空気の粘性を考慮した空力利用型軌道間輸送機 (AOTV) の 最適軌道について*1

Effects of Air Viscosity on Optimal Trajectories of Aeroassisted Orbital Transfer Vehicle

鈴木 広一*2・草木 務*3

Hirokazu SUZUKI, Tsutomu KUSAKI

柚原 直弘*4

and Naohiro YUHARA

Key Words : AOTV, Optimal Trajectories, Air Viscosity, Aerodynamic Heating

Abstract

In this paper, minimum fuel consumption trajectories and histories of control actions on two different orbital plane change missions, the GEO-LEO mission and the LEO-LEO mission, with consideration of the constraint of aerodynamic heating and the viscous effects on AOTV aerodynamic characteristics, have been investigated. For results, it has been made clear that viscous effects for the fuel consumption on both missions are little. However the effects for optimal trajectories and histories of control actions were different for each mission. It has also been made clear that in the case of GEO-LEO mission the air viscosity is needed to be considered to do the guidance for the AOTV. However for the LEO-LEO mission the air viscosity is not necessary in order to do the guidance.

1. は じ め に

将来、宇宙ステーション等の構築、及びその運用に際し、静止軌道 (Geosynchronous Earth Orbit; GEO) から地球低軌道 (Low Earth Orbit; LEO) へのような異なる軌道間での人、物資の輸送を目的とする軌道間輸送機 (Orbital Transfer Vehicle; OTV) が必要とされる。それには、OTV 運用時の経済性の観点から、低コストで大量輸送が可能な OTV であることが望ましい。このことから、軌道変更を行う際に、いったん大気圏に突入することで得られる空気力

で、軌道変更に必要な推力の一部を肩代わりさせることによって燃料消費量の削減をはかり、ペイロードを増加させようという考えがある¹⁾。このような OTV が、空力利用型軌道間輸送機 (Aeroassisted Orbital Transfer Vehicle; AOTV) である。

ところで、これまでの AOTV の最適軌道計画問題では、機体の空力特性 (C_L , C_D) を Parabolic Drag Polar もしくは、迎角のみの関数として与えているものが多い。しかしながら、空力特性は空気の粘性にも依存することから、空力特性に空気の粘性を考慮しての最適軌道に関する研究もいくつか見られる。中でも、T. A. Talay ら²⁾ は、Wilhite ら³⁾ が用いた空力特性をもつ機体をもとに、GEO から LEO への大気圏内外をも含めた燃料消費最小軌道について検討している。その結果、空気の粘性を考慮したとしても燃料消費量、軌道、制御量にはその影響はほとんどないと結論している。しかしながらこの研究では、大気圏内を極超音速で飛行する AOTV に対して不可欠な空力加熱に対する制限 (以下、熱拘束という) が考慮されていない。この熱拘束は、主として、飛行高度、速度領域を制限することになるが、その飛行領域は、機体の空力特性が粘性の影響を最も強く受ける範囲にほぼ対応している。したがって、空気の粘性の影響の有無による燃料消費量の差異やその軌道、制御量への影響については、熱拘束を考慮した上で検討しなければならない。しかし、現在までこのような検討を行っている研究は見当たらない。

そこで、本論では、(1) GEO-LEO 軌道面変更ミッション、及び、(2) LEO-LEO 軌道面変更ミッショ

*1 平成 3 年 10 月 8 日、第 29 回飛行機シンポジウムにて講演。
平成 6 年 5 月 27 日原稿受理

*2 日本大学大学院 (現在: 航空宇宙技術研究所新型航空機部)

*3 日本大学大学院 (現在: (株) 日立製作所中央研究所)

*4 日本大学理工学部航空宇宙工学科

ンを例にとり、AOTVの空力特性に対する空気の粘性と機体に対する熱拘束を同時に考慮して、燃料最小軌道および制御量に対する空気の粘性の影響について検討する。また、(2)について、大気圏内で推力を使用する場合としない場合との比較を行う。

