二機の航空機の進入経路に関する一考察^{*1}

An Analysis of Approach Paths of Two Aircrafts

杉 本 啓^{*2}
Kei SUGIMOTO

Key Words: Aircraft, Approach Path, Guidance and Control

Abstract

Approach paths of an aircraft under the influence of the other aircraft are solved numerically in the horizontal plane. The problem of approach paths of two aircraft is formulated in terms of the optimal control problem. And then, the relative distance is limited as the state valubles constraint and each bank angle is limited as the control valuable constraint. Numerical results which we have obtained in this way explain fairly well the behavior of actual aircraft. It is also shown how the approach paths should depend upon performance functions, inequality constraints, and boundary conditions.

1. は じ め に

航空機による輸送量は年々増大している。そのため、海外や国内の主要空港周辺では、航空路の混雑が目立っている。このような混雑した状態を緩和するために、新しい計器飛行システムを導入することが検討されている。こうした新システムを導入する際に最も重要なことは、どのような進入経路を指定するかである。

筆者らは、日本航空宇宙学会の第23期年会¹⁾において、航空機が単独で飛行する際の、ターミナルエリアへの進入経路に関する考察を発表した。

それを受けて、本稿の第一の目的は、2機の航空機がターミナルエリアに進入する際の飛行経路を数値的に求めることとする。その際、2機の航空機がニアミスをおこさないように飛行経路を制限する必要がある。ニアミスが生じたと判断する距離を最小距離(minimum distance)という。そこで、本稿の副次的な目的として、2機間の最小距離(minimum distance)を見当することも考える。

以上の二つの目的を達成するために次のような解法を考える。

1. ある評価関数を与え、それを最小にする最適制御問題としてモデル化し、ある数値計算アルゴリズム(SCGRA法)²⁾を用いて数値的に計算する。
2. この際、2機間の最小距離(minimum distance)は不等式拘束条件とする。ただし、この拘束条件は状態量に関する拘束条件となり、通常のアルゴリズムでは解けない。そこで、時間軸折り返し法³⁾を用いて等式拘束条件に変換した後、アルゴリズムに組み込む。

2. 実際の航空機の進入方式

次に、実際の航空機がターミナルエリアにどのように進入するか⁴⁾について説明する。実際の航空機の進入方式はだまかに分けて、初期進入→中間進入→ターゲットポイント通過→最終進入の4段階に分けられる。

初期進入とは、巡航状態から進入高度まで降下することをいう。つまり、各空港の進入管制区に進入することである。

進入順を変更したり、待機をしたりする必要があるとき、中間進入にはいる。高度変化を少なくして、先行機と後続機の間隔を変えたり、ホールディングパターンを周回したりする。

このようにして、進入順に並びかわった後、最終進入にはいる。最終進入はターゲットポイントからランウェイに向けて経路角一定で減速しながら降下することになる。その際、航空機自体の姿勢は変化しない。

ところで、中間進入から最終進入へ移る際に必ずターゲットポイントといわれる一点を通る。この点において、航空機はある決まった速度、経路角、姿勢などをとらなければならない。実際の航空管制においては、このようなターゲットポイントは3点から4点ほど存在する。管制官は、航路の混雑状況に応じて、航空機をそれぞれのポイントに誘導する。また、ターゲ

^{*1} 平成4年10月23日原稿受理^{*2} 東京大学大学院

第1図 実際の航空機の進入方式

ットポイントは不動ではなく、気象状況や航路の混雑状況により変化する。このようなターゲットポイントを通じた後で、最終進入にはいるのである。

3. 進入管制方式の実際と定式化

以上のような実際の進入管制方式と、それをモデル化し、最適制御問題に組み込む定式化を比べると第2図のようになる。実際の進入管制方式は、4段階に分かれている。ところが、最終進入は一定経路角でランウェイに降下するだけなので、飛行経路そのものは大きく変化しない。従って、定式化では、最終進入は省略し、初期状態からターゲットポイント到達までを計算することにする。

本稿では、航空機が二機であるから、ターゲットポイントは二つあり、それぞれのポイントに航空機を一機ずつ誘導する。二つのターゲットポイントはある一直線上にあり、一定間隔をおいて並んでいるとする。

4. 定式化

以下に運動方程式、評価関数、拘束条件、初期条件、終端条件を示す。

4.1 運動方程式 運動方程式⁵⁾は、航空機を質点として近似し、運動を二次元平面内に限定する。さらに、マッハ数を一定とし、横滑りはなく、旋回は釣り合い旋回を仮定する。従って、状態変数は二次元位置座標と方位角となり、制御入力にはバンク角のみになる。これらの関係を図示すると第3図のようになる。

