nonrepair}:j-1, l] \quad (\text{A } 8)$$

$$P_r[\text{Nonrepair}:j-1, l] = P_r[E_3:j-1, l] \quad (\text{A } 9)$$

参考文献

- 1) Goranson, U. G. and Rogers, J. T.: Element of Damage Tolerance Verification, Proc. of 12th ICAF Symposium, 1983, p. 1.8/1-1.8/50.
- 2) 岡村弘之, 板垣 浩: 強度の統計的取り扱い, 培風館, 1976.
- 3) Yang, J. N. and Trapp, W. J.: Reliability Analysis of Aircraft Structures under Random Loading and Periodic Inspection, AIAA J., 12 (1974), pp. 1623-1630.
- 4) Shinozuka, M.: Development of Reliability-Based Aircraft Safety Criteria, An Impact Analysis, AFFDL-TR-76-31 (1976).
- 5) Shinozuka, M., Itagaki, H. and Asada, H.: Reliability Analysis of Structures with Latent Cracks, Proc. of the US-Japan Cooperative Seminar, 1981, pp. 237-247.
- 6) 板垣 浩, 山本規雄: 船体構造部材の検査に関するベイズアン構造信頼性解析, 日本造船学会論文集, 158 (1985), pp. 565-570.
- 7) Asada, H., Itagaki, H. and Ito, S.: Effects of Sampling Inspection on Aircraft Structural Reliability, Proc. of ICOSSAR '85, 1 (1985), pp. 87-96.
- 8) Fujimoto, Y., Itagaki, H., Ito, S., Asada, H. and Shinozuka, M.: Bayesian Reliability Analysis of Structure with Multiple Components, Proc. of ICOSSAR '89, 3 (1989), pp. 2143-2146.