2. 主な記号

C_D : 抗力係数
C_L : 揚力係数
C_q : 空力加熱率係数
C_{∞} : Chapman-Rubesin の速度係数
D : 抗力
g : 重力加速度
g_0 : 海面上重力加速度
h : 高度 (地表高度)
h_a : 大気圏高度
i : 軌道傾斜角
L : 揚力
(L/D) : 揚抗比
M_{∞} : 自由流マッハ数
m : 機体質量
(m/s) : 翼面荷重
$\dot{q}$: 空力加熱率
$\dot{q}_{\max}$: 最大空力加熱率
R_0 : 地球半径
Re_{∞} : 自由流レイノルズ数
r : 地心高度
S : 機体代表翼面積
T : 推力
$T_{\max}$: 最大推力
$T/(m_0 g_0)$: 推力重量比
t : 時間
t_f : 大気圏脱出時刻
U_e : エンジン有効排気速度
V : 慣性速度
V_R : 相対風速度
V_{∞} : 無次元粘性パラメータ
α : 迎角
$\alpha_{\max}$: 最大迎角
γ : 経路角
θ : 経度
μ : 地球重力定数
ρ : 地球大気密度
σ : バンク角
ϕ : 緯度
ψ : 方位角
ω : 地球自転角速度

Δi : インパルス推力による軌道傾斜角変更量
 Δt_a : 大気圏内飛行時間
 ΔV : インパルス推力による速度変更量

添字

1	初期軌道
11	初期軌道離脱インパルス直後
2	目標軌道
22	目標軌道投入インパルス直前
en	大気圏突入
ex	大気圏脱出
exa	大気圏脱出インパルス直後
R	相対風軸
*	ミッション開始前

3. AOTV のモデル

3.1 空力特性 本論では、軌道面変更を含むミッション用に提案されている有翼型 AOTV の中から、文献3)で用いられている機体を使用する。これは前述の T. A. Talay らの用いたものと同一であり、その空力特性には空気の粘性の影響が考慮されている。この AOTV の空力特性は Wilhite らの方法を用いて計算されたものである。同方法の精度については、空気の粘性を考慮したスペースシャトルの推定空力特性と STS-6 の実飛行データとの比較から 10% 程度の相対誤差であったことが報告されている³⁾ 第1図に本論で用いる AOTV の空力特性を示す。図中の無次元粘性パラメータ V_{∞} は、次の関係式で与えられる。

$$V_{\infty} = M_{\infty} (C_{\infty} / Re_{\infty})^{0.5} \quad (1)$$

ここで、 M_{∞} 、 C_{∞} 、 Re_{∞} は h 、 V_R の関数であり³⁾、 V_{∞} と h 、 V_R の関係は第2図のとおりである。ただし、この値が 0.007 以下では、空力特性に対する粘性の影響はないものとして同一の空力特性を用いる。また、地球大気モデルには、1976 U. S. Standard Atmosphere⁴⁾を用い、高度 90 km 以下を大気圏内とする。

3.2 空力加熱の拘束 大気圏内を極超音速で飛行

第1図 AOTV の空力特性³⁾

 第2図 V_∞ と h , V_R との関係

第3図 座 標 系

する AOTV には、空力加熱に対する耐熱システムが必要となる。そして、AOTV はこのシステムの耐熱限界を越えることなく飛行しなければならない。本論では、このシステムの耐熱限界を空力加熱率⁵⁾の上限値($\dot{q}_{\max}$)で与えることにする。空力加熱率は、文献 5) より

$$\dot{q} = C_q \rho^{0.5} V_R^{3.15} \quad (2)$$

のように大気密度と相対速度の関数として与えられる。ここで、 C_q は耐熱システム等の固有の特性で決定されるが、本論では一般性をもたせるため (2) 式を $(\dot{q}/C_q) = \rho^{0.5} V_R^{3.15}$ (3)

と書き換え、これを新たに空力加熱をあらわす式として扱う。一方、その上限値 $(\dot{q}_{\max}/C_q)$ は、文献 6) 等を参考に次のように定めた。

$$(\dot{q}_{\max}/C_q) = 3 \times 10^{10} \geq \rho^{0.5} V_R^{3.15} \quad (4)$$

さらに、文献 5) をもとに、この値から $\dot{q}_{\max}$ を算出すると約 285 W/cm² となる。

3.3 AOTV の運動方程式 本論では、大気圏の内外をとともに含めた軌道最適化を取り扱うが、大気圏外では空気力の発生はなく、推力はインパルス近似とする。これによって、AOTV の運動方程式を大気圏外と大気圏内とに分けて記述できる。

3.3.1 大気圏内における AOTV の運動方程式 機体は質点として扱い、運動方程式の記述には、第 3 図に示す座標系を用いる。状態量を $r, \theta, \phi, V, \gamma, \psi, m$ 、制御量を σ, α, T として、地球の自転による自転相対風を考慮した AOTV の運動方程式は以下のようである。ただし、大気圏内で推力を使用しない場合は式(11)は不要で、 m は定数となる。

