多数遅れモデル/多数設計点法による ロバスト飛行制御系の設計*1

宮 沢 与 和*2

Key Words: Flight Control, Robust Control, Multiple Model, Multiple Delay Model, Linear Quadratic Regulator

1. はじめに

最近、ロバストな飛行制御に関する研究が盛んに行われている。ロバストは丈夫な、健全なという意味の英語であるが、飛行制御系が丈夫であるのは当然であり、実際に使用されている飛行制御系はすべてロバストであるとさえ言える。それでは、何故ロバストをことさら強調するかといえば、それは最適設計や最適制御の実用における問題点と関係がある。これらの解析的なアプローチによる制御系設計は、制御対象のモデル化と制御目標を表す評価量の定義や条件の設定からなる。制御対象の数学モデル（しばしばプラントと呼ばれる）に対して評価量を最適化する制御則を求め、実際の制御系に適用するのである。しかし、この制御対象のモデル化における数学モデルと実際との違いが原因で、得られた最適制御則が予測された性能を実際には発揮しないことがしばしばある。最適制御則の物理的意味や制御の構造、考え方を理解する上ではこの数学モデルに関する議論が有効であるが、実際にそれを適用して最適化で予測される性能を実現しようとする場合には、数学モデルの不完全さを考慮にいたした最適化が必要である。この数学モデルと実際との違いは、飛行条件の変化などのような予測できてパラメタ

として表現できるものと、不確かさや非線形特性など与えられた数学モデルの中では表現できないものがある。これらの数学モデルと実際との違いを考慮したものがロバストな飛行制御系である。

ロバストな飛行制御をここでは本来の意味として広くとらえたが、制御工学の分野では主に有限次数の時不変線形制御系における理論研究の成果を中心に議論が展開されている。特に、不確かさを周波数領域において表現して特異値と H_∞ 理論を用いた最適化の適用例が数多く報告されている。本稿で議論される多数モデル法もロバストな制御系を導くために代表的ないくつかのモデルで制御対象を表現するものであるが、実際の設計者のニーズに直接応える事から発生したものであり、その概念は歴史的にも古いものである。例えば、自動操縦装置の設計において、広い飛行条件にわたって満足のいく性能を発揮する制御則を求める必要があるが、この時、設計点として一つではなく、いくつかの点を考慮して制御系を設計しようとするのはごく当り前のことである。これを、古典的制御系設計手法と試行錯誤で行うばかりでなく、従来からある様々な解析的設計法と組み合わせる効率よく設計を行おうとする試みも当然のことである。特性根の配置法 (pole assignment) を延長させてある範囲の中にいれようとする設計、LQR (linear quadratic regulator), LQG (linear quadratic Gaussian) などの二次形式評価関数に基づく最適制御と組み合わせる設計、更にはシステムの同定も組み込んで適応制御を応用しようと言う制御系、など古くから試みが行われた。特に、LQR や LQG と組み合わせた設計法は、制御性能を追及しやすく、また直接的で分かりやすいので、制御系設計の CAD としても使用されている。飛行制御の設計では、このような飛行条件などのようにあらかじめ分かた特性の変化に対してロバストな制御則を導く問題ばかりでなく、特性の不確かさに対してもロバストな制御則を求める必要がある。空気力や推力の見積もり誤差、アクチュエータや推力発生機の動特性、セ

著者紹介

宮沢 与和 (正会員)

昭和26年生。長野県出身。昭和54年東京大学大学院工学系研究科(航空工学)博士課程修了。工学博士。同年、航空宇宙技術研究所入所。現在、飛行実験部飛行解析研究室長。空力弾性系の制御、飛行制御など自動制御理論の航空分野への応用研究に従事。計測自動制御学会、AIAA各会員。

*1 平成3年10月7日、第29回飛行機シンポジウムにて講演。平成4年12月10日原稿受理 Robust Flight Control System Design with Multiple-Delay Model/Multiple Design Point Approach

