ノズル内における高エンタルピー気流の電離特性に関する実験的考察^{*1}

Experimental Study of Ionization Characteristics of High Enthalpy Flow Inside Nozzle

石黒満津夫^{*2}・中村佳朗^{*3}

Mitsuo ISHIGURO and Yoshiaki NAKAMURA

Key Words: High Enthalpy Flow, Ionization, Nozzle Flow

Abstract

A study of ionization characteristics of high enthalpy nozzle flow has been carried out by using the arc-heated wind tunnel with conical nozzle, where argon gas is used for the simplicity of analyzing the phenomenon. In this experiment, the exit pressure is relatively low, so that the non-equilibrium flow can be realized. The electron temperature and electron number density are measured by Langmuir probes at three stations located on the nozzle surface for several stagnation temperatures. The test results are compared with the analysis using the frozen flow which is commonly treated in such a flow. As a result, the nonequilibrium flow with non-frozen flow characteristics were obtained near the nozzle surface. The experimental result of electron number density rapidly decreases toward the downstream unlike the analysis. On the other hand, the electron temperature showed good agreement with each other. Thus, the ionization characteristics were made clear near the nozzle surface.

1. 序 論

スペースシャトルやスペースプレーンといった再突入飛行体の開発においては、耐熱材性能や空力性能を計測する必要から高エンタルピー風洞の使用が不可欠であり、そのため高エンタルピー風洞の建設や利用技術の開発が近年盛んに行われている。その中で、気流の特性を左右する重要な要素となるノズルの性能については、これまで解離、電離といった実在気体効果が問題とならない程度の気流を扱ってきたため、完全気体で、かつ非粘性気体に境界層近似を組み合わせた手法で取り扱われてきた。ところが最近、実際の宇宙再突入物体の開発が現実的なものとなり、実在気体効果が避けられない技術課題となってきたため、使用する風洞についても実在気体効果が模擬できる高エンタル

ピー気流を扱う必要が生じてきた。それに伴って、ノズル性能についても実在気体効果の影響を考慮する必要があり、特にノズルを設計する上でノズル内流れの特性の解析は必要不可欠となってきた。

これまで、解離を伴う高エンタルピーノズルの特性については、ロケットノズルやアーク推進装置のノズルにおいてCFDによる解析などが行われてきた。一方、実験データについては、気流が高エンタルピーであるためにノズルを冷却する必要があることから計測が困難で、澱点やノズル出口下流の流れの計測についての報告が主で、ノズル内部の流れの計測結果は殆ど見られない。しかし、ノズルの性能を向上するためには、ノズル内部の気流特性、特にノズル表面での気流特性は非常に重要となり、ここでの非平衡気流特性を把握しておく必要がある。

本論文においては、以上の目的を達成させるために、物理現象として簡単な単原子分子のアルゴンを作動気体として使用した。アーク風洞の錐状ノズル表面の電離状態の計測を通じて、ノズル表面付近における電子の化学的、熱的非平衡状態がノズル内流れに与える影響について実験的な考察を行った。

記 号

- A: 断面積
- A*: スロート断面積
- a_0 : 電離していない澱み状態での音速
- e : 素電荷 ($=1.602 \times 10^{-19}$ C)
- k : ボルツマン定数 ($=1.381 \times 10^{-23}$ J/K)
- k_0 : アルゴンイオンと電子の再結合反応速度定数
- k_i : アルゴンの電離反応速度定数
- L : ノズルの長さ
- M_A : アルゴン原子の質量 ($=6.635 \times 10^{-26}$ kg)
- m_e : 電子の質量 ($=1.381 \times 10^{-31}$ kg)
- n : アルゴン原子核の数密度 ($=n_A + n_i$)
- n_A : アルゴン原子の数密度