$$\dot{r} = V \sin \gamma \quad (5)$$

$$\dot{\theta} = V \sin \gamma \cos \phi \cos \psi / r \quad (6)$$

$$\dot{\phi} = V \cos \gamma \sin \psi / r \quad (7)$$

$$\dot{V} = F_T/m - (\mu/r^2) \sin \gamma \quad (8)$$

$$\dot{\gamma} = F_\gamma/(mV) + \{V/r - (\mu/r^2)/V\} \cos \gamma \quad (9)$$

$$\dot{\psi} = F_\psi/(mV \cos \gamma) - (V/r) \cos \gamma \cos \psi \tan \phi \quad (10)$$

$$\dot{m} = -T/U_0 \quad (11)$$

ここで、 F_V, F_γ, F_ψ は空気力 (L, D) と推力 (T) からなる外力ベクトル F の各成分で、

$$\begin{bmatrix} F_V \\ F_\gamma \\ F_\psi \end{bmatrix} = T \cdot \begin{bmatrix} -D + T \cos \alpha \\ (L + T \sin \alpha) \sin \sigma \\ (L + T \sin \alpha) \cos \sigma \end{bmatrix} \quad (12)$$

として求められる。ここで、座標変換行列 T は

$$T = \begin{bmatrix} (V - \omega r \cos \gamma \cos \psi \cos \phi)/V_R, \\ \omega r \sin \psi \cos \phi / V_R, \\ \omega r \cos \psi \cos \phi \sin \gamma / V_R, \\ -\omega r \cos \gamma \sin \psi \cos \phi / (V_R \cos \gamma_R), \\ (V \cos \gamma - \omega r \cos \psi \cos \phi) / (V_R \cos \gamma_R), \\ \omega r \sin \gamma \sin \psi \cos \phi / (V_R \cos \gamma_R), \\ (V_R^2 - V^2 + V \omega r \cos \gamma \cos \psi \cos \phi) \sin \gamma / (V_R^2 \cos \gamma_R), \\ -V \omega r \sin \psi \cos \phi \sin \gamma / (V_R^2 \cos \gamma_R), \\ \{V^2 \cos \gamma - V \omega r \cos \psi \cos \phi (1 + \cos^2 \gamma) + \omega^2 r^2 \cos^2 \psi \cos \gamma\} / (V_R^2 \cos \gamma_R) \end{bmatrix} \quad (13)$$

である。また、自転相対風を考慮した空気力は

$$D = \rho V_R^2 C_D S / 2 \quad (14)$$

$$L = \rho V_R^2 C_L S / 2 \quad (15)$$

で表され、ここで相対風速度 V_R は

$$V_R = (V^2 - 2V \omega r \cos \gamma \cos \psi \cos \phi + \omega^2 r^2 \cos^2 \psi)^{0.5} \quad (16)$$

である。制御量 α, T には、空力特性及び推進系の特性を考慮して次のような拘束を設ける。

$$0 \leq \alpha \leq \alpha_{\max} \quad (17)$$

$$0 \leq T / (m_0 g_0) \leq 1 \quad (18)$$

数値計算に用いる機体諸元及び推進系の特性を第 1 表に示す。

第1表 機体諸元及び推進系特性

翼面荷重 m^*/S [kg/m ²]	378
迎角 α [deg]	0~40
推力重量比 $T/(m_0 g_0)$ [-]	0~1
エンジン有効排気速度 U_e [m/s]	4471.8

3.3.2 大気圏外におけるAOTVの運動方程式

本論で取り扱うミッションにおいては、AOTVの大気圏外における運動は2つのフェーズから成る。それらは、初期周回軌道(LEOもしくはGEO)から大気圏突入までの大気圏突入フェーズと、大気圏脱出から目標軌道投入までの目標軌道投入フェーズである。

ここで、大気圏外での燃料最小軌道は、多くの場合ホーマン軌道となることが知られているので本論でもこれに従い、推力はインパルス近似とする。また、このインパルス推力を使用しての増減速、及び軌道面変更は、大気圏突入フェーズでは初期軌道離脱時に、目標軌道投入フェーズでは大気圏脱出時(ただし、大気圏内で推力を使用するとした場合では大気圏脱出時には推力を使用しない)及び目標軌道投入時に、それぞれ行われる。

インパルス推力による増減速と軌道傾斜角変更量との関係は以下ようになる。

初期軌道離脱時

$$\Delta V_1 = (V_1^2 + V_{11}^2 - 2 V_1 V_{11} \cos \Delta i_1)^{0.5} \quad (19)$$

