MPD 推進機における非平衡 2 流体モデルの 1 次元理論^{*1}

One-Dimensional Theory Based on a Two-Fluid Nonequilibrium Plasma Model in MPD Thrusters

小 林 修^{*2,3}・小 紫 公 也^{*2}

Osamu KOBAYASHI, Kimiya KOMURASAKI

藤 原 俊 隆^{*2}

and Toshi FUJIWARA

Key Words : Electric Propulsion, MPD Thruster, Nonequilibrium Ionization, Two-Fluid Model**Abstract**

A numerical analysis for a modeled plasma flow in an MPD thruster has been done, including nonequilibrium ionization/recombination processes of the propellant gas. According to the existing studies on MPD thrusters, current density distribution in a discharge chamber is strongly influenced by the nonequilibrium ionization processes. In order to determine the ionization fraction at the inlet of chamber, backstream of plasma from the arc region is taken into account. In this study, the flowfield based on this nonequilibrium and two-fluid model is theoretically analyzed.

記 号

 a : 音速 B : 磁束密度 E : 電界強度 h : 総エンタルピー I : 荷電粒子と中性粒子の相互作用 J : 全放電電流 j : 電流密度 k : Boltzmann 係数 L : 電極長 m : 質量 $\dot{m}$: 推進剤流量 n : 数密度 p : 圧力 Q : 衝突断面積 T : 温度 u : 流れの平均速度 v : 熱速度 x : 位置 α : 電離度 γ : 比熱比 ϵ : 電離エネルギー ν : 衝突周波数 σ : 電気伝導度

添え字

 e : 電子 i : イオン n : 中性粒子 p : プラズマ $*$: 音速点 0 : $u_p=0$ の点 $\wedge$: $u_p=0$ の点から音速点までの積分値

1. は じ め に

MPD 推進機の放電室における電流密度分布は、推進機の性能と密接に関係しており、その電流分布のメカニズムを解析的に明らかにすることは、性能向上を図る上で大変重要である。これまでの解析では、放電室内の電流分布に対して電極形状や閉塞条件が与える影響を調べるために、完全電離プラズマが仮定されることが多かった^{1,2)}。一方実験によれば、推進剤が単原子分子気体か多原子分子気体かによって電流分布に大きな違いがみられ、推進剤の電離、解離過程が電流分布に大きな影響を及ぼしているのではないかと、いう指摘がなされていた³⁾。例えば、推進剤が水素やアンモニアの場合には、アルゴンの場合に比べて下流に電流が分布する。これは多原子分子の場合、電離反応に先立って解離反応が起こるため、電離度の上昇が遅れるのだと考えられる。そこで、非平衡な電離、再結合反応を考慮した解析が盛んに行われるようになった^{4~7)}。

しかし、非平衡反応モデルにおいて電極入口におけ

^{*1} 平成 6 年 4 月 11 日原稿受理^{*2} 名古屋大学工学研究科航空宇宙工学専攻^{*3} 現在：富士重工業(株)

る電離度をどのように与えるかは難しい問題である。電離度を 0 と与えると、その下流においてまったく電離が起こらない。そのため実際の計算では、電極入口で適当な電離度を人為的に与えているのが現状である。特にこれまでの非平衡反応モデルでは、わずか数 cm の放電室内に数 kA から数百 kA の大電流を流すために、電極入口でかなり大きな電離度を仮定する必要がある。最近になって、電極入口で電離反応が活発になるメカニズムがいくつか提案されているが^{8,9)}、本研究ではこのメカニズムの 1 つとして、圧力勾配による荷電粒子の上流への逆流に注目し、1 次元の数値解析を行った。この荷電粒子の逆流をモデル化するには、荷電粒子の流れと中性粒子の流れを別々に扱う必要があるため、2 流体モデルを導入した。

