円筒殻のはり様曲げによる座屈 (第1報)*¹

実 験

Buckling of Circular Cylindrical Shells under Beam-Like Bending (1st Report)

Experiment

大 塚 裕 光*²・古 賀 達 蔵*³

Hiromitsu OTSUKA and Tatsuzo KOGA

Key Words: Structural Analysis, Buckling, Circular Cylindrical Shell, Beam-Like Bending

Abstract

This paper presents results of an experimental study on the buckling of circular cylindrical shells under pure bending. In the experiment, emphasis was placed on the effect of the length of the cylinder. A high precision loading device was developed, by which the torque can be applied equally on both ends of the cylinder. Test specimens made from polyester films have a length-to-diameter ratio ranging from 1 to 20 and a diameter-to-thickness ratio of 156, 200, 234, or 300. Large deformation accompanied by the flattening of the cross section was observed before buckling in long cylinders. For those having the length-to-diameter ratio greater than 15, the buckling torque was about 60% of the classical value calculated on the basis of the classical buckling stress under axial compression. The pre-buckling deformation was hardly observed in short cylinders. For those having the length-to-diameter ratio from 1 to 3, the buckling torque approached the classical value.

1. 緒 言

薄肉円筒は軽量化に有効な構造形態として宇宙航空はじめ多くの分野で用いられており、その座屈挙動に関して古くから様々な研究がなされてきた¹⁾。特に軸圧縮および外圧による座屈については、詳細な理論および数値解析がなされ、実験データも豊富である。これに比較して両端に曲げモーメントを負荷された円筒殻のはり様曲げにより座屈については、報告が少なく、特に実験データが不足している。

Brazier²⁾が示したとおり、無限に長い円筒殻の両端に曲げモーメントを負荷すると、全体的なはり様曲

げ変形の進行とともに、断面の偏平化が起こる。断面の偏平化が進行すると、はりの曲げ剛性が徐々に低下するため、終局的には耐荷能力を失って屈服する。実際の構造物では、円筒殻は両端部で支持されるため、断面の変形が拘束され断面の偏平化は起こりにくくなる。したがって、円筒の長さにより端部の影響が異なり、曲げによる変形およびそれに続く座屈挙動がそれぞれ異なると考えられる。すなわち、第1図のように、短い円筒殻では断面偏平化は起こらず、座屈波形が圧縮側の全長にわたる広い範囲で現れる軸圧縮座屈に似た挙動を示し、長い円筒殻では断面偏平化により中央部圧縮側の狭い範囲で集中してくぼみ、座屈または屈服するものと考えられる。以上のように、円筒殻のはり様曲げにおいては円筒殻の長さにより座屈挙動がどのように変化するかを明らかにすることは重要な課題である。すなわち、はり様曲げによる座屈を論ずる上では、直径 D と肉厚 t の比 D/t に加えて円筒の長さ L と直径 D の比 L/D が重要なパラメータとなる。

薄肉円筒殻試験体を用いた曲げ試験でその曲げ座屈挙動を調べた例は、Suer³⁾らによる $L/D=1.23$, $D/t=2000$, 5400 の円筒の曲げ試験, Donnell⁴⁾らによる $L/D=3$, $D/t=340\sim 2800$ の円筒の曲げ試験, Spence⁵⁾による異方性円筒の曲げ試験などがある。しかし、これらの実験においては L/D を変化させていない。Axelrad⁶⁾は L/D を変化させて実験を行っているが、データの量が十分多いとは言えない。このように、 L/D を小さな値から大きな値まで徐々に変化させてその曲げ変形と座屈を系統的に調べた例は報告されていない。

本研究は、座屈に及ぼす円筒殻の長さの影響を実験的に明らかにすることを主な目的とする。まず軸力の

*¹ 平成3年7月12日, 第33回構造強度に関する講演会で一部発表。平成6年11月18日原稿受理

*² 生命工学工業技術研究所

*³ 筑波大学構造工学系

(a) 短い円筒

(b) 長い円筒

第1図 曲げ荷を受ける薄肉円筒の変形

発生を抑え純曲げ状態を実現できるような高精度の曲げモーメント負荷試験装置を製作した。次にこれを用いて、直径と肉厚の比および長さとの比を系統的に変化させた多数のポリエスチルフィルム製薄肉円筒殻試験体の曲げ試験を行い、円筒の座屈特性について実験的に検討した。

