- 17) 豊田国昭, 白浜芳朗: バイモーダル励起による円形噴流の制御, 第23回乱流シンポジウム講演論文集, 1991, pp. 370-

374.

—特 集—

低マッハ数乱流中の燃焼の数値解析*1

長 谷 川 達 也*2

Key Words: Turbulence, Combustion, Numerical Analysis

1. は じ め に

乱流燃焼は流速に加えて温度、濃度などパラメータの数が多く非定常であるためすべての物理量を実験的に測定することは困難である。したがって乱流燃焼の構造を理解し予測するために理論解析、数値解析の役割が大きい。比較的低速の燃焼現象では圧縮性は温度変化によってもたらされるので、普通は低マッハ数モデル (low Mach number model) を用いることが多い。低マッハ数モデルでは音波を無視できるので時刻幅を流速の時間スケールで取れる利点があるが、発熱量が大きくなると計算が困難になる。また圧力波の寄与する問題 (例えば容器内火炎伝播による火炎の振動、温度の揺らぎに敏感な自着火現象、圧力波発生を伴うノッキング、燃焼による音の発生など) には本質的に適用できない。そこで著者らは低マッハ数モデルを使用することなく、反応を含む圧縮性 Navier-Stokes 方程式を直接数値解析して比較的低マッハ数の低い乱流とその場における燃焼を調べることにした。問題によっては必ずしも利点があるとはいえないが、方法論が単純であるということも理由の一つである。

本稿では、限られた内容ではあるが、用いた数値解

析法、これまでに得られた二次元圧縮性等方性乱流と
その中での自着火現象について紹介したい。

2. 数 値 解 析 法

支配方程式を導くために以下の仮定を行う。(1) 反応は1段不可逆反応 (反応物 [R] → 生成物 [P] + heat) とする。このとき2つの化学種は同じ分子量であり、未燃焼気体の質量分率を Y とすると、既燃焼気体の質量分率は $1 - Y$ となる。(2) 体積粘性率, Soret 効果, Dufour 効果, 圧力勾配拡散, 体積力は無視する。(3) 定圧比熱 C_p 及び比熱比 γ は一定とする。(4) 気体は理想気体の状態方程式に従う。

これらの仮定に基づくと、三次元の支配方程式は保存形で次のように書ける。

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial z} = \mathbf{S} \quad (1)$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ E \\ \rho Y \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p - \tau_{xx} \\ \rho uv - \tau_{xy} \\ \rho uw - \tau_{xz} \\ (E + p)u - u\tau_{xx} - v\tau_{xy} - w\tau_{xz} - \lambda T_x \\ \rho Yu - \rho DY_x \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv - \tau_{xy} \\ \rho v^2 + p - \tau_{yy} \\ \rho vw - \tau_{yz} \\ (E + p)v - u\tau_{xy} - v\tau_{yy} - w\tau_{yz} - \lambda T_y \\ \rho Yv - \rho DY_y \end{bmatrix}$$

著 者 紹 介

長谷川達也 (正会員)

昭和28年生。栃木県出身。昭和52年名古屋大学工学部航空学科卒業。昭和58年同大学院工学研究科博士課程後期課程航空工学専攻修了。現在、名古屋工業大学機械工学科助教授。圧縮性乱流、乱流燃焼の研究に従事。日本機械学会、AIAA 各会員、工学博士。

*1 平成3年4月、日本航空宇宙学会第23期年会にて講演。平成3年7月29日原稿受理 Numerical Analysis of Combustion in Low Mach Number Turbulent Flows