大気圏脱出時

$$\Delta V_{ex} = (V_{ex}^2 + V_{exa}^2 - 2 V_{ex} V_{exa} \cos \Delta i_{ex})^{0.5} \quad (20)$$

目標軌道投入時

$$\Delta V_2 = (V_2^2 + V_{22}^2 - 2 V_2 V_{22} \cos \Delta i_2)^{0.5} \quad (21)$$

ここで、 V_1 、 V_2 はそれぞれ初期軌道及び目標軌道における周回速度である。加えて、遷移軌道上では重力以外の外力の影響は受けないとしているので、AOTVの運動はエネルギー保存則、及び、角運動量保存則で支配され、

大気圏突入フェーズでは

$$(V_{11}^2/2 - \mu/r_1) - (V_{en}^2/2 - \mu/r_{en}) = 0 \quad (22)$$

$$r_1 V_{11} - r_{en} V_{en} \cos \gamma_{en} = 0 \quad (23)$$

目標軌道投入フェーズでは

$$(V_{exa}^2/2 - \mu/r_{ex}) - (V_{22}^2/2 - \mu/r_2) = 0 \quad (24)$$

$$r_{ex} V_{exa} \cos \gamma_{ex} - r_2 V_{22} = 0 \quad (25)$$

が成り立つ。

4. 最適化問題の記述

4.1 ミッション 本論では、前述したように以下の2つのミッションを例として扱う。

- 1) GEO (高度 35,800 km, 軌道傾斜角 0 deg) → LEO (高度 500 km, 軌道傾斜角 28.5 deg)

- 2) LEO (高度 500 km, 軌道傾斜角 0 deg) →

LEO (高度 500 km, 軌道傾斜角 28.5 deg)

なお、2)のミッションについては大気圏内で推力を使用する場合と使用しない場合の2通りを考える。

4.2 評価関数 AOTVの運用時の目的に即して燃料消費量を評価関数とする。大気圏内で推力を使用しないとした場合は、各インパルス推力による増減速量の総和を最小化することが燃料消費量を最小化することと等価である。また、大気圏内で推力を使用するとした場合は、目標軌道投入時におけるインパルス使用後の機体の質量を最大にすることが燃料消費量を最小にすることと等価である。したがって、評価関数は以下ようになる。

大気圏外のみで推力を使用するとした場合

$$\text{Min } J = \text{Min}(\Delta V_1 + \Delta V_{ex} + \Delta V_2) \quad (26)$$

大気圏内外で推力を使用するとした場合

$$\begin{aligned} \text{Min } J &= \text{Min}(-m_2) \\ &= \text{Min}\{-m_{22} \exp(-\Delta V_2/U_e)\} \\ &= \text{Min}\{-m_{ex} \exp(-\Delta V_2/U_e)\} \end{aligned} \quad (27)$$

4.3 拘束条件 ここでは、以下の拘束条件を考慮している。

・微分方程式拘束条件

式(5)~式(11)の運動方程式がこれにあたる。

・状態量拘束条件

式(4)の熱拘束が状態量不等式拘束条件である。この拘束条件は、このままでは制御量が陽に現れないので新たな状態量 x_q 、制御量 u_q を導入し、以下のような微分方程式拘束条件、初期条件及び終端条件に書き換えて扱う⁷⁾。

$$\dot{x}_q = \{(\dot{q}_{\max}/C_q) - \rho^{0.5} V_R^{3.15} + u_q^2\}^2 \quad (28)$$

$$x_q(0) = 0, x_q(t_f) = 0 \quad (29)$$

・制御量拘束条件

迎角及び推力についての式(17)、式(18)が制御量不等式拘束条件である。本論で用いる最適化アルゴリズムでは、不等式のままの制御量拘束条件は扱えないので、 α 、 T にかわる新たな制御量 u_α 、 u_T を導入し、これを以下のように制御量等式拘束条件に書き換え、運動方程式の α 、 T に直接代入する。

$$\alpha = \alpha_{\max}\{(\sin u_\alpha + 1)/2\} \quad (30)$$

$$T = T_{\max}\{(\sin u_T + 1)/2\} \quad (31)$$

4.4 初期・終端条件 初期条件および終端条件は、ミッション、大気圏外での運動方程式及び式(29)から以下のように決定される。

初期条件は、大気圏外の運動方程式(22)・(23)、軌道傾斜角と緯度・方位角との関係式、大気圏へ突入するための経路角・高度の条件、熱拘束に関する式(29)、および初期軌道離脱時のインパルスと大気圏突入時の