2. 実 験

2.1 実験装置 円筒殻の曲げ座屈強度は、曲げ圧縮側の最大応力に支配されると考えられる。このため、試験中に意図した曲げモーメント以外の軸力が負荷されないようにしなければならない。従来薄肉円筒殻の曲げ実験では両端に鉄製の棒を固定し、これに4点曲げ負荷を加える方法などがとられてきたが、このような負荷方法では同時に軸力が負荷される可能性が高い。しかし、軸力を排除する考慮はほとんどなされていない。実験によっては座屈モーメントが、短い円筒殻のほうが長いものよりもむしろ小さくなるような結果が得られているのは、そのためと考えられる⁶⁾。本研究では、軸力の影響を極力避け、純曲げ負荷を円筒殻試験体に加えるための試験装置を設計、製作した。

第2図は、曲げ試験装置の側面図、平面図および試験体支持部付近の詳細側面図である。試験体①は試験体取り付け金具②に取り付け、これを試験体支持部③に装着する。取り付け金具には試験体が軸方向に摺動できるように軸受けを内蔵し、試験体への軸力の負荷を排除するようになっている。試験体支持部は試験体の軸方向の任意の位置で固定可能であり、種々の長さの試験体に対応できる。また、試験体の中心線上で試験体の両端部を中心に水平面内で回転可能である。これに取り付けた糸④を直流モーター⑤を用いて容量100 N、直線性0.2%のロードセル⑦を介して一定速度で引張ることにより試験体に曲げモーメントを負荷

(a) 側面図

(b) 平面図

(c) 試験体支持部付近側面の詳細図

① Specimen	⑦ Load Cell
② Holder	⑧ Controller
③ Support	⑨ A/D Converter
④ Wire	⑩ Personal Computer
⑤ Motor	⑪ Photo-Deflect Meter
⑥ Adjust Screw	

第2図 曲げ試験装置

する。調節ネジ⑥により装置全体の傾きを調節して試験体支持部を水平に保つ。糸は軸受けを内蔵したプーリで支持する。試験体の両端に同一の荷重を配分するためロードセルの先端にもプーリを取り付けてある。

試験体の両端に加えられた曲げモーメントはロードセルの出力から算出する。負荷速度の調節は、制御装置⑧でモーターの回転速度を制御して行う。試験体の中央点、曲げの圧縮側および引張側に配置した光学変位計⑪ (計測範囲 ± 5 mm) で試験体の曲げ平面内半径

第3図 曲げ試験装置の写真

第4図 薄肉円筒殻両端の回転角

方向変位を計測する。第3図は曲げ試験装置の写真である。

第4図は本装置で $L/D=7$, $t=0.1$ mm および $L/D=2$, $t=0.128$ mm の円筒殻試験体の曲げ試験を行い、円筒殻両端の回転角を光学変位計で測定した結果を示す。左右の回転角 θ_1 と θ_2 は負荷した曲げモーメントの増加に対して絶対値がほぼ等しく変化しており、円筒の左右に均等な負荷が加えられていることを示している。

第5図は薄肉円筒殻に換えて直径 10 mm の黄銅棒材を取り付け金具に固定し、本装置を用いて曲げた際のひずみの計測値とロードセル出力の計測値から算出した曲げモーメントとの関係を示す。ひずみゲージ1は曲げ中央点の引張側、ひずみゲージ2は中央点でひずみゲージ1から周方向に 90° 離れた点に貼付した。同じ棒材に片持ち曲げ負荷をかけた場合、1.96 Nm

第5図 曲げモーメントの負荷状況

の曲げモーメント負荷に対するひずみゲージ1の計測値と本装置による計測値の差は約0.5%であった。このことは、糸を介してロードセルから加えられる負荷が、摩擦等の損失がほとんど無いままで試験体に伝達されていることを示している。またゲージ2のひずみは非常に小さく軸力はほとんど生じていないことがわかる。

以上の結果から本装置によれば計測値に等しい曲げ負荷のみを試験体の両端に負荷できることが確認できた。

2.2 試験体 試験体の材料として厚さが均一で弾性域が大きいポリエステルフィルムを採用した。フィルムは2軸延伸で作られたもので、厚さは0.128 mm および0.1 mm である。フィルムの物性は、引張試験で計測した。引張試験片は幅40 mm、長さ600 mm、標点間距離400 mm とし、両端をアルミニウム板で補強した。伸びは2カ所の標点の移動を2台の光学変位計(計測範囲 ± 5 mm)で計測しパーソナルコンピュータで算出した。フィルムの応力ひずみ関係は第6図のようになった。約40 MPa まで応力ひずみ関係が線形であることがわかる。応力ひずみ線図の直線部分から算出したヤング率は0.1 mm のフィルムで5.49 GPa、0.128 mm のフィルムでは、5.39 GPa である。またポアソン比は0.3とした。このフィルムを所定の寸法に切断し、外径30 mm または20 mm に精密に加工した芯金に巻き付け、約2 mm または1.5 mm の幅でエポキシ樹脂を用いて接着し、内径30 mm および20 mm の円筒状に成形し、薄肉円筒の試験体とした。試