*2 名古屋工業大学機械工学科 Tatsuya HASEGAWA

$$G = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho u w - \tau_{xz} \\ \rho v w - \tau_{yz} \\ \rho w^2 + p - \tau_{zz} \\ (E + p)v - u\tau_{xz} - v\tau_{yz} - w\tau_{zz} - \lambda T_z \\ \rho Y w - \rho D Y_y \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ Q\omega \\ -\omega \end{bmatrix}$$

$$\tau_{xx} = \frac{2}{3}\mu(2u_x - v_y - w_z)$$

$$\tau_{yy} = \frac{2}{3}\mu(2v_y - u_x - w_z)$$

$$\tau_{zz} = \frac{2}{3}\mu(2w_z - u_x - v_y)$$

$$\tau_{xy} = \mu(u_y + v_x)$$

$$\tau_{xz} = \mu(w_x + u_z)$$

$$\tau_{yz} = \mu(v_z + w_y)$$

$$E = \rho \left[\frac{RT}{\gamma - 1} + \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} \right]$$

$$p = (\gamma - 1) \left[\frac{RT}{\gamma - 1} + \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} \right]$$

$$T = \frac{p}{\rho R}$$

$$\omega = B\rho Y T^{\theta} \exp\left[-\frac{\theta}{T}\right]$$

ここで μ , λ , D は、それぞれ粘性率、熱伝導率、拡散率、 Q は発熱量、 γ は比熱比、 B は反応速度定数、 θ は反応の活性化エネルギーの特性温度である。

本研究では、フーリエ級数スペクトル選点法を用いて数値解析を行った^{1,2)}。スペクトル法を用いた理由は、計算精度が極めて高く位相誤差がないスペクトル法が低波数から高波数まで正確に計算する必要のある乱流を直接数値解析するのに適しているためである。また燃焼現象のように低速ではあるが圧縮性を考慮しなければならない現象では、動圧が静圧に比べてかなり小さいため、流速を高精度で扱うことが必要になる。スペクトル法はこのような問題に対しても有効な手法である。時間積分は5次精度ルンゲ・クッタ法³⁾を用いて、空間精度に対応する時間精度をもたせるとともに安定性を確保している。

3. 二次元圧縮性等方性乱流

まず低マッハ数の二次元等方性乱流（反応はない）を数値解析し、その統計的性質を調べた。計算領域は

一辺4mmの正方形を考え、境界はすべて周期条件とした。 $t=0$ において、次式で表される非圧縮等方性乱流のエネルギースペクトル分布を満たすように擬乱数を用いて速度分布を与え^{4,5)}、計算を開始した。

$$E(k) = u'^2 \frac{k}{k_0^2} \exp\left[-\frac{k}{k_0}\right] \quad (2)$$

ここで u' は乱れ強さ、 k_0 はピーク波数である。

初期温度は300 K、初期圧力は0.1 MPa、初期密度は1.03 kg/m³とし、無次元化は基準長さ4 mm、基準速度 $a_0 = [(\gamma - 1)C_p T_0]^{1/2} = 387$ m/s（初期温度における音速）、初期密度を用いて行った。また $\gamma = 1.4$, $Pr = 1.0$, $k_0 = 1.5$ とした。 $t=0$ での乱れ強さは $u'/a_0 = 0.02$ 、積分スケールに対応するレイノルズ数は $Re_0 = 360$ である。初期圧力分布は非圧縮を仮定してポアソン方程式を解いて求めた。選点数は x, y 方向共に $N = 128$ とし、3/2ルールでエイリアシング誤差を除去してある。時間ステップ幅は $\Delta t = 0.005$ とした。

第1図に $t=0$ における渦度の分布を、第2図に $t=10$ における渦度と密度の分布を示す。渦度の等高線間隔は0.172、密度の等高線の間隔は0.002である。二次元乱流ではエネルギーは低波数成分に輸送されるため、渦のスケールは時間とともに大きくなる。また密度分布からは、渦のスケール程度の変動があることがわかる。この密度変動は渦の運動の時間スケールではなく音波の時間スケールで移動している。図には示していないが、温度、圧力も密度に対応して変動している。