*1 平成6年12月9日原稿受理

*2 名古屋大学工学研究科航空宇宙工学専攻

*3 名古屋大学大学院航空宇宙工学専攻教授

n_e : 電子の数密度
 $\dot{n}_e$: 電子の生成速度
 n_i : アルゴンイオンの数密度
 p : 全体の圧力
 p_e : 電子の分圧
 S : ラングミュアプローブの受感部面積
 T : 重い粒子の温度
 T_e : 電子温度
 T_{i0} : アルゴンの電離特性温度 ($=1.831 \times 10^5$ K)
 T_0 : 電離していない凝み状態での温度
 t : 時間
 u : 全体の速度
 x : 流れ方向の距離
 α : 電離度
 γ_0 : 電離していない状態での比熱比
 ε : 全体の内部エネルギー
 ε_e : 電子の内部エネルギー
 ν_{eA} : 電子-原子衝突周波数
 ν_{ei} : 電子-イオン衝突周波数
 ρ : 全体の密度
 ρ_e : 電子密度
 ρ_0 : 電離していないアルゴンの凝み状態での密度
 σ_{eA} : 電子-原子衝突断面積
 σ_{ei} : 電子-イオン衝突断面積

2. 実験装置及び実験概要

2.1 実験装置及び計測システム 実験に使用したアーク風洞及び計測装置の概要を第1図に示す¹⁾。実験装置は気体供給系、アーク加熱装置、膨張ノズル、真空タンク、計測系から成っており、作動気体は物理現象を簡単にするため、単原子分子であるアルゴンを使用した。アルゴンは流量計を介してアーク加熱装置

に供給され、最大供給量は4 g/sである。真空タンクは計測部とタンク部に分かれており、その間にあるバルブにより計測部の圧力を一定に保つことができる。

2.2 アーク加熱装置 実験に使用したアーク加熱装置の概略を第2図に示す。このアーク加熱装置は、アーク風洞の高エンタルピー気流を空力特性の計測に使用することを目的として製作されたものであり、0.1 torr 程度の低真空状態で運転するように設計されている。

本実験で採用したアーク加熱装置の方式は棒状の陰極の周りに陽極を配置して比較的低電圧で放電させるコンストリクター・タイプであり、陰極はトリウム入りタングステン、陽極は熱伝導性の良い銅を使用している。陽極と陰極の間の絶縁体にはジュラコンを、また放電部近くの高温になる部分には加工が容易なマコーセラミックを使用している。陰極は前後に移動可能であり、電極間隔を変更できる。今回の実験では、放電状態を一定に保つため、予備実験の結果から、高エンタルピーが得られ、電極の磨耗が少ない4.2 mmに固定した。放電部の下流には、50 mmの直線部と錐状ノズルが接続されており、電極、直線部、ノズル部は水冷されている。

アーク放電のための電源は、定電流型直流電源（日立製作所製 AD-GP 500）を使用し、最大投入電力は12 kWである。また、放電は高周波を使用して開始させた。

2.3 錐状ノズル 今回の実験で使用した錐状ノズルの概要を第3図に示す。ノズルは熱伝導性の良い銅製とし、水冷されている。ノズル形状は半頂角15°、入口径10 mm、出口径62 mmで、入口径をスロートと考えた場合、面積比から得られる出口マッハ数はアルゴン気体で8.1である。ノズル表面には3点の計測

第1図 アーク風洞概要図

第2図 アーク加熱装置概要図

第3図 錐状ノズル形状

第4図 ラングミュアプローブ概要図

第1表 プローブ位置

プローブ No.	1	2	3
スロートからの距離 x (mm)	29.35	37.91	44.64
面積比 A/A^*	6.619	9.191	11.507
マッハ数 M	4.28	4.87	5.32

孔が明けられており、その直径は約1mmで、この孔よりラングミュアプローブを挿入し、受感部をノズル表面に合わせて設置した。ノズルは水冷しているために、プローブが水に直接接しないように耐熱性の接着剤でプローブ表面を覆った。

2.4 計測装置 電子数密度及び電子温度は、直径3mmのタングステン棒にガラスの被服を施したラングミュアプローブを用いて計測した。第4図にプローブの概要を、第1表にプローブの設置位置を示す。受感部は、直径約3mmの円形の部分で、ノズル表面と同一面となるように設置する。第5図に計測回路図を示す。電源は定電流型の直流電源を使用し、負電圧から正電圧まで連続的に変化できる。計測はプローブ電圧と、直列に接続した既知の抵抗にかかる電圧を計測する。データはパーソナルコンピュータに取り込み、処理した。

