論 文

CONTRIBUTED PAPERS

周波数成形を考慮した二次元翼能動フラッタ制御系の構成^{*1} Syntheses of Two-Dimensional Airfoil Active Flutter Suppression Control Systems with Frequency Shaping

藤 森 篤^{*2}・大 島 憲 一^{*3}
Atsushi FUJIMORI and Kenichi OHSHIMA

Key Words : Active Flutter Suppression, LQG, Frequency Shaping, H_∞ Control

Abstract

Control systems for active flutter suppression (AFS) of a two-dimensional airfoil are designed by means of two methods in which the frequency shaping is taken into consideration. The one is the frequency-shaped weighting LQG (FWLQG). In the method, the performance variables are considered in the frequency domain in order that the controlled system may be robust. The another is the mixed sensitivity reduction problem in H_∞ control theory (H_∞ -mix). Aeroelastic systems, in general, change their internal parameters with free stream velocity. When the system becomes unstable, flutter occurs. To be robust for the parameter perturbation, AFS control systems are designed so that the sensitivity may be low in the low frequency region. As a result, FWLQG and H_∞ -mix compensators can increase the flutter velocity more than LQG ones. In particular, a H_∞ -mix compensator of two-output case in which the vertical displacement of the airfoil and its acceleration are considered can increase the flutter velocity by 43.2 percent. Comparing both methods, H_∞ -mix is superior to FWLQG because the former can shape the frequency response more closely.

1. 序 論

H_∞ 制御理論に代表される最近のロバスト制御理論の発展により、多変数系でも周波数領域の特性を考慮した制御系設計が可能となってきた。時間領域で設計仕様を与えている Linear Quadratic Gaussian (LQG) 制御理論は、二次形式評価関数を最小にする制御則を導くが、一般にこの時間領域での仕様は非物

理的で制御対象の特性を十分把握した仕様値を与えることが難しい。これに対し周波数領域では、系の持つべき特性が把握し易く、ロバスト性を考える上で都合がいい。

そこで本研究では、2つの周波数領域でのロバストな制御系設計法を空力弾性系の制御問題である二次元翼の能動フラッタ抑止 (AFS) システムに適用してその有効性を検討する。1つは周波数依存重みの最適レギュレータリを用いた LQG 制御系設計法 (FWLQG) である。通常の最適レギュレータは、評価関数の重み行列として定数行列を与えるのであるが、この設計法の考え方は系のロバスト性を考慮するために周波数領域で評価変数を設定しようとするものである。もう1つは、 H_∞ 制御理論²⁾を使った混合感度低減問題による方法 (H_∞ -mix) である。ところで、空力弾性系は飛行速度によってそのパラメータが変化し、不安定系になった状態がすなわちフラッタである。従って、このパラメータ変動に対してロバストであることが AFS 制御システムを構成する上で重要である。本研究では、この点に注目して上記の2つの設計法を適用する。尚、対象とする系は二次元翼であるので、高次の振動モードなどの非モデル化要素に対するロバスト性は考えていない。

2. 制 御 対 象

制御対象は、第1図に示される二次元翼を考える。翼の自由度は、基準位置からの弾性軸 (e. a.) での曲げ変位 h 、振り角 α 、それに後縁操舵面の舵角 β である。空気力は、翼の運動による成分と突風による成分があり、それらの非定常部分には有理関数近似表現を用いる。また、駆動系は2次系を、突風モデルは1次系を仮定すると、二次元翼の AFS システムの状態方

^{*1} 平成4年4月8日、日本航空宇宙学会第23期年会で発表。
平成4年3月10日原稿受理

^{*2} 静岡大学工学部エネルギー機械工学科

^{*3} 静岡大学大学院工学研究科

第1図 二次元翼

第2図 自由流速の変化による二次元翼の特性根

程式は

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + B_n w_1(t) \quad (1.1)$$

$$y(t) = Cx(t) + w_2(t) \quad (1.2)$$

$$x \in \mathcal{R}^3, u \in \mathcal{R}^1, w_1 \in \mathcal{R}^2$$

$$y, w_2 \in \mathcal{R}^1 \text{ or } \mathcal{R}^2$$

と書ける³⁾. w_1, w_2 は互いに無相関な白色雑音である. 出力 y は翼の垂直変位とその加速度を考える.