*2 航空宇宙技術研究所 Yoshikazu MIYAZAWA

ンサーの特性、信号の伝送遅れや演算による遅れ、構造振動やフィルターの特性など考慮していない動特性等々、様々な誤差の発生源があり、これらを全て確定的な線形系で表現するのは不可能である。これに対して、飛行制御の中心となる機体の剛体運動は比較的単純な構造を持ち、更に IRU (inertial reference unit) などのような高精度センサーによりその状態量を比較的正確に得ることが出来るので、LQR の適用が効果的である。LQR で導かれる全状態量フィードバックの構造とフィードバックゲインは、ゲイン余裕や位相余裕の特徴に現れているようにロバスト性に優れている。ところがこの LQR も実際の系が持つ高い振動数域の不確かさに対しては、十分なロバスト性を持つわけではない。この高い振動数域での不確かさは、ゲインばかりでなく位相の不確かさであり、LQR の持つ 60 度以上の位相余裕は不十分で、フィードバック制御の周波数帯域が抑えられる必要がある。いいかえれば、ロバストな飛行制御系は特性の不確かな振動数領域の限界まで交差周波数を上げて制御性能を迫る必要がある。このような動機から高い振動数の動特性の不確かさをその遅れ時間が不確かな 1 次の遅れで近似するモデルで表す方法を提案した²⁾。LQR とこの多数遅れモデルの組み合わせにより、ロバストな飛行制御系を導くことが出来る。不確かな遅れのためフィードバックゲインは有限な値に抑えられ、制御成績を追究したいわゆるチープコントロールを適用することが出来る。また、適当なループだけを閉じたり、積分フィードバックを追加したりすることも容易であり、実際のニーズに柔軟に対応することが出来る。さらに飛行条件の変化など予め分かった特性変化についても、それらに対応した代表的なモデルを選んで評価関数を考慮し、制御則を導くことができる。この多数遅れモデル/多数設計点法 (MDM/MDP, Multiple Delay Model/Multiple Design Point Approach) は数学モデルのパラメタの変動を多数設計点法により考慮し、モデル化の困難な不確かさ、特に制御できる帯域よりやや高い領域での位相の不確かさを多数遅れモデルで表す事により、実際の多入力系の制御ゲインを求める方法である。LQR と同様に 2 次形式の唯一の評価関数を最小化する事によって多様な設計目標を満足する制御則を導くことはいささか大胆ではあるが、種々の飛行制御の例題に対して良好な結果を得てきた。以下、これまでに得られた計算結果を述べ、その特徴を議論したい。

2. 多数遅れモデル

高い振動数での特性の不確かさを表現するときに、

第1図 遅れモデルの周波数応答 (位相)

位相情報の不確かさが重要である。高い振動数での位相の差異を表すためには、次の伝達関数 $\phi(s)$ で表される T_0 秒の無駄時間遅れの 1 次のパデー近似を用いるのが適当である。

$$\phi(s) = \frac{-T_0 s / 2 + 1}{T_0 s / 2 + 1} \quad (1)$$

この遅れモデルの周波数応答は、ゲインは 1 で、位相は第 1 図に示すように $\omega_0 (\omega_0 = 2/T_0)$ で 90 度の位相遅れを持ち、高い振動数では、180 度の遅れに漸近する。この遅れモデルと全く遅れのないモデル $T_0 = 0$ 、即ち $\phi(s) = 1$ 、と 2 つのモデルで高い振動数域での不確かさを代表させる。低い振動数では、両者の特性はほぼ一致するが、振動数が増すに従い位相差は増加し、 ω_0 で 90 度の位相差を持つ。 ω_0 の数倍かそれ以上ではほぼ 180 度近くになって 2 つのモデルは、出力の符号が違ふ全く異なる特性を示す。この多数遅れモデルの ω_0 は、重要な設計パラメタであり、あとで議論するように閉ループ系の周波数帯域のおおよその上限を与えることができ、限界振動数 (boundary frequency) とでも呼ぶことのできるものである。