質量との関係式に関してそれぞれ

$$\{(r_{en} V_{en} \cos \gamma_{en}/r_1)^2/2 - \mu/r_1\} - (V_{en}^2/2 - \mu/r_{en}) = 0 \quad (32)$$

$$\cos \Delta i_1 - \cos \phi_{en} \cos \psi_{en} = 0 \quad (33)$$

$$\gamma_{en} + d_{en}^2 = 0 \quad (34)$$

$$r_{en} - (R_0 + h_a) = 0 \quad (35)$$

$$x_q(0) = 0 \quad (36)$$

$$m_1 \exp(-\Delta V_1/U_e) - m_{en} = 0 \quad (37)$$

のようになる。ただし、大気圏内で推力を使用しない場合は式(37)は不要である。

終端条件は大気圏外での運動方程式、式(24)・(25)、軌道傾斜角と緯度・方位角との関係式、大気圏を脱出するための経路角・高度の条件、および熱拘束に関する式(29)に関してそれぞれ

$$(V_{ex}^2/2 - \mu/r_{ex}) - \{(r_{ex} V_{ex} \cos \gamma_{ex}/r_2)^2/2 - \mu/r_{ex}\} = 0 \quad (38)$$

$$\cos \phi_{ex} \cos \psi_{ex} - \cos(i_t - \Delta i_2 - \Delta i_{ex}) = 0 \quad (39)$$

$$\gamma_{ex} - d_{ex}^2 = 0 \quad (40)$$

$$r_{ex} - (R_0 + h_a) = 0 \quad (41)$$

$$x_q(t_f) = 0 \quad (42)$$

のようになる。ここで、

$$r_1 = R_0 + 500[\text{km}] \quad \text{もしくは} \quad R_0 + 35,800[\text{km}]$$

$$r_2 = R_0 + 500[\text{km}]$$

$$h_a = 90[\text{km}]$$

$$i_t = 28.5[\text{deg}]$$

$$d_{en}, d_{ex} : \text{ダミーパラメータ}$$

である。また、式(32)～(42)における決定変数は初期、終端状態量(添字 en, ex) および未知パラメータ($\Delta i_1, \Delta i_2, d_{en}, d_{ex}, V_{ex}$)である。

4.5 最適化手法 本論の最適解の探索には SCGRA⁸⁾法を使用した。

一般に最適化問題では、決定変数や拘束条件のスケールリングを行うことによって最適解への収束性の向上が図られることが知られている。本論でも、個々の状態量を x_i 、制御量を u_j 、拘束条件を $c_k = 0$ としたとき、計算アルゴリズム内ではそれぞれを (x_i/X_i) 、 (u_j/U_j) 、 $(c_k/C_k) = 0$ として扱う。ここで、 X_i, U_j, C_k はスケールリングのための定数で、繰り返し計算の途中でこれらを調整することで収束性の向上を図っている。また、以後に示す計算例での繰り返し計算回数は、少ないもので約 20 回、最も多いもので約 200 回である。

5. 最適化計算結果

前述したように次の 2 ミッション、3 パターン

1. GEO → LEO (大気圏外のみ推力使用)
2. LEO → LEO (大気圏外のみ推力使用)

第 2 表 数値計算例の分類

	1:GEO-LEO	2:LEO-LEO	3:LEO-LEO
大気圏内推力	無	無	無
I : 粘性あり	①	③	⑤
II : 粘性なし	②	④	⑥
III : 誘導・制御への影響	⑦	⑧	⑨

第 4 図 AOTV の飛行軌跡

3. LEO → LEO (大気圏内外で推力使用)

の各々に対して、以下の 3 つの場合についての最適化計算を行った。

- I. 空力特性に粘性の影響を考慮した AOTV の最適軌道、制御量 (第 2 表①, ③, ⑤)
- II. 空力特性に粘性の影響を考慮しない AOTV の最適軌道、制御量 (第 2 表②, ④, ⑥)
- III. 誘導の際に、軌道修正のための制御量の計算に、粘性を考慮した空力特性を用いるべきか否かを検討するために、II で得られた制御量をフィードフォワードに使う、粘性を考慮に入れた空力特性をもつ AOTV を飛行させた場合の軌道 (第 2 表⑦, ⑧, ⑨)