規格化した自由流速速度 $K \triangleq (U/b)$ の変化に対する二次元翼の特性根の挙動を第2図に示す. このモデルの場合, 翼の曲げモードが不安定モードとなる. フラッタ速度は $K=297.13$ である. 制御系設計の設計点は, フラッタ速度よりも約9.4%高い $K=325$ とする. $K=325, 350, 375$ のときのボード線図を第3図に示す. (1)式において A, C 行列は自由流速速度 K によって変化する. 図から, 系のパラメータ変動はおもに低周波領域での特性に影響することがわかる. この影響を低減するためには, 一般に低周波のループゲインを大きくするまたは, 感度関数を小さくすればよい⁴⁾. 続く2節での AFS 制御システム設計は, この点に注目して行う.

3. FWLQG による制御系設計

3.1 周波数依存重み最適レギュレータ (2)式で表わされる線形時不変システムを考える. 但し, (A, B) は可安定, (C, A) は可検出とする.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \end{cases} \quad (2.1)$$

$$\begin{cases} y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2.2)$$

$$x \in \mathcal{R}^n, u \in \mathcal{R}^m, y \in \mathcal{R}^l$$

このシステムに対し, 次の二次形式評価関数を最小化

第3図 二次元翼 AFS システムの周波数応答 ($K=325, 350, 375$)

第5図 $H_1(s)$ 設計の考え方

$$\begin{aligned} R_{br} &= I_m + F_b(sI - A_b)^{-1} B_b \\ &= I_m + (F + F_1 \Phi_1 B_1 C) \Phi B \end{aligned} \quad (13)$$

一方、オブザーバを含めたときの帰還差行列を $R_b(s)$ とすると、(2), (11), (13)式より

$$\begin{aligned} R_b &= I_m + \{F \Phi_{FK} [K - B F_1 \Phi_1 B_1] \\ &\quad + F_1 \Phi_1 B_1\} C \Phi B \\ &= [I_m + F \Phi_K K]^{-1} [I_m + F \Phi_K B \\ &\quad + (F \Phi_K K + F_1 \Phi_1 B_1) C \Phi B] \\ &= [I_m + F \Phi_K B]^{-1} R_{br} \end{aligned} \quad (14)$$

状態フィードバックの場合、周波数依存重み $H_1(s)$ はゲイン行列 F と並列に $F_1 \Phi_1(s) B_1 C$ を付加しているから、 F に対する“ゲイン補正項”とみなすことができる。また、 $R_{br}(s)$ は安定余有に関する“円条件”を満足している。

$$R_{br}^*(j\omega) R_{br}(j\omega) \geq R_2 \quad \forall \omega \quad (15)$$

一方、オブザーバを含めた場合の帰還差行列は、 $[I_m + F \Phi_K B]^{-1}$ の項が付加されているので、通常 LQG 補償器と同様円条件は満足されない。しかし、 $R_b(s)$ は $R_{br}(s)$ を直列に含んでいるので、 $R_{br}(s)$ の保持している周波数成形効果はオブザーバを付加しても失われない。系のパラメータ変動に対してロバストであるためにはパラメータ変動の影響を受ける低周波において低感度であればよい⁴⁾。帰還差行列の逆が感度行列であるから、低感度にするには低周波で帰還差行列を大きくすればよい。従って、 $H_1(s)$ は第5図に示すように被制御変数のピークまたはハイゲインとなっている部分により大きく重みを課すように定めればその付近の周波数は低感度となる。

4. H_∞ -mix による制御系設計

現在、 H_∞ 制御問題の解法は伝達関数を使った方法と状態空間からの直接的解法がある。ここでは前者の方法の代表的な解である Glover & Doyle の解²⁾を使って、系を安定化し更に注目すべき伝達関数行列の H_∞ ノルム条件を満たす補償器を構成する。ここで H_∞ ノルムとは、プロパーな有理関数行列 $G(s)$ につ