験体の直径と肉厚の比 (D/t) は 300, 234, 200 および 156 の 4 種類であった。第 1 表に試験体寸法の種類を示す。実験に供した試験体数は、各寸法について長さを変化させたもの合計 4~31 本である。

2.3 実験 曲げ試験では第 2 図(c)のように試験体の両端が支持部③の回転中心上に位置するように支持部を固定した。円筒の中心線の曲率の増加率はほぼ毎分 $1 \times 10^{-4}/\text{mm}$ で一定になるように調整した。ロードセルおよび変位計の出力は、そのフルスケールに対し 0.1% の精度で 0.5 秒毎に記録した。

第 6 図 フィルムの応力-ひずみ線図 ($t=0.1 \text{ mm}$)

第 1 表 試験体の寸法

Diameter (mm)	Thickness (mm)	Diameter Thickness	Length Diameter
30	0.100	300	1~20
	0.128	234	1~19
20	0.100	200	3~20
	0.128	156	3~20

3. 薄肉円筒の曲げ座屈

3.1 座屈前の変形 第 7 図は、 $L/D=15$, $t=0.1 \text{ mm}$ の試験体の曲げ試験中の形状の変化を示した写真である。このように比較的長い円筒殻では曲げモーメントの増加にしたがい試験体の中央部で曲げの圧縮側と引張側が接近して断面が偏平化し、円筒全体の曲げ剛性が低下し最終的に座屈した。短い円筒殻では座屈前の変形はほとんど肉眼では観察できなかった。

第 8 図は、偏平化した断面を楕円形と仮定して、曲げ変形を模式的に表したものである。ここに、 δ_i と δ_o は、それぞれ中央点における圧縮側と引張側の半径方向変位である。また δ_c は次式で定義され、円筒中心線の曲げたわみ変位とみることができる。

$$\delta_c = \frac{\delta_i + \delta_o}{2} \quad (1)$$

第 9 図には $t=0.1 \text{ mm}$, $D=30 \text{ mm}$ の場合の曲げモーメントと、円筒殻上の引張側と圧縮側の 2 点に配置した変位計による計測値 δ_i , δ_o および式 (1) で計算した円筒中心線のたわみ δ_c との関係を示す。比較的短い円筒殻 ($L/D=1, 5$) では、曲げモーメントは変位に対して直線的に増加するが、長い円筒殻 ($L/D=10, 16$) では、変位が大きくなるにつれて曲げモーメントの増加率が低下するとともに 2 点の変位量の差 (断面の偏平化量) が増加した。第 10 図は δ_c を用いて算出した円筒中心軸の曲率と曲げモーメントの関係であり、負荷初期の曲率と曲げモーメントの比は L/D が 4 以上でほぼ一定になった。

3.2 曲げ座屈 長い円筒殻では、曲げモーメント負荷が増加するにしたがって、断面の偏平化が進行するとともに曲げ剛性が低下し、急激に中央部で座屈を起こして耐荷能力を失う。短い円筒殻では曲げ剛性は

第 7 図 曲げ試験中の写真

ほぼ一定のまま、急激に曲げ圧縮側の広い範囲にわたって座屈を起こして耐荷能力を失う。第11図に座屈後の波形の例を示す。このように急激に耐荷能力を失う座屈点の曲げモーメントを座屈モーメント M_e と定義する。第9図のモーメント-変位曲線の最大モーメントが M_e である。第9図から明らかなとおり、モーメント-変位曲線はいずれも極大点に達する前に不連続となっている。このことは、断面の偏平化が究極まで進行して Brazier 屈服に至ることはなく、その前に座屈が起こることを意味している。 D/t の異なる4種類の円筒殻の実験で得られた、長さ直径比 (L/D)