5.1 各ミッションの飛行軌跡 求められた①, ③, ⑤の場合の大気圏内における飛行軌跡を $h-V_R$ 面上に示したのが第 4 図である。これら結果は、本論と同じような熱拘束を課している文献⁵⁾, ⁶⁾における飛行領域とほぼ一致する。①の GEO-LEO ミッションにおける飛行軌跡が、空力特性に粘性の影響が現れる領域 (第 4 図 $V_\infty = 0.007[-]$ 線より上の領域) で、空力加熱率の上限によって大きく制限をうけているのがわかる。一方、③, ⑤の LEO-LEO ミッションでは空力加熱率の上限に達する区間はわずかである。

5.2 GEO-LEO ミッションに対する空気の粘性の影響 大気圏外のみで推力を使用する①, ②の比較計算結果を第 3 表に示す。これより、終端質量

第3表 ①・②の計算結果

	ΔV_1 [m/s]	ΔV_{ex} [m/s]	ΔV_2 [m/s]	ΔV [m/s]	m_2/m_0 [%]	Δi_1 [deg]	Δi_{ex} [deg]	Δi_2 [deg]	Δt_a [s]
①	1507.6	23.5	141.6	1672.7	68.8	5.79	0.02	0.39	583.5
②	1507.5	0.1	139.7	1647.3	69.2	5.77	0.00	0.38	591.8
OTV	1767.7	—	2396.7	4164.5	39.4	26.24	—	2.26	—

第5図 大気圏内における各量の時間履歴

第4表 各量の無次元時間*履歴における最大誤差(①-②)
(*実時間 t を Δt_a で無次元化した時間)

フェーズ	Δh [km]	ΔV [m/s]	Δi [deg]	$\Delta \sigma$ [deg]	$\Delta \alpha$ [deg]
突入	-0.26	-16.9	+0.03	+4.12	+1.79
拘束	-0.23	-32.1	-0.14	-1.78	-1.15
脱出	-1.21	-24.7	-0.20	-8.32	-1.45

(m_2/m^*), 大気圏内飛行時間 (Δt_a), 大気圏外の速度増減 (ΔV), 軌道傾斜角変更量 ($\Delta i_1, \Delta i_{ex}, \Delta i_2$) に対する粘性の影響はほとんどないことがわかる。

大気圏内飛行における各量の時間履歴 (第5図) に対する空気粘性の影響、及びその粘性の有無による最大誤差 (第4表) については次のようである。高度、速度、軌道傾斜角の差は、全区間でほとんどあられない。制御量のバンク角には差があらわれ、空力加熱上限値に達するまでの突入フェーズで最大約 4 deg、空力加熱の上限値以下で、大気圏脱出までの脱出フェーズで最大約 8 deg である。空力加熱一定で飛行する拘束フェーズでのバンク角、全区間の迎角には若干の差があらわれている。

以上のことから、このミッションでは、最適軌道には粘性の影響はほとんどあられないが、粘性の有無による空力特性に差があるので、ほぼ同一の軌道を飛行するにしても制御量には違いが生じるものと考えられる。

一方、誘導制御に対する空気粘性の影響は⑦と②の比較により、次のような結果を得た。⑦は②に比べて降下率が増加し熱拘束を満たさなくなり、高度 40 km 以下への降下にもともなう大気密度の指数的な増加の影響を受け、②の軌道とは大幅に異なったものとなる。このことから、②を基準軌道として誘導を考える場合には大幅な軌道修正を逐次行っていく必要があると考えられる。したがって、あらかじめ粘性の影響を考慮した空力特性を用いて求めた①の軌道を基準軌道として誘導を計画することで、ここで述べた燃料消費量最小の最適軌道に近い軌道の実現が期待される。

5.3 LEO-LEO ミッションに対する空気粘性の影響—大気圏外のみで推力を使用する③、④の比較 計算結果を第5表に示す。粘性の影響を考慮した空力特性の③では④に比べて終端質量は 0.2% 減で、その差はないものの、大気圏内飛行時間は約 30 s、経路長にして約 250 km 短くなっている。 $\Delta V, \Delta i$ については最大でも数%の差なので、大気圏外飛行はほぼ同じ軌道であると考えられる。

大気圏内飛行における各量の時間履歴 (第6図) に対する空気粘性の影響及び、その粘性の有無による最大誤差 (第6表) については次のようである。大気圏突入から最低高度までの突入フェーズでは、粘性を考慮した③の方が大気圏突入から約 200 s 間にわたっ