いて

$$\|G\|_\infty \triangleq \sup_{\omega > 0} \bar{\sigma}[G(j\omega)] \quad (16)$$

と定義される。但し、 $\bar{\sigma}[\cdot]$ は $\cdot$ の最大特異値を、 $\underline{\sigma}[\cdot]$ は $\cdot$ の最小特異値を意味する。すなわち、 H_∞ ノルムは $G(s)$ の周波数応答の最大ゲインを意味している。また H_2 ノルムとは、強プロパーな $F(s)$ について

$$\|F\|_2 \triangleq \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{tr}[F^*(j\omega)F(j\omega)] d\omega \right\}^{1/2} \quad (17)$$

と定義される。これは LQG 制御の二次形式評価関数と本質的に等価な量である。一般に、 H_∞ 制御問題は木村の解説⁶⁾で説明されているようにいくつかのタイプの問題設定が考えられる。混合感度低減問題はその一つである。本研究の二次元翼 AFS 制御システムは低周波数域に着目すればよいのであるが、Glover & Doyle の解法では感度低減問題としてその補償器が計算されない⁷⁾。そこで、本研究では乗法的摂動を考えた混合感度低減問題として解く。

$P(s)$ を制御対象、 $K(s)$ を補償器とすると感度行列 $S(s)$ と相補感度行列 $T(s)$ は

$$S = (I_t + PK)^{-1} \quad (18)$$

$$T = PK(I_t + PK)^{-1} \quad (19)$$

混合感度低減問題は、 $S(s)$ と $T(s)$ を合わせた伝達関数の H_∞ ノルムを予め規定された値である γ 未満になる補償器を求めようというもので、 $S(s)$, $T(s)$ の周波数形成を直に行える。しかしながら、(18), (19)式より $S + T \equiv I_t$ なので、すべての周波数に関して独立してそれらの仕事を設定することはできない。一般に、低周波で $S(s)$ を、高周波で $T(s)$ を小さくするように設計すれば、パラメータ変動とロバスト安定性が同時に適当に満足される⁴⁾。 H_∞ 制御混合感度低減問題 (H_∞ -mix) はこれを実現すべく、 $S(s)$, $T(s)$ にそれぞれ周波数依存重みを付加したものの H_∞ ノルムを考える。すなわち

$$\left\| \begin{matrix} W_s S \\ W_t T \end{matrix} \right\|_\infty < \gamma, \quad \gamma > 0 \quad (20)$$

(20)式が満たされれば、明らかに

$$\|W_s S\|_\infty < \gamma \quad (21)$$

である。本設計においてポイントとなることは、重み関数 $W_s(s)$, $W_t(s)$ の設定とノルムの制限値 γ の設定である。(21)式より

$$\begin{aligned} \gamma &> \bar{\sigma}[W_s(j\omega)S(j\omega)] \\ &\geq \underline{\sigma}[W_s(j\omega)] \bar{\sigma}[S(j\omega)] \\ &= \bar{\sigma}[S(j\omega)] / \bar{\sigma}[W_s^{-1}(j\omega)] \\ \therefore \bar{\sigma}[S(j\omega)] &< \gamma \bar{\sigma}[W_s^{-1}(j\omega)], \quad \forall \omega \end{aligned} \quad (22)$$

すなわち、重み行列の逆数が被制御伝達関数の上限を規定している。故に $W_s(s)$ は、 $\bar{\sigma}[W_s^{-1}(j\omega)]$ が望まし

い $S(s)$ を形成するように選びそのゲイン調整を γ で行う. 第 1, 2 節で述べたように, 本研究では非モデル化要素に対するロバスト安定性を考慮していないので, $T(s)$ については具体的な周波数成形を考える必要がない. しかし, (20) 式を満たす解を持つ必要条件は

$$\sigma[W_e^{-1}(j\omega)] + \sigma[W_i^{-1}(j\omega)] > \gamma \quad \forall \omega \quad (23)$$

であるので, 本研究ではこれを満たすように $W_i(s)$ を定める.