3. 2 次積分系への応用

2 次の積分系は、力学でしばしば現れる特性であるが、この簡単な 1 入力系を例にとって多数遅れモデル法の特徴を示す³⁾。第 2 図のような系に於て、変位を零に戻すための制御則を、1 入力のレギュレータ問題として導いた。即ち、変位と制御入力の自乗を評価する次のような評価関数を定義した。

$$J = \int_0^\infty x^2(t) + r u^2(t) dt \quad (2)$$

遅れがないとした通常のレギュレータ問題で、 r を制御ゲインの調節パラメタと考えた場合、ゲインは各々 $K_a = 1/\sqrt{r}$, $K_b = \sqrt{2K_a}$ 、交差周波数は $1.0987 \sqrt{2K_a}$ 、位相余裕は 65.53 度となる。不確かな無駄時間遅れ要素を挿入し、遅れがないものと、ある時間の遅れがある 2 つのモデルを考慮した。各々のモデルにおける $r=0$ とした 2 次形式評価関数を単純に平均して全体の評価関数とした。多数遅れモデル法によって

得られた制御系は、次の特徴を持つものであった。

(1) フィードバック制御系の交差周波数(クロスオーバー周波数)は遅れモデルの ω_0 (限界周波数, 位相遅れが90度となる振動数)に近い値に設定される。

(2) 制御コストを考慮して閉ループの周波数帯域を抑える通常の最適レギュレータ問題に比べて, 速度のフィードバックゲインが大きく, その結果, 位相余裕が大きくなっている。0秒と0.5秒の2つの遅れ($\omega_0=4$)について計算したところ, ゲインは各々 K_a

$=1.35, K_b=2.87$, 交差周波数は2.86, 位相余裕は約81度であった。LQRと比べて速度フィードバックのゲインが相対的に大きく, そのため閉ループの特性根はLQRでは減衰係数 $\zeta=0.707$ に対して, この多数遅れモデルでは $\zeta=1.23$ であった。第3図は, LQRと多数遅れモデルのナイキスト線図を比較したものである。

4. 縦の飛行経路制御問題への応用

昇降舵と推力を用いて飛行経路と速度を制御する問題は, 飛行制御の中でも基本的な興味深い問題である⁵⁾(第4図)。特に, 姿勢角と推力を制御変数として質点の運動に注目した解析は, STOLの着陸アプローチの飛行制御などでしばしば議論された。飛行経路と速度について設定値が与えられたときに, それぞれの設定値に速く追従するような制御問題を検討した。追従誤差の自乗の積分からなる評価関数を定義し, それが最小となるような制御則を求めた。積分フィードバックを必要とするサーボ問題への多数遅れモデルの応用である。姿勢角制御の周波数帯域, 推力発生が遅れや非線形性等から, 各々のループは適当な周波数帯域に抑えられなければならない。第5図のブロック図に示すように, 各制御入力に不確かな無駄時間のモデルを挿入して, 各々の数学モデルの評価関数を平均して全評価関数とした。

$$J = \sum_{i=1}^4 p_i J_i,$$

第4図 縦の飛行経路制御問題

第2図 2次積分系のブロック図

第3図 LQRと多数遅れモデル法による制御系のナイキスト線図

第5図 縦の飛行経路制御系のブロック図

$$J_i = E \left[\int_0^\infty \left(\frac{h_i(t) - h_c}{h_0} \right)^2 + \left(\frac{u_i(t) - u_c}{u_0} \right)^2 dt \right] \quad (3)$$

添字 i は、予め与えた遅れモデルに対応するものである。航空機の初期状態量は零とし、コマンド h_c, u_c はその統計的分布が与えられた外乱である。評価関数の中の $E[]$ は平均を表し、コマンドが統計的に定義されたことによるものである。 h_0, u_0 は無次元化のための設計パラメタである。第5図に示すような飛行制御系を考慮し、小型機及びSTOL機について解析した結果、不確かな無駄時間によって各ループの周波数帯域を設定することが出来、又、極く少数の設計パラメタによって合理的な制御則が導かれることが示された。第6図は、ある小型機について計算した結果で