航空機一機につき、一つの運動方程式を考慮するので、最適制御問題に組み込む状態方程式は次のようになる。

$$\dot{\xi}_1 = M_1 \cos \psi_1 \quad (1)$$

$$\dot{\eta}_1 = M_1 \sin \psi_1 \quad (2)$$

$$\dot{\psi}_1 = -\tan \sigma_1 / M_1 \quad (3)$$

$$\dot{\xi}_2 = M_2 \cos \psi_2 \quad (4)$$

$$\dot{\eta}_2 = M_2 \sin \psi_2 \quad (5)$$

第2図 進入管制方式の実際と定式化

第3図 座標系

$$\dot{\psi}_2 = -\tan \sigma_2 / M_2 \quad (6)$$

ただし、 $[\dot{\quad}] = d/dt$ である。

記号の意味は次の通りである。

τ : 無次元化時間, a/g で無次元化されている

M : マッハ数(一定)

ψ : 方位角

ξ, η : 位置座標, a^2/g で無次元化されている

σ : バンク角

a : 音速(定数)

g : 重力加速度(定数)

添字 1, 2: それぞれ 1 号機, 2 号機を示す

4.2 評価関数 次に、評価関数について説明する。航空機がどのような飛行経路をとるかということについて考えるとき、重要なファクターとなる。本稿では、最小エネルギー制御と最短時間制御の二つを考える。

最小エネルギー制御とは、バンク角の自乗を飛行時間について、積分したものを最小にする制御である。制御入力の変化をなるべく少なくする制御である。

一方、最短時間制御は飛行時間をなるべく少なくする制御である。

具体的な式の型は次のようになる。ただし、 τ は飛行時間である。

1. 最小エネルギー制御

$$\int_0^n (\sigma_1^2 + \sigma_2^2) dt \rightarrow \text{minimize} \quad (7)$$

2. 最短時間制御

$$\int_0^n dt \rightarrow \text{minimize} \quad (8)$$

4.3 初期条件・終端条件 次に、初期条件・終端条件について説明する。本条件も、航空機がどのような経路をとるかについて、大きな影響を与えるファクターである。第3節 進入管制方式の実際と定式化にひきつけて説明すると、初期条件が初期進入を開始する状態であり、終端条件が2機が共にターゲットポイントに到達した状態である。

具体的に、これらがどのように与えられるかについて説明する。

初期条件はすべての状態量について指定する。

一方、終端条件については少し複雑になる。進行方向の位置座標である ξ_1, ξ_2 を除いた、すべての状態量について指定する。一方、 ξ_1, ξ_2 については、その相対関係のみを指定する。これは、ターゲットポイントの位置が固定されていないからである。具体的には次のような式で表される。ただし、 D_{tp} は二つのターゲットポイント間の距離である。

$$[\xi_2 - \xi_1]_{t=T} = D_{tp} \quad (9)$$

4.4 不等式拘束条件 最後に、不等式拘束条件について説明する。本稿で考慮されているものは、2機間の相対距離の下限とバンク角の上限、下限である。具体的には次のように表される。ただし、 R_{min} は最小距離 (minimum distance) である。

$$(\xi_1 - \xi_2)^2 + (\eta_1 - \eta_2)^2 \geq R_{min}^2 \quad (10)$$

$$\sigma_{min} \leq \sigma_1 \leq \sigma_{max} \quad (11)$$

$$\sigma_{min} \leq \sigma_2 \leq \sigma_{max} \quad (12)$$

最適制御問題を数値的に解くためには、不等式拘束条件は等式拘束条件に変換する必要がある。2機間の相対距離については、状態量拘束であるから、時間軸折り返し法³⁾を改良したものを用いて等式拘束に変換する。一方、バンク角については、制御入力であるので、ダミー入力を用いて等式拘束に変換する。

5. 飛行シミュレーション

以上の定式化により、次のような問題を解くことになる。

「2機の航空機を二次元平面内で、それぞれの目標位置(ターゲットポイント)に、ある評価関数を最小にするかたちで誘導する。その際、2機間の相対距離が最小距離をしたまわらず、かつバンク角が上限、下限をこえない。」

本節では、数値計算結果を示す。計算例について

は、次の3ケースを考える。

Case 1 後続機が先行機を追い越すパターン(その1)

Case 2 後続機が先行機を追い越すパターン(その2)

(その2)では、終端位置が拘束されている

Case 3 衝突コースからそれぞれ回避するパターン
ここで、最小距離については、次のように設定する。つまり、最小距離をパラメータとして最適制御問題に組み込む。従って、本数値計算例では、2機間の相対距離に関する不等式拘束条件は「2機が衝突しないようにせよ」のように設定したことに同じになる。