Glover & Doyle の解法では 2 つの Riccati 方程式を解く. このとき, 半正定解でしかもこれらの積の最大固有値が γ^2 未満でないと補償器が構成できないので, 上記の考察に加えてこの制限をも考慮に入れて γ の値を定める必要がある.

5. AFS システムの数値計算例

本節では, 3, 4 節で述べた設計法を二次元翼の AFS 制御システムに適用する. システムのパラメータ値は文献 3 と同じ数値を用いる. 出力変数については, 垂直変位出力 $y(t) = h(t)$, 垂直加速度 $y(t) = \ddot{h}(t)$, 2 出力 $y(t) = [h(t) \ \ddot{h}(t)]^T$ の 3 つのケースについて考える. 以前に述べたように, 本研究における制御系設計の指針は飛行速度の変化にともなう系のパラメータ変動に対してロバスト性を持たせることであり, 感度行列の周波数成形に着目した設計を行う. こ

の結果として, フラッタ速度の向上を図ることを目的とする.

5.1 FWLQG 第 3 図に示されるように, 自由流速速度の変動は曲げモード振動数 (70.7 rad/s) 付近までの低周波において設計点の周波数特性と大きなずれを生じている. そこで周波数依存重み $H_i(s)$ は, ある周波数まで帯域するフィルタとして

$$H_{11}(s) = \frac{a}{s+a} b \quad (24)$$

$$H_{12}(s) = \frac{a^2}{(s+a)^2} b \quad (25)$$

の 2 つの場合について検討する. 但し, 出力ケース 3 の場合 $b = \text{diag}\{b_1 \ b_2\}$ とする. FWLQG 補償器と通常の LQG 補償器の制御性能結果を第 1 表に示す. LQG 補償器の重みは周波数 $\omega=0$ でのゲイン b を一様に重み付けした場合に対応している. この制御対象は 1 入力系であるので, FWLQG, LQG 補償器とも入力重みは $R_2=1$ として設計した.

FWLQG 補償器は, $\omega=0$ のゲイン, すなわち b が等しい通常 LQG 補償器と比べて (FW 11, FW 12 vs LQG 1 a, FW 21 vs LQG 2, FW 31 vs LQG 3) 操舵量 β_{rms} , $\dot{\beta}_{rms}$ が少ないにも関わらず, フラッタ速度を向上させている. これは, 3 節で述べたようにある特定の周波数に重み付けすることによって, 効果的にその周波数応答を低減化していることの成果である.

第 1 表 FWLQG 補償器と LQG 補償器の制御性能

Compensator*	Order n_c	α	b^{**}	K_F (rate %)***	Gain M. (dB)	Phase M. (deg)	β_{rms} (deg) $\dot{\beta}_{rms}$ (deg/s)
FW11	14	60	15	400.25 (34.71)	-4.763 +7.469	-41.3 +33.0	10.06 2498
FW12	15	80	15	403.75 (35.88)	-4.716 +6.730	-40.8 +32.0	9.041 2102
FW21	14	70	10^{-3}	379.00 (27.55)	-3.904 +9.652	-34.0 +33.4	2.065 420.4
FW31	15	10	$\{1 \ 10^{-3}\}$	377.00 (26.88)	-4.160 +9.904	-34.2 +33.0	2.068 418.6
LQG1a	13	—	15	390.75 (31.51)	-4.109 +9.248	-40.6 +35.9	12.61 3396
LQG1b	13	—	1	365.25 (22.93)	-3.320 +6.621	-26.0 +23.9	4.333 607.4
LQG2	13	—	10^{-3}	336.75 (13.33)	-11.27 +3.387	-26.1 +48.5	4.045 276.7
LQG3	13	—	$\{1 \ 10^{-3}\}$	338.25 (13.84)	-11.19 +3.799	-28.2 +47.4	3.872 272.0

* FW xy , LQG x : x は出力ケース番号, y は周波数依存重み $H_i(s)$ ($y=1$: H_{11} , $y=2$: H_{12}) を意味する.