第8図 試験体の変形と変位 δ_i , δ_c , δ_0

第9図 試験体のたわみと曲げモーメントの関係

と座屈モーメントの関係は、第12図のようになった。同図では座屈モーメント M_e を同一の円筒殻の一樣軸圧縮時の座屈応力 σ_c が曲げ圧縮側の最大応力である曲げモーメント

$$M_c = \sigma_c \frac{\pi t D^2}{4} \quad (2)$$

で正規化した。ここで σ_c は円筒殻のヤング率を E 、ポアソン比を ν として、

$$\sigma_c = \frac{2Et}{\sqrt{3(1-\nu^2)}D} \quad (3)$$

である⁷⁾。

Donnell らによる曲げ試験と軸圧縮試験におけるそれぞれの座屈応力の測定値の比較によれば $M_e/M_c \leq 1.4$ ⁴⁾ となるが、本研究では Seide⁸⁾ による数値解析の結果と同じく $M_e/M_c \leq 1$ となった。各 D/t の試験体ともに L/D が3以下の範囲では M_e/M_c は1に近い値になったが、 L/D が大きくなるにつれて、座屈モーメントは暫減し、 L/D が15以上では、 M_e/M_c はほぼ0.6で一定となった。Brazier による円筒曲げの解析によると屈服モーメントは円筒殻の長さが無限である場合に相当し、

第10図 試験体の中心線曲率と曲げモーメントの関係

$L/D=2$ $L/D=15$

第11図 座屈後の形状

第12図 座屈モーメントと円筒の長さの関係

$$M_B = \pi E \frac{\sqrt{2}}{9} \frac{Dt^2}{(1-\nu^2)} \quad (4)$$

であるから²⁾,

$$\frac{M_B}{M_c} = 0.57 \quad (5)$$

となる。 D/L が15以上では M_b/M_c は M_B/M_c に近い値となっている。第12図は、 $L/D < 3$ で軸圧縮座屈に似た現象が生じ、 $L/D > 15$ で断面の偏平化が先行する曲げ座屈が生じ、その中間はこの2つの座屈様式の遷移領域であることを示している。

第13図は、座屈時の曲げたわみの直径に対する百分率を δ とし、

$$\delta = \frac{\delta_c}{D} \times 100(\%) \quad (6)$$

L/D に対する δ の実験値の分布を示す。 δ は L/D が3まではほとんど増加せず4以上では L/D が大きくなるにしたがって増加している。このことから $L/D = 3$ 以下では軸圧縮座屈の特徴が現れることがわかる。また D/t が大きいほどたわみは小さくなった。

4. 結 言

薄肉円筒殻に曲げモーメントのみを加えることが可能な試験装置を新たに製作し、長さ直径比 $L/D=1 \sim 20$ 、直径肉厚比 $D/t=156 \sim 300$ の円筒の曲げ試験を行い座屈モーメントと変形量を計測し、その長さの影響について実験的に調べた。その結果以下のことが明らかになった。

(1) 製作した曲げ試験装置は、軸力を生じずに薄肉円筒試験体の両端に等しい曲げモーメントを負荷することにより理想的な純曲げ状態を実現し、高精度の測定が可能である。

(2) 座屈波形については、円筒殻の長さによりそれぞれ異なる特徴が観察された。短い円筒殻では圧縮座屈と同様な座屈パターンが圧縮側に見られ、長い円筒殻では、円形断面が潰れるように座屈した。

(3) 座屈モーメントについては、短い円筒殻 ($L/D=1 \sim 3$) では、座屈前の変形は小さく、座屈モーメントは、古典軸圧縮座屈応力から算出したモーメント

第13図 座屈時のたわみ

に近い値が得られた。

(4) 中間的な長さの円筒殻 ($L/D=4\sim 14$) では、 L/D が増大するにしたがって、座屈モーメントは小さくなった。

(5) 長い円筒殻 ($L/D=15$ 以上) では、座屈モーメントはほぼ一定になり、Brazierの屈服座屈モーメントに近い値となった。

参考文献

- 1) 例えば, Kollar, L.: Buckling of Shells for Engineers, John Wiley & Sons, New York, 1984, p. 20.
- 2) Brazier, L. G.: Proc. of Royal Soc. of London (Ser. A), **116** (1927), pp. 104-114.
- 3) Suer, H. S., et al.: J. Aero. Sci., May (1958), pp. 281-287.
- 4) Donnell, L. H.: Trans. ASME, **56** (1943), pp. 795-806.
- 5) Tho, S. L. and Spence, J.: Stability Problems in Engineering Structures and Composites, Applied Science Publishers, London, 1978, pp. 57-73.
- 6) Axelrad, E.: Flexible Shells, Springer, Berlin, 1984.
- 7) Brush, D. and Almroth, B. O.: Buckling of Bars, Plates and Shells, McGraw-Hill, New York, 1975, pp. 167-170.
- 8) Seide, P. and Weingarten, V. I.: J. of Appl. Mech., March (1961), pp. 112-116.

1) 例えば, Kollar, L.: Buckling of Shells for Engineers,