2. モデル化

2.1 非平衡 2 流体モデル 電極入口における電離度はどのように決まるのかを考えてみる。一般に活発な電離反応が起こるには、電子の存在が不可欠である。そこで、放電領域よりも上流に電子が存在するメカニズムとして考えられるのが、第 1 図に示すようなアーク放電領域からの荷電粒子の逆流である。放電室内に流入した推進剤は、アーク放電で急激に電離、加熱されて高温、高密度のプラズマを生じ、その一部が圧力勾配によって電極入口方向に逆流する。

電子の質量はイオンや中性粒子に比べて小さいため、電子は圧力勾配によって大きな加速を受ける。しかし電子とイオンの密度に差が生じると、それを打ち消すように電界が生じ、その結果イオンは加速され、電子は減速され、結局イオンと電子は同一の流れ速度

を持つ。この荷電粒子の逆流を、1 流体モデル、すなわち荷電粒子と中性粒子の速度も同一であると仮定したモデル⁴⁻⁶⁾で扱おうとすると、連続の式を解くことができない。そこで本研究では、荷電粒子と中性粒子の速度を分離した、非平衡 2 流体モデルを導入する。

2.2 仮定 以下のような仮定の下で解析を行う。

- 1) 第 2 図に示すような平行平板電極を考え、定常 1 次元問題とする。
- 2) 推進剤はアルゴンで、流れの成分は Ar, Ar⁺, e⁻ の 3 種である。
- 3) プラズマは準中性とする。(n_e=n_i≡n_p)
- 4) 荷電粒子の流れと中性粒子の流れを別々に考え、中性粒子の速度、温度は放電室内で一定とする。
- 5) 電子励起過程や粘性、熱伝導等の輸送過程は無視する。

2.3 基礎方程式 荷電粒子の連続の式は、次のように表される：

$$\frac{d}{dx}(n_p u_p) = \dot{n}_p \quad (1)$$

右辺の生成項は、以下の様な電子衝突電離と、その逆過程である 3 体再結合を考え

生成率を次の様に表す：

$$\dot{n}_p = k_i n_p n_n - k_b n_p^3 \quad (3)$$

ここで k_i と k_b は、それぞれ電離と再結合に対する反応速度定数であり、荷電粒子の温度を用い、MKS 単位系によって以下のように与えられる^{4,6)}：

$$k_i = \frac{76.8}{T_p^3} \exp\left(-\frac{\epsilon}{kT_p}\right) \quad (4)$$

$$k_b = 4.0 \times 10^{-21} T_p^{-9/2} \quad (5)$$

荷電粒子の運動方程式は次のように表される：

$$\frac{d}{dx}(m_i n_p u_p^2) = -\frac{dp_p}{dx} + jB + I_M \quad (6)$$

これは電子の運動方程式：

$$\frac{d}{dx}(m_e n_e u_e^2) = -\frac{dp_e}{dx} - en_e E_x + jB + I_{M,e} \quad (7)$$

とイオンの運動方程式：

$$\frac{d}{dx}(m_i n_i u_i^2) = -\frac{dp_i}{dx} + en_i E_x + I_{M,i} \quad (8)$$

を足し合わせ、 $m_i \gg m_e$ を用いて

$$m_e n_e u_e^2 + m_i n_i u_i^2 \approx m_i n_i u_i^2 \quad (9)$$

とすることにより導出される。 p_p はプラズマの全圧を表し、プラズマ密度と温度を用いて次のように表される：

$$\begin{aligned} p_p &= n_i k T_i + n_e k T_e \\ &= 2 n_p k T_p \end{aligned} \quad (10)$$

(6) 式の右辺第 1 項は圧力勾配による力を表し、第 2

第 1 図 荷電粒子逆流モデル

第 2 図 1 次元 MPD スラスタ

項はローレンツ力を表す. 第3項は中性粒子との相互作用により受ける力を表し, 次のように定義される:

$$\begin{aligned} I_M &= I_{M,e} + I_{M,i} \\ &= -\frac{m_i}{2} n_p \nu_{in} (u_p - u_n) \\ &\quad + m_i u_n k_i n_p n_n - m_i u_p k_b n_p^3 \end{aligned} \quad (11)$$

ここで ν_{in} はイオンと中性子の間の衝突頻度で, $\nu_{in} = Q_{in} \nu_{in} n_n$ と表される. ただし, ν_{in} はイオンと中性粒子の相対速度で $\nu_{in} = \sqrt{3k(T_p + T_n)/m_i}$ である.