** 出力ケース 3 の場合, $b = \text{diag}\{b_1 \ b_2\}$ である.

*** (rate) = $\frac{K_F - 297.13}{297.13} \%$

第6図 $H_i(s)$ のゲイン b に対するフラッタ速度

(24), (25)式の重み関数は2つのパラメータがある。出力ケース1の場合について、 a, b に対するフラッタ速度の変化を第6, 7図に示す。 $H_{11}(s), H_{12}(s)$ とも、 $b=15$ のときが最もフラッタ速度を高めている。これは被制御変数への重みをむやみに大きくすることが必ずしもよい制御系とならないことを示している。また、 a に関しては $H_{11}(s)$ で $a=60$ 、 $H_{12}(s)$ では $a=80$ のときが最もよい。

出力ケース2, 3においてFWLQG補償器のゲイン余有は、(+)側のほうが大きい。このことは、前回の報告^{3,8)}で指摘したようにフラッタにロバストな特性を有しているといえる。

5.2 H_∞ -mix まず、出力ケース1の通常LQGで $R_1=1$ として設計した補償器(第1表LQG1b)の

第7図 $H_i(s)$ の折点周波数 a に対するフラッタ速度

第8図 LQG1b補償器を用いた場合の感度特性

感度行列の特異値線図を第8図に示す。この系は不安定系であるため、曲げモードの振動数付近に共振点を作っている。この補償器よりもパラメータ変動に対してロバストにするためには、この部分をなるべく小さくするように周波数依存重み $W_s(s)$ を設計すればよい。出力ケース1において重みを

$$\gamma=5, \quad W_s(s)=\frac{200}{s+80}$$

$$W_t(s)=\frac{1}{6 \times 10^8}(s^3+2 \times 10^3 s^2+2 \times 10^6 s+10^9)$$

と設定して得られた H_∞ 補償器 HIM1 を使用したときの感度行列とその重み行列の特異値線図を第9図に示す。 $W_s(s)$ を1次遅れ系として与えているので、補償器の次数は14次となる。得られた $S(s)$ は、(21)式

が保証しているように重みの逆数と γ の積未満に低減されている。第8図に比べて感度行列の山が小さくなっており、フラッタ速度も増加している。

各出力ケースに対して求められた H_∞ -mix 補償器の制御性能結果を第2表にまとめた。比較のため、(19)式の H_∞ ノルムの代わりに H_2 ノルムをとった場合、すなわち H_2 制御混合感度低減問題の補償器の結果も載せてある。 H_2 ノルムは伝達関数の2乗値を周波数全体に渡って積分した値であるので、 H_2 制御は本質的にLQG制御と等価となる(被制御変数は通常のLQGと一致していない)。第2表では、すべての出力ケースについて H_∞ 制御のほうが H_2 制御より優れており、更にこれはFWLQGよりフラッタ速度を向上させている。

第9図 HIM1 補償器を用いた場合の感度特性

表2表 H_∞ -mix 補償器と H_2 -mix 補償器の制御性能

Compensator*	Order n_c	K_F (rate %)**	Gain M. (dB)	Phase M. (deg)	β_{rms} (deg) $\dot{\beta}_{rms}$ (deg/s)
HIM1	14	410.25 (38.07)	-4.595 +9.023	-37.6 +36.0	14.29 4220
HIM2	14	416.25 (40.09)	-3.603 +7.815	-34.0 +29.3	1.962 401.9
HIM3	14	425.50 (43.20)	-4.226 +7.234	-38.3 +34.8	1.841 318.4
H2M1	14	409.00 (37.65)	-3.981 +9.336	-35.4 +34.0	11.99 3501
H2M2	14	395.00 (32.94)	-2.380 +6.448	-19.8 +19.1	2.272 445.5
H2M3	14	402.25 (43.20)	-4.226 +9.266	-38.0 +36.9	2.168 364.4