また、数値計算に用いた諸定数、初期条件、終端条件はそれぞれ第1表、第2表、第3表に示す

各図の記号等について説明する。上図が飛行経路図で、図中のS1, S2はそれぞれ1号機、2号機の出発位置になる。また、T1, T2はそれぞれの終端位置になる。つまり、S1, S2において、各航空機は初期進入状態であり、T1, T2においてはターゲットポイント到達状態となる。また、進入コースは ξ 軸であり、向きは負から正の方向に向かうものとする。

下図は、各航空機の制御入力であるバンク角の時間変化である。

また、各図の最小距離(minimum distance)は、数

第1表 諸定数の設定値

定数	設定値	定数	設定値
M_1	0.64	σ_{min}	-30.0 [deg]
M_2	0.40	σ_{max}	30.0 [deg]
D_{tp}	30,000 [ft]	a	1110.0 [ft/s]
R_{min}	パラメータ	g	32.174 [ft/s ²]

第2表 初期条件

	ξ_1 [ft]	η_1 [ft]	ϕ_1 [rad]	ξ_2 [ft]	η_2 [ft]	ϕ_2 [rad]
Case 1	-90,000	-15,000	0.0	-120,000	-15,000	0.0
Case 2	-50,000	-15,000	0.0	-80,000	-15,000	0.0
Case 3	-90,000	-15,000	π	-150,000	-15,000	0.0

注) 位置座標 $\xi_1, \eta_1, \xi_2, \eta_2$ は無次元化する前の値である

第3表 終端条件

	ξ_1 [ft]	η_1 [ft]	ϕ_1 [rad]	ξ_2 [ft]	η_2 [ft]	ϕ_2 [rad]
Case 1	...	0	$2n_1\pi$	...	0	$2n_2\pi$
Case 2	-30,000	0	$2n_1\pi$	0	0	$2n_2\pi$
Case 3	...	0	$2n_1\pi$	...	0	$2n_2\pi$

注1) 位置座標 $\xi_1, \eta_1, \xi_2, \eta_2$ は無次元化する前の値である

注2) Case 1, Case 3の位置座標 ξ_1, ξ_2 は第(9)式により拘束されている

注3) n_1, n_2 は未知の整数である

値計算において2機が最も接近したときの間隔である。

5.1 Case 1 後続機が先行機を追い越すパターン(その1) まず、Case 1の数値計算結果について示す

第4図はエネルギー最小制御の場合である。上図の飛行経路図を見ると、二つの航空機はゆるやかに飛行経路を変化させて、進入順を入れ替わっていることがわかる。また、この時の最小距離は220 ftであり、衝突ぎりぎりまで接近していることがわかる。第4図の下図は、制御入力であるバンク角の時間変化を表す。ほとんど、大きな変化をしないまま、2機とも同じような制御をしていることがわかる。以上より、Case 1の最小エネルギー制御の場合、姿勢、飛行経路とも大きく変化させず進入順を入れ替わって、進入コースに入っていることがわかる。

第5図は最短時間制御の場合である。上図の飛行経路を見ると、先ほどと比べて、飛行経路が大きく変化している。先行機が飛行経路を大きく曲げて、後続機を先に行かせている。この時の最小距離は5,800 ftであり、先ほどより大きくなっている。最短時間制御では接近する必要がないことがわかる。第5図の下図はバンク角の時間変化である。先行機(No.1)がバンバン制御をしていることがわかる。これは、最短時間制御による特徴である。一方、後続機(No.2)はかなり

第4図 Case 1 最小エネルギー制御(最小距離 220 ft)

不規則な制御になる。これには次の様な理由が考えられる。先行機はバンバン制御により最短時間で目標点に到達するようになる。一方、後続機は、先行機の飛行経路を乱さないように、そして衝突しないようにしながら、先行機を追い越している。

第6図は、2機間の相対距離の時間履歴を示したものである。このように、後続機は先行機との差を最小距離までつめてから、ふたたび離れて行くことになる。これは、2機間の相対距離に関する不等式拘束条件を時間軸折り返し法で、等式拘束条件に変換したこ

第5図 Case 1 最短時間制御(最小距離 5800 ft)

第6図 Case 1 2機間の相対距離(最短時間制御)

とに由来するものである。つまり、時間軸折り返し法とは、「2機間の相対距離を、減少→一定(最小距離)→増加→終端条件、のようになるような解を探せ」の

第7図 Case 2 最小エネルギー制御(最小距離 2700 ft)

第8図 Case 2 最短時間制御(最小距離 15,000 ft)