荷電粒子のエネルギー方程式は, 次のように表される:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\gamma}{\gamma-1} p_p u_p + \frac{1}{2} m_i n_p u_p^3 \right) = jE - \varepsilon_i \dot{n}_p + I_E \quad (12)$$

これも電子とイオン, それぞれのエネルギー方程式を足し合わせたものである. 右辺第1項は入力エネルギー, 第2項は電離により失われるエネルギー, 第3項は中性粒子との相互作用により失われるエネルギーを表す. I_E は次のように定義される:

$$\begin{aligned} I_E &= -\frac{1}{2} m_i n_p \nu_{in} (u_p - u_n) u_p \\ &\quad - n_p k (T_p - T_n) \left(\frac{3m_e}{m_i} \nu_{en} + \frac{3}{4} \nu_{in} \right) \\ &\quad + \left(\frac{1}{2} m_i u_n^2 + \frac{1}{\gamma-1} k T_n \right) k_i n_p n_n \\ &\quad - \left(\frac{1}{2} m_i u_p^2 + \frac{2}{\gamma-1} k T_p \right) k_b n_p^3 \end{aligned} \quad (13)$$

ここで ν_{en} は電子と中性粒子の間の衝突頻度, $\nu_{en} = Q_{en} \nu_{en} n_n$ で, ν_{en} は電子と中性粒子の相対速度 $\nu_{en} = \sqrt{3kT_p/m_e}$ とする.

中性粒子の連続の式は, 速度を一定と仮定して次のように表される:

$$\frac{dn_n}{dx} = -\frac{\dot{n}_p}{u_n} \quad (14)$$

中性粒子は, 速度, 温度とも一定と仮定しているため, 運動方程式やエネルギー方程式を解く必要はない.

オームの法則は, 次のように表される:

$$j = \sigma(E - u_p B) \quad (15)$$

ここで電気伝導度は, 電子とイオンの衝突によるもの σ_c と電子と中性粒子の衝突によるもの σ_n とを考慮し, 次のように表す

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{1}{\sigma_c} + \frac{1}{\sigma_n} \quad (16)$$

σ_c, σ_n は, それぞれ次のように与えられる¹⁰⁾:

$$\sigma_c = 1.5 \times 10^{-3} T_p^{3/2}, \quad \sigma_n = \frac{e^2 n_p}{m_e \nu_{en}} \quad (17)$$

アンペールの法則は, 以下のように表される:

$$\frac{dB}{dx} = -\mu_0 j \quad (18)$$

μ_0 は真空透磁率であり, 一定と仮定する.

3. 計 算 方 法

3.1 定常問題における音速点での物理量を決定するための条件 基礎方程式のうち, 荷電粒子に対する3保存式(1), (6), (12)より, 次のような1階の微分方程式が得られる.

$$\frac{du_p}{dx} = \frac{jE - \{\gamma/(\gamma-1)\} j u_p B + I_E'}{\{2\gamma/(\gamma-1)\} n_p k T_p (1 - u_p^2/a_p^2)} \quad (19)$$

$$\frac{dn_p}{dx} = \frac{\dot{n}_p - n_p (du_p/dx)}{u_p} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \frac{dT_p}{dx} &= -\frac{m_i u_p^2 + 2kT_p}{2kn_p} \frac{dn_p}{dx} \\ &\quad - \frac{m_i u_p}{k} \frac{du_p}{dx} + \frac{1}{2kn_p} (jB + I_M) \end{aligned} \quad (21)$$