第6図 遅れによる制御成績等高線図

ある。制御入力のところへ挿入された遅れを変数として評価関数を求めたものである。●で示された4点(各々2秒の遅れ)からなる全評価関数(3)を最小化することからフィードバックゲインを求めた制御則によるものである。設計点ばかりでなく、それらで囲まれる領域で良い制御性能を発揮することが分かる。この、遅れに対する評価関数の変化は制御系のロバスト性の指標であり、多数遅れモデル法はこの指標から制御系を設計する手法であるといえる。第7図は応答の一例である。実線は高度、破線は速度についてコマンドがある場合の、高度、速度、ならびに制御入力の姿勢角と推力の応答である。

5. モデルフォロイング等への応用

モデルフォロイングは実験用航空機によるインフライトシミュレーションはもとより、フライバイワイヤ機にとって重要な飛行制御技術である。制御入力と同じ数だけの出力についてモデルとプラントの特性を一致させる問題では、誤差ダイナミクスの特性を自由に選ぶことが出来る。この誤差ダイナミクスに注目すれば通常のレギュレータ問題になり不確かな無駄時間による設計を用いて与えられた周波数帯域の上限までフィードバックゲインを上げることが出来、高い振動数域での不確かさの制約の下で突風などの外乱の影響を最大限抑えることが出来る制御系が得られる。実験用航空機によるインフライトシミュレーションを応用例として計算を行った結果、空力微係数などのパラメタの変動に対しても影響の少ない制御系が得られた⁴⁾。

米国航空宇宙学会の誘導制御技術部会(AIAA Guid-

第7図 コマンド入力による応答の時間履歴

ance and Control Technical Committee) が企画した AIAA Controls Design Challenge で用いられたある高性能航空機にも本手法を適用した。操縦特性の比較的良好な機体の自動飛行装置の設計であるが、この多数遅れモデル/多数設計点法で広い飛行範囲にわたって固定ゲインの PID 型の制御が可能であることを示した⁶⁾。

6. 最適解計算アルゴリズム

2 次形式の評価関数を用いる最大の理由は、コマンドに対する追従特性や外乱の影響を除去する特性など制御系設計上重要な性能がその指標で表現できるからであるが、そのほかの利点として、リアプノフの線形行列方程式を解くことによって評価関数の値を容易に計算できること、そして更に、リカッチ方程式の解から安定な制御系が必ず得られることがある。多数モデル法では、全てのモデルを安定化する制御則が問題になるが、ペナルティ関数を用いた方法により、解が存在する場合には容易に全てのモデルを安定化する最適解を求めることが出来る¹⁾。各モデルについて、それぞれ別のフィードバックゲインを許し、最終的に求めるべき共通のゲインからの誤差を評価関数のなかにペナルティ関数として加えた次のような評価関数を定義すると、フィードバックゲイン K_i , K に関する最適条件は次のように与えられる。

システムの方程式：

$$dx_i/dt = A_i x_i(t) + B_i u_i(t), \quad u_i(t) = K_i x_i(t)$$

ペナルティ関数付評価関数：

$$J = \sum_{i=1}^M p_i \left[\int_0^{\infty} x_i^T(t) Q_i x_i(t) + u_i^T(t) R u_i(t) dt + \mu \int_0^{\infty} (u_i(t) - K C_i x_i(t))^T R (u_i(t) - K C_i x_i(t)) dt \right]$$

最適条件：

$$\begin{aligned} K_i &= \frac{\mu}{1+\mu} K C_i - \frac{1}{1+\mu} R^{-1} B_i^T Y_i \\ K &= \left(\sum_{i=1}^M p_i K_i X_i C_i^T \left(\sum_{i=1}^M p_i C_i X_i C_i^T \right)^{-1} \right. \\ &\quad \left. (A_i + B_i K_i) X_i + X_i (A_i + B_i K_i)^T + W_i = 0 \right. \\ &\quad \left. A_i^T Y_i + Y_i A_i + Q_i + \frac{\mu}{1+\mu} C_i^T K^T R K C_i \right. \\ &\quad \left. - \frac{\mu}{1+\mu} Y_i B_i^T R^{-1} B_i Y_i = 0, \right. \\ &\quad \left. A_{ci} = A_i + \frac{\mu}{1+\mu} B_i K C_i \right. \end{aligned}$$