ように、不等式拘束条件を置き換えているのである。

先行機の制御入力であるバンク角は、最短時間で目標位置に到達するように決定されてしまう。一方、後続機の制御入力であるバンク角は、上で述べた拘束条件によって決定されると考えられる。さらに、後続機は先行機の定めた時間で、目標位置に到達しなければならない。そのため、後続機のバンク角は Bang-Bang 型にならないのである。このことは、この後の最短時間制御の数値計算例すべてに共通することである。

5.2 Case 2 後続機が先行機を追いつくパターン (その2) つぎに、Case 2 の数値計算例について示す。Case 2 は Case 1 に終端位置の拘束を付け加えたものである。つまり、終端において、状態量をすべて指定したものである。

第7図はエネルギー最小制御の場合である。Case 1 のエネルギー最小制御と比べて、飛行経路、バンク角ともに大きな変化をしていることがわかる。これは、終端位置を指定した影響であると考えられる。また、この時の最小距離は 2,700 ft で、接近することと、制御入力を小さくすることが、一対一で対応しているわけではないことがわかる。

第8図は最短時間制御の数値計算結果である。Case 1 の最短時間制御と同様に、先行機が飛行経路を大きく曲げて後続機を先に行かせている。この時の最小距離は 15,000 ft で、今までの最小距離の中で、最も長くなっている。これは、最短時間制御のうえに、終端位置を指定しているため、先行機(No. 1)も後続機(No. 2)も飛行経路の変化が大きくなるためである。さて、この時のバンク角変化は、やはり先行機(No. 1)はバンバン制御になっているが、後続機(No. 2)は不規則な動きをしている。この理由は、第5.1節で述べた通りである。つまり、後続機(No. 2)のバンク角は最短時間という評価関数ではなく、最小距離(minimum distance)という拘束条件によって決定されるからである。

5.3 Case 3 衝突コースからそれぞれ回避するパターン 最後に Case 3 について説明する。Case 3 とは、正面衝突する飛行コースにある2機が、それから回避をして、進入コースに並ぶ場合である。

第9図はエネルギー最小制御の場合である。前方にある機(No. 1)は大きく飛行経路を曲げて、後方にある機(No. 2)を先に行かせている。ただし、その時の後方機(No. 2)はバンク角をそれほど変化させていない。つまり、前方機(No. 1)は、バンク角を大きく使って、旋回したのち進入コースにはいる。一方、後方機(No. 2)は、そのおかげで、バンク角をそれほど使わずに、進入コースに入ることができる。その結果、全

第9図 Case 3 最小エネルギー制御(最小距離 15,000 ft)

体としてのバンク角変化(エネルギー量)は少なくなっているのである。

第10図は最短時間制御の場合である。エネルギー最小制御の場合と比べて、2機ともかなり小回りをして、進入コースに入っている。これは、バンク角を両機とも大きく使っているからである。バンク角の時間変化は、これまでの最短時間制御と同様に、前方機(No. 1)はバンバン制御、後方機(No. 2)は不規則な動きを見せている。この理由は、第5.1節、第5.2節で説明したことと同じであると考えられる。

6. ま と め

第5節の飛行シミュレーション結果をまとめると次のようになる。

1. 2機の航空機がターミナルエリアに進入する際の飛行経路は、最適制御問題として解くことが可能である。
2. 最適制御問題の解として求められた飛行経路は、評価関数や境界条件によりかなり変化する。
3. 2機間の相対距離の小さいことが、即、エネルギー

第10図 Case 3 最短時間制御(最小距離 10,000 ft)

ギや飛行時間を小さくするわけではない。ただし、これはあくまでも数値シミュレーションにおける結論である。

今後の課題としては、次の二点が挙げられる。

1. さらに航空機の数が多くなった場合の定式化の手法
2. 三次元に拡張された場合の定式化の手法

参考文献

- 1) 杉本 啓, 加藤寛一郎: 第23期年会講演会講演集, 日本航空宇宙学会, 東京, 1992, pp. 102-105.
- 2) Wu, A. K. and Miele, A.: Sequential Conjugate Gradient-Restoration Algorithm for Optimal Control Problems with Nondifferential Constraints and General Boundary Conditions, Part 1, Optimal Control Applications & Methods, 1-1 (1980), pp. 69-88.
- 3) 加藤寛一郎: 工学的最適制御, 東京大学出版会, 東京, 1988.
- 4) 運輸省航空局: 計器飛行による進入方式, 出発方式及び最低気象条件の設定基準, 鳳文書林, 東京, 1978.
- 5) 加藤寛一郎, 大屋昭男, 柄沢研治: 航空機力学入門, 東京大学出版会, 東京, 1982.