ここで I_E' は, 前述の荷電粒子と中性粒子の相互作用の項 I_E, I_M を含む項であり, 次のように表される:

$$I_E' = I_E - \frac{\gamma}{\gamma-1} u_p I_M + \left(\frac{\gamma+1}{\gamma-1} \frac{m_i u_p^2}{2} - \varepsilon \right) \dot{n}_p \quad (22)$$

また荷電粒子の音速は次のように定義される:

$$a_p^2 \equiv \gamma \frac{2kT_p}{m_i} \quad (23)$$

MPDの閉塞条件としては, 流体力学的音速点において与えられる条件¹⁾と, 磁気音速点において与えられる条件²⁾の2つが提案されているが, 本研究においては前者を用いる. $u_p = a_p$ となる点と, $u_p = 0$ となる点の2点で, (19), (20)式の分母がそれぞれ0となる. したがってこれらの2点で, それぞれの分子もまた0となる必要がある. まず $u_p = a_p$ となる点, すなわち音速点では, (21)式の分子が0とならなければならない.

$$j^* E - \frac{\gamma}{\gamma-1} j^* a_p^* B^* + I_E'^* = 0 \quad (24)$$

これは音速点を特異点にする条件であるが, これに(15)式を代入すると

$$E^2 - \frac{2\gamma-1}{\gamma-1} a_p^* B^* E + \frac{\gamma}{\gamma-1} (a_p^* B^*)^2 + I_E'^* = 0 \quad (25)$$

となる. この2次方程式を解いて電界強度を決定する.

音速点を出発点として, その上流, または下流に向かって積分を行うには, 音速点での温度, 電離度, 磁束密度の3つの量がわかっていなければならない. そこで他の条件から, これらの量を決定する. 微分方程式を上流方向に積分していくと, $u_p = 0$ となる点で(20)式の分母が0となるが, その際に密度勾配が有限となるように a^* を選ぶ. 同時に, (20)式の分子が0

となるように、この点での物理量を決定する。

$$\frac{2\gamma}{\gamma-1} n_p^0 k T_p^0 n_p^0 - (j^0 E + I_E^0) n_p^0 = 0 \quad (26)$$

続いて T^* を求めるために、第 3 図に示すような音速点上流域でのエネルギー収支を考える。音速点における総エンタルピーは、

$$h_p^* = \left(\frac{m_p a_p^2}{2} + \frac{2\gamma}{\gamma-1} k T_p^* \right) n_p^* a_p^* \\ = \frac{\gamma(\gamma+1)}{\gamma-1} k T_p^* n_p^* a_p^* \quad (27)$$

と表せる。この上流域でのエネルギー損失としては、電離反応と、中性粒子とのエネルギー交換によるものが考えられる。これらのエネルギー釣合式は

$$h_p^* = \hat{j} E - \epsilon n_p^* a_p^* - \hat{I}_E E \quad (28)$$

と表される。ここで $\hat{j}$, $\hat{I}_E$ はそれぞれ、電極入口から音速点までに流れた電流、およびその間の中性粒子とのエネルギー交換の積分値である。音速点での総エンタルピーから荷電粒子の温度を求めることができる。

最後に、音速点での物理量のうち B^* を決定する条

第 3 図 音速点上流域でのエネルギー収支

第 4 図 計算のフローチャート

件を考える。実際の推進機では電極長は固定されており、電極終端で全放電電流が流れ切り、磁束密度は 0 となる。したがって音速点での磁束密度は、電極長を与えることにより決定される。