ペナルティ関数の重み $\mu=0$ の時、それぞれのモデルの LQR の解が最適解であるが、それを初期値として、 μ を徐々に増して最終的には十分大きな値にする

ことによって多数モデルの共通ゲインを導くことができる。この方法の最大の特徴は、リカッチ方程式の解から安定なゲインを求め、それを利用することによって全てのモデルを安定化する共通のゲインを求めている事である。

ペナルティ関数法に共通の問題は計算精度であるが、安定な解が求められれば、それを初期値として通常の傾斜法により解の精度を上げることが出来る。傾斜の値もリアプノフの線形行列方程式から容易に求められる。実際の計算では、ペナルティ法の後、準ニュートン法 (BFGS 法) により解を求めた。制御コストを考慮しない $R=0$ の場合も、ペナルティ関数法では解を求めることができないので、適当な大きさの R を用いて全てのモデルを安定化するゲインを求め準ニュートン法により最適解を求めた。多峰性の問題は未知であるが、これまでの簡単な応用例では、複数解を経験していない。

7. 本方法の問題点とロバスト制御の課題

わが国においてもロバスト制御の飛行制御系への応用に関する数多くの取り組みがある。例えば、文献 7)~10)。特異値や H_∞ による理論によって統一しようとする試みには、まだいくつかの問題が残されているように思われる。

(1) 制御対象は、一般にいくつかの要素から構成されている。例えば、機体の剛体運動、センサーの特性、アクチュエータの特性、推力の発生、等である。各々は、異なるタイプの不確かさを持っているが、それらを正しく表現できることが望まれる。ロバスト制御では実際の制御対象が数学モデルのある範囲の中にあるとして最適化を行うのであるが、その範囲、幅の与え方が現実を表現していなければ最適化の有用性は損なわれてしまう。得られる制御則が複雑であればなおさらである。一般に数学モデルの不確かさと最適化は相性の悪いものであるが、理論の枠組からくるところの条件は現実的でなければ実用には向かない。(2) 不確かな系の特性を定義して、その最適性を追及しようとするとは確定した制御系に対する最適制御と同じか、もしくはそれ以上に複雑な制御則となる。そもそも、LQG に代表されるような制御則は、不必要に複雑であり、制御対象のあいまいさは、それを解消する方向に行かなくてはならないはずである。設計者が系の不確かさを与えた時には、意味のある特性だけを残して後は切り捨てる必要がある。不確かさの与え方は理論の枠組からくることが多く、現実を正しく表現している訳ではなく、最適化の意味がなくなる恐れがある。機体の剛体運動は比較的単純な構造であり、従来

からPIDタイプの制御が用いられてきた。この従来からの単純な制御則も導くことのできる理論であることが望まれる。

ここで提案した多数モデル法は、不確かさを効率よく複数のモデルで置き換えて行くことによって、これらの問題に直接答を与えることができる簡便な方法である。一般の飛行制御問題は、力学を背景として評価関数を定義しやすく、又、状態量計測が可能であることからLQRを適用しようとするのは自然である。しかしLQRでは、評価関数におけるコントロールコストの意味が曖昧であることが問題である。制御に必要なエネルギーと言うよりはむしろ、フィードバックゲインが過大にならない、もしくは安定性のために周波数帯域を制限するためであることが多い。多数遅れモデル法はこれを直接扱えるようにしたものであるが、その最大の特徴は設計目標を表す評価関数に基づいていることである。これにより得られる結果はロバストであると同時に性能追求に主眼をおいたものとなり、保守的過ぎる結果を導かないで済む。この手法は、広い応用範囲を持つ有用な設計法であるが、残された課題もある。例えば、