$t=10$ におけるエネルギースペクトル $E(k)$ 、エンストロフィ $k^2 E(k)$ 、エンストロフィ散逸率 $k^4 E(k)$

第1図 $t=0$ における渦度の分布

第2図 $t=10$ における渦度、密度の分布 第3図 $t=10$ におけるエネルギー、エンストロフィ、エンストロフィ散逸率の波数分布

の波数分布を第3図に示す。図中には回転的速度成分(非圧縮性速度成分とみなせる)と非回転的速度成分(圧縮性速度成分とみなせる)のそれぞれについてのスペクトル分布を示してある。非回転成分の分離は次のように行った。 v を速度 u の回転的成分とし、非回転的成分を速度ポテンシャル ϕ で表すと、

$$u = v + \nabla \phi$$

$$\nabla \cdot v = 0$$

したがって速度ポテンシャルは次のポアソン方程式を解いて求めることができる。

$$\nabla^2 \phi = \nabla \cdot u = f(x, y)$$

非圧縮成分のエンストロフィ散逸率の傾きが水平であることからわかるように、エネルギースペクトルの慣性小領域の傾きは k^{-3} ではなく k^{-4} である。非圧縮性等方性乱流の計算においてもレイノルズ数の比較的小さい場合には k^{-4} のスペクトル分布が現れること

が知られている⁵⁾。圧縮性成分については非圧縮成分に比べてかなり小さく、高波数での減衰が大きい。したがってエネルギースペクトルを見るかぎりでは圧縮性の影響はほとんどない。また積分スケール、マイクロスケールに対応するレイノルズ数は $Re_L=461$, $Re_\lambda=25$ であった。この値は非圧縮性の計算結果⁵⁾とほぼ対応している。

以上の結果から圧縮性を考慮して低マッハ数の等方性乱流を解析することが可能であることが示された。

4. 乱流中の高温自着火

予混合気の高温自着火は内燃機関の着火やノッキング、爆轟波の開始、衝撃波管による化学反応機構の研究と関係の深い現象である。予混合気の自着火現象の多くは化学反応機構で説明されるが、実際には圧力波や乱流の影響を受けており、これらがどのような影響

を持つのかは興味のあるところである。

これまでに着火遅れ時間に対する圧力波や乱流の影響については理論的研究がいくつか行われている。圧力波による温度、圧力変動の影響については理論解析^{6,7)}、数値解析^{8,9)}など、乱流による温度変動が見かけの反応速度に及ぼす影響については Tsuge, Sagara の理論解析^{10,11)}がある。しかしいずれの研究も空間的には0または1次元の現象としての理解であり、多次元空間中での解析はされていない。そこで本研究では圧縮性二次元乱流における予混合気の着火過程を数値解析し、着火遅れ時間や着火過程の空間的構造に乱流がどのような影響を与えるかを調べた。

ここでは 30% ($2\text{H}_2 + \text{O}_2$) + 70% N_2 混合気を想定して物性値を決めた。まず9種の化学種 N_2 , H_2 , O_2 , H , O , OH , HO_2 , H_2O_2 , H_2O の素反応を考慮した高温自着火の計算を行い¹²⁾、その着火遅れ時間と一段不可逆反応の着火遅れ時間が等しくなるよう試行錯誤により反応速度定数 B の値を決めた。またこのとき活性化エネルギーの特性温度は $\theta = 20,600 \text{ K}$ とした。

無次元化は基準長さ 4 mm, 基準速度として圧力 0.1 MPa, 温度 300 K における音速 417.3 m/s, 基準密度 0.942 kg/m³, 基準温度 1680 K を用いて行った。無次元パラメータは $\gamma = 1.4$, $Q = 14$, $Le = 1$, $Pr = 1$ である。

乱流の初期状態は3節と同じ方法で与えた。ただしここではある程度大きい温度ゆらぎを持たせるために、初期における速度の発散をゼロとしていない。

初期温度 1100 K, 初期圧力 0.1 MPa, 乱れ強さ $u' = 25 \text{ m/s}$, ピーク波数 $k_0 = 1.5$ の場合 (積分スケールを用いたレイノルズ数は $t = 0$ で $Re = 336$) の $t = 1$ における渦度、温度、圧力、密度の分布を第4図に示す。初期の発散の大きさは無次元量で $\Sigma |\text{div } \mathbf{u}| = 2.71 \times 10^3$ である。