第5表 ③・④の計算結果

	ΔV_1 [m/s]	ΔV_{ex} [m/s]	ΔV_2 [m/s]	ΔV [m/s]	m_2/m_0 [%]	Δi_1 [deg]	Δi_{ex} [deg]	Δi_2 [deg]	Δt_0 [s]
③	145.8	1846.0	133.3	2125.1	62.2	0.51	7.49	0.47	484.9
④	140.9	1837.4	133.5	2111.8	62.4	0.47	7.38	0.47	516.8
OTV	1889.5	—	1889.5	3778.9	43.0	14.25	—	14.25	—

第6図 大気圏内における各量の時間履歴

第6表 各量の無次元時間履歴における最大誤差(③-④)

フェーズ	Δh [km]	ΔV [m/s]	Δi [deg]	$\Delta \sigma$ [deg]	$\Delta \alpha$ [deg]
突入	-2.16	-116.5	+1.43	-9.04	-1.71
脱出	+2.18	-118.3	+1.43	-6.03	-2.13

第7表 ⑧の計算結果

	r_{ex} [km]	V_{ex} [m/s]	i_{ex} [deg]	$\dot{q}_{max}/C_q \times 10^{10}$
④	90.0	6383.0	20.7	3.06
⑧	89.6	6305.4	21.6	3.12
相対誤差[%]	-0.4	-1.2	+4.3	+2.0

て降下率 ($-dh/dt$) が約 20 m/s 上回っている。このため、最低高度が同じであるにもかかわらず、飛行時間が 30 s 短い。また、バンク角は③の方が 4~9 deg 少なくなっている。最低高度から大気圏脱出までの脱出フェーズでは、各量とも飛行時間で約 30 s 平行移動させると互いに一致することから、実際は、時間のずれ以外は第6表に示されるほど量そのものの絶対的の大きさには差はない。空力加熱の上限に達するのは、③、④とも最低高度付近(約 53 km)を飛行する 30 s 間程度である。

以上のことから、このミッションでは最適軌道、制御量に粘性の影響があらわれるのは主に大気圏突入直後だけとなる。この原因は次のように考えられる。LEO-LEO ミッションでは $(L/D)_{max}$ で飛行することが知られているが、③では、粘性の影響でこの $(L/D)_{max}$ が低下するため降下率が増加する。この状態で、軌道面変更や空力加熱上限を避ける飛行が要求されるため、制御量にも③と④で差が生じる。

誘導制御への影響に関しては、第7表より⑧は④に

第8表 ⑤・⑥の計算結果

	ΔV_1 [m/s]	ΔV_2 [m/s]	m_2/m_0 [%]	Δi_1 [deg]	Δi_2 [deg]	Δt_0 [s]
⑤	201.1	173.4	61.2	0.98	0.96	536.3
⑥	199.0	171.6	61.6	0.97	0.94	533.9

比べて、大気圏脱出時における諸量に数%の相対誤差はみられるものの、実際には何らかの軌道修正が行われることを考慮すると、大気圏脱出時におけるこの程度の誤差は問題にはならないと考えられる。ただし、粘性の影響による脱出速度の低下は、燃料消費量の増加をもたらす。

5.4 LEO-LEO ミッションに対する空気の粘性の影響—大気圏内外で推力を使用する⑤、⑥の比較計算結果を第8表に示す。これより終端質量、大気圏内飛行時間に対する空気の粘性の影響はないことがわかる。 ΔV_1 , ΔV_2 , Δi_1 , Δi_2 も 2% 以下の差なので、大気圏外飛行への影響も少ないといえる。

大気圏内飛行における各量の時間履歴(第7図)に

第7図 ⑤、⑥の大気圏内における各量の時間履歴

第9表 各量の無次元時間履歴における最大誤差(⑤-⑥)

フェーズ	Δh [km]	ΔV [m/s]	Δi [deg]	$\Delta \sigma$ [deg]	$\Delta \alpha$ [deg]	$\Delta T/(mg_0)$ [-]
突入	-0.60	-41.8	+0.75	-1.08	+0.43	+0.047
脱出	+1.00	-41.8	+0.85	-5.21	-1.15	+0.049

第10表 ⑨の計算結果

	r_{ex} [km]	V_{ex} [m/s]	i_{ex} [deg]	$\dot{q}_{\max}/C_q \times 10^{10}$
⑥	90.0	7974.4	27.7	3.04
⑨	88.3	7941.9	27.8	3.04
相対誤差 [%]	-1.9	-0.4	+0.4	0