3.2 計算手順 計算のフローチャートを第 4 図に示す。まず推進剤流量、総放電電流、電極長を与える。次に B^* を仮定する。磁束密度は電流密度の積分値に比例するので、 B^* を仮定することは、 $\hat{j}$ を仮定することと同値である。さらに中性粒子との相互作用項を 0 とおいて計算を始める。音速点における特異点条件より E を決定し、エネルギーの釣合式より T_p^* を、 $u_p=0$ となる点における特異点条件より α^* を計算する。これらの値を用いて、音速点より上流域の計算を行い、その結果、積分して得られた中性粒子との相互作用項が、仮定したものと同しくなるまで計算を繰り返す。次にこの T_p^* , α^* を出発値として音速点から出口に向かって計算を行い、得られた電極長が最初に与えた電極長と等しくなる様に、 B^* を変化させてさらに繰り返し計算を行う。このように m, J, L の 3 つの量を与えるだけで、音速点での物理量を決定し、放電室内の各量の分布を得ることができる。

4. 計算結果

計算条件を具体的に示す。総放電電流量 10 kA、電極長 3.3 cm、電極幅 6π cm、電極間距離 2 cm とし、中性粒子の温度を 300 K、速度を音速に等しいと与えた。

4.1 音速点における物理量 以上の条件下で流量を変化させて計算を行った。その結果を第 5 図に示す。図中の B_i は、電極入口での磁束密度を表し、 $B_i = \mu_0 J$ である。従って $1 - B^*/B_i$ は、全放電電流のうち、音速点よりも上流に流れる電流の割合 $\hat{j}/J$ に等しい。図からわかるように、推進剤流量の増加に伴って、 $1 - B^*/B_i$ が上昇、すなわち音速点までに流れる電流量が増加し、同時に α^* も増加する。しかし、これは流量が大きいほど電離過程が速く進むことを意味

第 5 図 音速点における電離度と磁束密度

しているわけではない。理由は後に示すように、流量の増加に伴い音速点位置が下流に移動するからである。亜音速域でのローレンツ力は、流れを減速する方向に作用するので、音速点上流域に流れる電流量の増加は最終排気速度の減少につながり、効率の低下をもたらす。

推進剤流量を0.14 g/sよりも小さくすると、逆起電力 $u_p B$ が大きくなりすぎて、この電極長で10 kAの電流を流しきることができなくなる。これはMPDのオンセット現象に対応していると考えられる¹⁴⁾。また流量が0.24 g/sよりも大きな範囲では、後述のマッハ数分布にみられるように、電極出口付近の電流集中によって流れが亜音速に落ちてしまい、出口まで解くことができない。これは電極内の流れが全体に亜音速となるような、低比推力モードの作動に移ることを表すのではないかと考えられる。

4.2 各物理量の分布 次に放電室内の各物理量の分布を示す。推進剤流量が0.18 g/sと、0.24 g/sの2つの場合を選び、流量の違いによる流れ場の変化を調べる。まず、第6図に電離度分布を示す。低流量の方が、電離度の上昇が急激で、電離過程の進み方が速い。これは電極入口における電離度が大きいためである。計算された電極入口の電離度は、 $\dot{m}=0.18$ g/sの場合で6.4%、 $\dot{m}=0.24$ g/sの場合で1.1%であった。

第7図に電流密度分布を示す。音速点付近で電流密

度が極大値を持っているのがわかる。また、低流量の方が電極中央に流れる電流が小さい。これは前述の様に、放電電圧に対して逆起電力の割合が大きくなるためである。ちなみに、 $\dot{m}=0.18$ g/sの場合、放電電圧は20.0 Vとなる。

第8図にマッハ数分布を示す。マッハ数は、音速点付近の電流が集中する場所で大きく増加しており、その後方ではほとんど変化していない。このことは、音速点付近の詳しい解析が、推進機の性能評価をする上で大切であるということを示している。電極終端でマッハ数が低下するのは、ジュール加熱により温度が上昇し、音速が大きくなるためである。

第9図に荷電粒子の速度分布を示す。低流量の方が加速が大きい。これは主に単位流量当りの入力電力の違いに起因している。また電極入口付近において、僅かではあるが速度が負の領域が存在しており、荷電粒子の逆流を示している。この荷電粒子逆流領域の存在は、本解析モデルの最も重要な点の1つであり、電極入口で電離度が高くなるメカニズムでもある。