(1) 飛行制御系の設計を1つの評価関数の最小化から導き出そうとする手法は、実際の設計に携わる人々にとっては疑問とするところであると思われる。制御系の評価は様々の条件からなりたち、それらの条件を満足する制御則は、簡単な評価関数で評価できるものではないと考えられるからである。LQRに代表される解析的なアプローチに関わる基本的な問題であるが、本手法においても評価関数には重み、すなわち設計パラメタが残されている。しかし、制御系の主たる設計目標が2次形式の評価関数で表現できる時、多くの場合、パラメタの調節無しで有効な制御則を導き出すことができる。ただし、2次形式の評価関数は、比較的無視できないオーバーシュートを持つこともあり、指数関数型の重みを付加して安定性を増すなど、改善の可能性はある。

(2) 制御系の構造を予め与えてゲインをパラメタ最適化によって導くことにより、実際の制御則が簡単に得られる反面、制御系の構造に関しては試行錯誤を必要とする。飛行制御においては数多くの過去の経験があり、構造に関しても限られた候補を計算するだけで済む場合が多いが、ループの閉じ方などについてはそれぞれについて計算し、状態量フィードバックの性能と比較して妥当な物を探す必要がある。フィードバックすべきセンサ出力の選択も重要な問題であるが、本手法では各々の候補について計算し結果を比較する必要がある。この基本的な問題に対しては、他の

基礎的な理論の助けを必要とする。

(3) 2つの異なる遅れ時間で制御入力による応答の不確かさを代表させる方法は、様々の飛行制御において良好な性能を示した。ただし、仮定する制御則の複雑さによっては、その2点間の性能が問題となるような事態が生じ、2つより多くの遅れモデルを必要とする場合もある。しかし、複雑な制御則は、評価関数の値で比較してより簡単な制御則とそれほど変わりなく、制御構造の簡単化でこの問題に対処する方が賢明であるように思われた。

(4) 飛行制御は今日、益々その意味が重要になってきているが、パイロットの操縦法を見ても決して線形フィードバックではない。制御成績を追及すれば、操舵のレートリミットや飽和等の問題がでて線形フィードバックの最適性が問題になる。非線形要素をいくつかの線形モデルで代表させて多数モデル法を用いれば、安定性とある程度の制御性能を保証する事が出来るが、状態量のフィードバックという線形制御の仮定による限界があり、それが実用上問題になる場合もある。非線形制御則は適応範囲外であるが、飛行制御において重要な課題と思われる。

参考文献

- 1) Miyazawa, Y. and Dowell, E. H.: Robust Control System Design with Multiple Model Approach and Its Application to Active Flutter Control, AIAA 89-3578, AIAA GNC Conf., Boston, 1989.
- 2) 宮沢与和: 多数モデル法による飛行制御系設計, 第27, 28回飛行機シンポジウム, 1989, 1990.
- 3) Miyazawa, Y.: Robust Flight Control System Design with Multiple Model Approach, AIAA 90-3411, AIAA GNC Conf., Portland, 1990, also J. Guidance, Control and Dynamics, 15 (1992), pp. 785-788.
- 4) Miyazawa, Y.: Robust Control System Design with Multiple Model Approach and Its Application to Flight Control System, ICAS-90-5.6.1, ICAS Stockholm, Sweden, 1990.
- 5) Miyazawa, Y.: Robust Flight Path Control System Design with Multiple Delay Model Approach, AIAA 91-2671, AIAA GNC Conf., New Orleans, 1991, also J. Guidance, Control and Dynamics, 16 (1993), pp. 241-246.
- 6) Miyazawa, Y.: Multiple Delay Model Approach Applied to the AIAA 1992 Controls Design Challenge, AIAA 92-4630, AIAA GNC Conf., Hilton Head, SC, 1992.
- 7) Imai, H., Abe, N. and Kobayakawa, M.: Disturbance Attenuation by a Frequency-Shaped Linear-Quadratic-Regulator Method, J. GCD, 9 (1986), pp. 397-402.
- 8) 太田裕文: 飛行制御系のロバスト設計, 日本航空宇宙学会誌, 35 (1987), pp. 127-135.
- 9) 片柳亮二: 最適レギュレータと H_∞ 状態フィードバック制御系の極零点に関する一考察, 日本航空宇宙学会年会, 1991年4月.
- 10) 高浜盛雄: 航空機産業におけるロバスト制御, 計測と制御, 30 (1991), pp. 688-694.