渦度の等高線の間隔は 10^5 s^{-1} , 温度の等高線間隔は 4 K, 圧力の等高線間隔は 10^{-3} MPa , 密度の等高線

間隔は $2 \times 10^{-8} \text{ kg/m}^3$ である。温度、圧力、密度のゆらぎは相似であり、スケールは渦のスケールに対応する大きさとなっている。温度のゆらぎ強さは 0.9% であった。温度、圧力、密度の分布に勾配の急なところが現れているが、これは伝播と干渉を繰り返す圧力波である。

次に初期温度 1100 K, 初期圧力 0.1 MPa, 乱れ強さ 25 m/s のときの自着火時の渦度、温度、圧力、反応速度分布の時間変化を第5図に示す。

温度ゆらぎによって着火は局所的に起こり、温度上昇に伴って圧力も局所的に上昇する (第5図(a), (b), (c))。そして 0.75 MPa 程度の圧力差をもつ圧力波が周囲へ伝播するとともに高温の着火域も伝播していく (第2図(d), (e), (f))。この波の伝播によって全領域の着火が完了し、着火後も強い圧力変動が残る (第5図(g))。

第5図と同じ計算で得られた最高・最低温度、平均温度、温度変動強さの時間変化を第6図に示す。最高温度は平均温度よりも早く上昇し、温度変動強さは最高温度の上昇とともに増加する。温度変動強さは周期的に振動しているが、これは圧力波の伝播と干渉の結果である。着火後の温度変動強さは着火時の圧力波伝播の影響によって着火前に比べて大きくなっている。

一方初期温度 1400 K の場合にはほぼ均一な着火が起き、強い圧力波の伝播は観察されなかった。最高・最低温度、平均温度、温度変動強さの時間変化を第7図に示す。第6図に比べると温度ゆらぎの変化が小さくなっていることがわかる。

平均温度の温度上昇率が最大となるところを着火時刻として決めた着火遅れ時間を、いくつかの初期温度、乱れ強さに対して求めた結果が第1表である。表には一様温度ゆらぎをもつ媒質の中の反応速度を表す式(3)の Tsuge, Sagara の理論解 (次式)^{10,11)} を用いた計算結果も比較してある。

第4図 $t=1$ における渦度、温度、圧力、密度の分布

$T_i = 1100 \text{ [K]}$
 $P_i = 0.1 \text{ [MPa]}$
 $u' = 25.0 \text{ [m/s]}$
 $\theta = 20160 \text{ [K]}$

第5図 着火過程における渦度、温度、圧力、反応速度、質量分率空間分布の時間変化。乱れ強さ 25 m/s、初期温度 1100 K の場合。

第6図 最高・最低温度、平均温度、温度変動強さの時間変化。乱れ強さ 25 m/s、初期温度 1100 K の場合

第7図 最高・最低温度、平均温度、温度変動強さの時間変化。乱れ強さ 25 m/s、初期温度 1400 K の場合

第1表 着火遅れ時間の乱れ強さによる変化
(無次元単位時間 9.6 μs)

T_i [K]	u' [m/s]		Theory (Tsuge, Sagara)	
	0	12.5	25.0	$\Delta T/T_i = 0.01$
1400	4.0800	—	4.0550	4.0525
1300	5.7750	—	5.7300	5.7250
1200	8.8725	—	8.7900	8.7800
1100	15.5175	15.4700	15.3475	15.3175

$$\omega = \frac{1}{2} B \rho Y \left[\exp\left(\frac{\theta}{T + \Delta T}\right) + \exp\left(\frac{\theta}{T - \Delta T}\right) \right] \quad (3)$$