対する空気の影響、及びその粘性の有無による最大誤差(第9表)については次のようである。まず、突入フェーズでは、各量に粘性の影響による差は現れない。脱出フェーズでは、高度、速度、軌道傾斜角には影響は現れないものの、バンク角に最大5.2 degの差がある。熱拘束については、先の③、④同様、その上限値に達するのは最低高度(約55 km)を飛行する30 s間程度である。

以上のことから、このミッションでは空気の影響が現れるのは、主に大気圏内脱出フェーズの制御量に対してだけであり、状態量には差がみられない。この理由は次のように考えられる。推力の使用は抗力の発生が少ない高高度(80~90 km)ほど有効であり、一方、その高度では粘性の影響で空力特性は劣化する

ことから、この劣化した空力特性を推力ベクトルの制御で補うため制御量に差が生じるものと考えられる。

誘導制御への影響に関しては、第10表より⑨は⑥に比べて、大気圏脱出時における諸量の誤差は、高度の-1.9%(-1.7 km)以外は、④と⑧の場合ほどの違いはないので、⑥を基準軌道とする誘導に対する空気の粘性の影響による軌道修正はわずかであることが予想される。

6. まとめ

本論では、GEO-LEO 軌道面変更ミッション、及び、LEO-LEO 軌道面変更ミッションを例にとり、AOTV の空力特性に対する空気の粘性と機体に対する熱拘束を考慮して燃料最小軌道および制御量を求め、これらへの空気の粘性の影響について検討した。その結果、燃料消費量への空気の粘性の影響は両ミッションともほとんどないが、最適軌道、制御量への影響はミッションによって異なることが明らかになった。GEO-LEO ミッションでは、熱拘束によって軌道が大きく制限を受けるため、軌道に対する影響はな

いが、制御量には影響が現れる。この結果は、本論と同一の空力特性の機体に対して熱拘束を考慮せずに燃料最小軌道を求めた T. A. Talay らの結果とは異なったものとなっている。LEO-LEO ミッションでは、大気圏内で推力を使用しない場合は、 $(L/D)_{\max}$ 飛行となることと、空力加熱の上限値に達するのを避けることから、大気圏突入直後の軌道、制御量に空気の粘性の影響が現われ、飛行時間にもその影響が現れる。一方、大気圏内で推力を使用する場合は、大気圏脱出直前において粘性の影響で劣化する AOTV の空力特性を補うために、推力の一部を使用することから制御量に粘性の影響が現れる。

誘導に関しては、GEO-LEO ミッションでは、AOTV の空力特性に対する空気の粘性を考慮せずに求めた最適軌道を基準軌道とすると、その軌道を飛行するための修正制御量が大きくなることが予想される。そのため GEO-LEO ミッションでは、空力特性に粘性の影響を考慮して最適軌道を決定する必要がある。LEO-LEO ミッションでは、多少の燃料消費量の増加を許すのであれば、最適軌道の決定に空力特性に対する空気の粘性の考慮の必要性はないといえる。

参考文献

- 1) London, H. S.: Change of Satellite Orbit Plane by Aerodynamic Maneuvering, IAS 29th Annual Meeting, New York, January 23-25, 1961, pp. 323-332.
- 2) Talay, T. A., White, N. H. and Naftel, J. C.: Impact of Atmospheric Uncertainties and Viscous Interaction Effects on the Performance of Aeroassisted Orbital Transfer Vehicles, AIAA 84-0408.
- 3) Wilhite, A. W., Arrington, J. P. and McCandless, R. S.: Performance Aerodynamics of Aeroassisted Orbital Transfer Vehicles, AIAA 84-0406.
- 4) NOAA, NASA and USAF: U. S. Standard Atmosphere, 1976.
- 5) Lee, J. Y. and Hull, D. G.: Maximum Orbit Plane Change with Heat-Transfer-Rate Considerations, J. Guidance, Control and Dynamics, 13, 3 (1990), pp. 492-497.
- 6) Wurster, K. E. and Eldred, C. H.: Technology and Operational Considerations for Low-Heat-Rate Entry Trajectories, AIAA 79-0890.
- 7) 鈴木広一, 草木 務, 柚原直弘: 空気の粘性を考慮した空力利用型軌道間輸送機(AOTV)の最適軌道について, 日本航空宇宙学会第29回飛行機シンポジウム講演集, 1991, pp. 310-313.
- 8) Wu, A. K. and Miele, A.: Sequential Conjugate Gradient-Restoration Algorithm for Optimal Control Problems with Non-Differential Constraints and General Boundary Conditions, Part 1, Optimal Control Applications & Methods, 1 (1980), pp. 69-88.