第10図に荷電粒子の温度分布を示す。低流量の方が、全体的に温度は高くなっている。入口にみられる谷の部分は、この領域で急速に進む電離反応によるものである。電極終端で温度が非常に大きくなっているが、これは熱伝導を考慮していないためであり、実際にこのような高温になることはないと考えられる。

続いて速度分布図にみられた負速度領域、すなわち

第6図 電離度分布

第7図 電流密度分布

第8図 マッハ数分布

第9図 荷電粒子の速度分布

第10図 荷電粒子の温度分布

第11図 運動方程式(6)の各項の比較

荷電粒子が上流へ逆流する領域について詳しく調べる。第11図に、荷電粒子の運動方程式(6)の右辺各項の大きさを比較する。この領域では、ローレンツ力よりも圧力勾配による力の方が絶対値が大きく、全体として負方向に力が働いていることがわかる。つまり荷電粒子は、急速な電離過程により生じる大きな圧力勾配によって上流へ加速される。また図からわかるように、中性粒子との相互作用により受ける力は、ローレンツ力や圧力勾配による力に比較して小さい。これはMPD推進機が、高い放電電流/推進剤流量比で作動するためである。同様に、エネルギー方程式(12)の右辺の各項の大きさを比較しても、相互作用の項は小さく、荷電粒子のエネルギー釣合式で、相互作用の項を近似的に0と仮定することも可能である。

5. 特異点解析

最後に特異点について解析を行う。まず音速点であるが、この特異点は速度勾配 du_p/dx の式中に現れるので、分子、分母を x と u_p の関数とみなし、特異点のまわりにテイラー展開して1次の項までとる。

$$\begin{aligned} \frac{du_p}{dx} &= \frac{jE - \{\gamma/(\gamma-1)\}ju_pB + I_E'}{\{2\gamma/(\gamma-1)\}n_p k T_p (1 - u_p^2/a_p^2)} \\ &= \frac{f(x, u_p)}{g(x, u_p)} \\ &= \frac{a(x-x^*) + b(u_p - u_p^*)}{c(x-x^*) + d(u_p - u_p^*)} \end{aligned} \quad (29)$$

第12図 2流体モデルに生じる特異点と解の接続

第13図 特異点付近での解の分岐

ここで係数 a, b, c, d は以下の様な特異点における量である。

$$\begin{aligned} a &= f_x(x^*, u_p^*), & b &= f_{u_p}(x^*, u_p^*) \\ c &= g_x(x^*, u_p^*), & d &= g_{u_p}(x^*, u_p^*) \end{aligned} \quad (30)$$

音速点においてこれらの係数の値を計算すると、係数の間に次のような関係が成り立つ。

$$(a-d)^2 + 4bc > 0, \quad ad - bc < 0 \quad (31)$$

これより音速点は鞍点であることがわかる。 $u_p=0$ の点もまったく同様にして次のような関係式が成立するのでこの点は節点であることがわかる。

$$(a-d)^2 + 4bc > 0, \quad ad - bc > 0 \quad (32)$$

流れ場中に特異点が2つ存在するために、解を得るには両側の特異点から計算を行い、その間で解を接続する必要がある。特異点の性質から考えると、第12図に示すように音速点は鞍点であるので、この特異点を通る解は2つあり、このうちの1つの解を用いて途中まで積分し、逆に節点である $u_p=0$ の点でパラメータを変化させて勾配を変えることにより、接続する解を探せば良い。

その手順として、3.2節で述べた音速点から上流への計算方法を具体的に示すと次のようになる： B^* を仮定した後に（相互作用項は0として）、 α^* を仮定すれば、 E は音速点における特異点条件から、 T_p^* はエネルギーの釣合式から決定できるので、音速点から出発して上流方向へ積分計算を行うことができる。ところで、 B^* を固定し、 α^* を変化させて計算すると、第13図に示すように、ある α^* を境にして分布が大