ここで ΔT は温度のゆらぎ強さである。

第1表より、1) 初期温度が低いほど乱流による着火遅れ時間の変化が大きくなること、2) 乱れ強さが大きいほど着火遅れ時間が短くなること、3) 初期乱れ $u' = 25$ m/s の計算で得られた乱流中の着火遅れ時間は温度の変動強さが同じ程度の Tsuge, Sagara の理論解とほぼ一致することがわかる。本研究の範囲では乱

流による着火遅れ時間の変化は1%程度であるが、これは初期温度に対する温度ゆらぎが1%と小さいためであり、より大きい温度ゆらぎ、またはより低い初期温度では、さらに影響が大きくなると考えられる。

5. ま と め

圧縮性を考慮した低マッハ数二次元等方性乱流とその高温自着火について、スペクトル法によって数値解析した結果について紹介した。三次元乱流や圧縮性乱流として興味深いマッハ数のより高い乱流の数値解析、乱流中の予混合火炎伝播等の問題についても今後研究を進めていきたい。

本稿で紹介した研究を遂行するに当たり、名古屋工業大学門脇 敏講師、同大学大学院新井且浩、吉成博昭両氏の協力を得た。また名古屋大学助手王健平氏、核融合科学研究所城之内忠正氏、名古屋工業大学後藤俊幸助教授には適切な助言をいただいた。ここに感謝の意を表する。

参考文献

- 1) 王 健平, 中村佳朗, 保原 充: スペクトル選点法による圧縮性ナビエ・ストークス方程式の高精度計算, 日本航空宇宙学会誌, **38** (1990), pp. 232-240.
- 2) Erlebacher, G., Hussaini, M. Y., Speziale, C. G. and Zang, T. A.: Toward the Large-Eddy Simulation of Compressible Turbulent Flows, *J. Fluid Mech.*, **238** (1992), pp. 155-185.
- 3) Canuto, C., Hussaini, M. Y., Quarteroni, A. and Zang, T. A.: *Spectral Methods in Fluid Dynamics*, Springer-Verlag, New York, 1987, p. 109.
- 4) Fox, D. G. and Orszag, S. A.: Pseudospectral Approximation to Two-Dimensional Turbulence, *J. Comp. Phys.*, **11** (1973), pp. 612-619.
- 5) Herring, J. R., Orszag, S. A., Kraichnan, R. H. and Fox, D. G.: Decay of Two-Dimensional Homogeneous Turbulence, *J. Fluid Mech.*, **66** (1974), pp. 417-444.
- 6) Clarke, J. F.: Small Amplitude Gasdynamic Disturbances in an Exploding Atmosphere, *J. Fluid Mech.*, **89** (1978), pp. 343-355.
- 7) Klein, R. and Peters, N.: Cumulative Effects of Weak Pressure Waves during the Induction Period of a Thermal Explosion in a Closed Cylinder, *J. Fluid Mech.*, **187** (1988), pp. 197-230.
- 8) Oran, E. S. and Boris, J. P.: Weak and Strong Ignition. II. Sensitivity of the Hydrogen-Oxygen System, *Combust. Flame*, **48** (1982), pp. 149-161.
- 9) Lutz, A. E., Kee, R. J. and Miller, J. A.: The Influence of Pressure Disturbances on Spontaneous Ignition, Combustion Institute Western States Meeting, 1987.
- 10) Tsuge, S. and Sagara, K.: Arrhenius' Law in Turbulent Media and an Equivalent Tunnel Effect, *Comb. Sci. Tech.*, **18** (1978), pp. 179-189.
- 11) Sagasa, K.: Exact Turbulence Correction to Arrhenius' Law in the Asymptotic Limit of High Activation Energy, *Comb. Sci. Tech.*, **21** (1980), pp. 191-197.
- 12) Westbrook, C. K.: Hydrogen Oxidation Kinetics in Gaseous Detonations, *Comb. Sci. Tech.*, **29** (1982), pp. 67-81.