* HIM1 は出力ケース1の H_∞ -mix 補償器を意味する。H2M2 は出力ケース2の H_2 -mix 補償器を意味する。

** (rate) = $\frac{K_F - 297.13}{297.13} \%$

第10図 HIM 2補償器を用いた場合の感度特性

出力変数の違いに関しては、FWLQGとは異なり加速度を出力にとったほうがフラッタ速度を向上させている。HIM 2の感度関数の特異値線図を第10図に示す。 H_∞ 制御は対象とする伝達関数の周波数成形を直接行えるので、FWLQGや H_2 制御に比べて周波数領域からみた制御系のロバスト性を直接補償器に反映し易い。しかしながら、過度の低減化を図った重み付けは逆にフラッタ速度を低下させる結果をもたらすことがある。この数値例で扱ったAFSシステムは不安定な非最小位相系であり制御が難しい系である。従って、FWLQGの設計においてもそうであるが、周波数応答に着目した制御系設計では、よりよい補償器を得るために重み関数の選択において多少の試行を必要とする。

どの制御系設計法においても、フラッタ速度が高い補償器は β_{rms} よりも $\dot{\beta}_{rms}$ が大きくなっていることから、フラッタ速度を向上させるためにはより速い操舵を必要とすることがわかる。

6. 結 言

本論文は、二次元翼の能動フラッタ抑止 (AFS) システムに対する補償器を系のパラメータ変動に対してロバストなものとするために、2つの周波数応答に基づいた方法、周波数依存重みを用いたLQG制御系設計法 (FWLQG)、 H_∞ 制御混合感度低減問題による方法 (H_∞ -mix) によって設計した。その結果、両者の方法とも低周波領域において低感度となるように周波数成形を行うことにより、系のパラメータ変動に対してロバストな補償器の設計ができた。特に、2出力の H_∞ -mixでフラッタ速度を43.2%向上させた。2つの

方法を比較すれば、 H_∞ -mixのほうが直接感度行列の周波数成形を行える点で有効である。しかし、本研究で用いた H_∞ 制御問題の解法アルゴリズムには問題設定においていくつかの制限があり、解を求める際の障害となる場合がある。しかし、これらの制限を緩和した解法が最近報告されている⁹⁾。また、重み行列の選択についてより明確な指針を提供することが、いまだ数学的色彩の強い H_∞ 制御理論を制御系設計理論にするために必要なことであると思われる。

参考文献

- 1) Gupta, N. K.: Frequency-Shaped Cost Functionals: Extension of Linear-Quadratic-Gaussian Design Methods, J. Guidance and Control, 3 (1980), pp. 529-535.
- 2) Glover, K. and Doyle, J. C.: State-Space Formulae for All Stabilizing Controllers that Satisfy an H_∞ Norm Bound and Relations to Risk Sensitivity, Systems and Control Letters, 11 (1988), pp. 167-172.
- 3) 藤森 篤, 太田裕文: 能動フラッタ制御に対する低次元コントローラの構成, 日本航空宇宙学会誌, 35 (1987), pp. 353-362.
- 4) Doyle, J. C. and Stein, G.: Multivariable Feedback Design: Concepts for a Classical/Modern Synthesis, IEEE Trans. Automatic Control, AC-26 (1981), pp. 4-16.
- 5) 藤森 篤, 大島憲一: 周波数依存重みを用いたLQG制御系の設計, 第31回計測自動制御学会学術講演会予稿集, 1992, pp. 3-4.
- 6) 大村英紀: LQGから H_∞ へ, 計測と制御, 29 (1990), pp. 111-119.
- 7) 佐藤準一: H_∞ 制御理論による制御系設計に関する研究, 静岡大学工学部卒業論文, 1992.
- 8) Fujimori, A.: A Synthesis of Reduced-Order Compensators for Active Flutter Suppression Systems Based on the Optimal Projection Method, Trans. Jpn Soc. Aero. Space Sci., 34 (1991), pp. 12-26.
- 9) Liu, K. Z. and Mita, T.: Generalized H_∞ Control Theory, '91 KACC, 1991, pp. 1539-1544.