きく分かれる。この分岐は $u_p=0$ の点の特異点であることによる。そして $u_p=0$ の点での特異点条件 (26) 式を満足する解は、この α^* の付近に存在すると予想される。そこで、音速点から上流方向に分岐する手前まで積分し、逆に $u_p=0$ の点から、(26) 式を満たすようにパラメーターを変化させて下流方向に計算を行い、解を接続する。 $u_p=0$ の点から計算を開始するためには B^0, α^0, T_p^0 の3つが出発値として必要であるが、このうちの1つ、例えば T_p^0 が (26) 式から決定されるとすれば、 B^0 と α^0 の2つを仮定すればよい。したがって、この2つの量を変化させて勾配を変えることにより、接続し得る解を探せば良い。

6. ま と め

本研究では、非平衡かつ2流体のモデルを導入し、流れ場の解析を行った。得られた結果をまとめると以下ようになる：

1. 推進剤流量、総放電電流量、電極長の3パラメーターから、全物理量分布を決定することができた。
2. 推進剤流量が小さいほど非平衡電離過程が速く進み、その結果電流分布は入口に集中することがわかった。
3. 電極入口付近には、荷電粒子の負速度領域が存在し、プラズマが上流方向に逆流していることがわかった。
4. 電極入口における電離度とプラズマ温度は、 $\dot{m}=0.18$ g/s の場合でそれぞれ 6.4%、23800 K、 $\dot{m}=0.24$ g/s の場合で 1.1%、22500 K となっ

た。

5. 2 流体モデルの流れ場には2つの特異点が存在し、特異点の解析により、音速点は鞍点、 $u_p=0$ となる点は節点となることがわかった。

参考文献

- 1) Lawless, J.L. and Subramanian, V.V.: Theory of Onset in Magnetoplasmadynamic Thrusters, *J. Propulsion and Power*, 3, 2 (1987), pp. 121-127.
- 2) Kuriki, K. and Nakayama, T.: Magnetosonic Condition in Magnetoplasmadynamic Flow, *J. Propulsion and Power*, 8, 6 (1992), pp. 1208-1211.
- 3) Tahara, H., Kagaya, Y. and Yoshikawa, T.: Current Distributions in a Quasisteady Magnetoplasmadynamic Arcjet, *J. Propulsion and Power*, 9, 5 (1993), pp. 778-779.
- 4) Subramanian, V.V. and Lawless, J.L.: Onset in Magnetoplasmadynamic Thrusters with Finite-Rate Ionization, *J. Propulsion and Power*, 4, 6 (1988), pp. 526-532.
- 5) Sumida, T. and Toki, K.: Real-Gas Effect on the Magnetoplasmadynamic Arcjet, *J. Propulsion and Power*, 7, 6 (1991), pp. 1072-1074.
- 6) Shoji, T. and Kimura, I.: Thermal and Ionization Non-equilibrium in Magnetoplasmadynamic Flows, *Trans. Jpn. Soc. Aero. Space Sci.*, 35, 109 (1992), pp. 108-118.
- 7) Burton, R.L. and Tiliakos, N.: Injected Propellant Ionization in MPD Thrusters, *J. Propulsion and Power*, 9, 5 (1993), pp. 764-770.
- 8) Sheppard, E. and Martinez-Sanchez, M.: Ionization Rate Models and Inlet Ignition in Self-Field MPD Thrusters, *International Electric Propulsion Conference*, IEPC-93-071 (1993).
- 9) Choueiri, E.Y. and Okuda, H.: Anomalous Ionization in the MPD Thruster, *International Electric Propulsion Conference*, IEPC-93-067 (1993).
- 10) Spitzer, L., Jr.: *Physics of Fully Ionized Gases*, 2nd ed., Interscience Publishers, New York, 1962.