2.5 実験概要 実験中は放電電流と供給するアルゴン気体の蒸点圧力を一定に保ち、プローブにかかる

第5図 ラングミュアプローブ計測回路図

電圧を連続的にスイープさせることによりプローブに流れる電流をデータとして取り込む。風洞は連続運転が可能であるが、電極の磨耗や装置の耐熱性、真空ポンプの能力を考慮して、8分と設定した。30秒に1回ずつ合計16回電圧をスイープさせて計測し、これらのデータを平均することによりデータの計測精度を上げている。放電電流、電極間距離及び放電する前の流量を固定することにより、放電電圧が一定となり、その結果投入電力、凝点温度等がほぼ一定の条件で実験できる。このようにして再現性の良い実験が可能とな

った。

凝点温度については、本実験装置が凝点状態を計測するためのチャンバを持たないことから、直接計測はできない。また、仮にチャンバで凝み状態を計測しても、スロートでの電離度、電子温度を計測しない限りノズル内非平衡流れの状態を特定できない。凝点温度は給気圧力を用いて、スロートでの境界層の影響を無視した、等エントロピー変化を仮定することによって次の関係式より簡易的に算出した。

$$T_0 = \left(\frac{A^* p_0}{\dot{m}} \right)^2 \frac{\gamma}{R(\gamma+1)}^{(\gamma+1)/(\gamma-1)} \quad (1)$$

これによる計測精度は、5～7%程度の誤差と考えられる。但し、凝点温度は今回の計測においては重要なパラメータではなく、参考値程度であり、データは放電電流に基づいて整理した。因みに放電電流の300 Aは凝点温度の約2300 Kに、200 Aは約1700 Kに対応する。

実験パラメータとして、給気圧力は255 torrで一定とし、放電電流は200 Aと300 Aの2種類とした。

3. 実験結果

実験から得られるラングミュアプローブにかかる典型的な電圧と電流との関係を第6図に示す。電子の速度にマクスウェル分布を仮定すると、電離したアルゴン気流の電位 V_s に対してプローブ電位 V_p が大きくなる領域（図中①）では、プローブ面に垂直方向の速度成分を持つ電子が全てプローブに流入し、次の式で表される一定の飽和電子電流 I_{es} が流れる。

$$I_{es} = S_{en} \left(\frac{kT_e}{2\pi m_e} \right)^{1/2} \quad (2)$$

一方、 V_p が V_s より小さくなる領域（図中②）では、プローブ電流 I_p と V_p は、次の関係を示す。^{*}

$$I_p = I_{es} \exp \left[-\frac{e(V_s - V_p)}{kT_e} \right] \quad (3)$$

この式から、 $\ln(I_p)$ と V_p のグラフは直線となり、その傾きから T_e が得られる。この T_e を用いて(2)式より電子数密度が計算される。実際には、イオン電

第6図 プローブ電流

流 I_i は理論のように一定値を示さないので、 I_p が電子電流 I_e と I_i の差であることを利用して、 I_i を外挿してその差をとりそれを I_p とする（第6図）。また実験では①の領域が明確に現れないため、 I_p の対数をとって、 $\ln(I_p)$ と V_p でプロットして得られた2直線の交点から I_{es} を決定した（第7図）。

第8、9図に、計測した結果から得られたノズル表面での電子温度分布と電子数密度分布をそれぞれ示

第7図 飽和電子電流

第8図 電子温度分布

第9図 電子数密度分布

第10図 電離度分布

す 但し、ここで横軸の値はスロート(直線部の終点)からの距離である。電子温度は物体表面付近においても非常に高く、数万 K にまで及んでいる。また、電子数密度については流れ方向に急激に低下する傾向が確認された。また、放電電流が上昇すると電子温度が高くなるものの、それによる電子数密度はさほど変化せず、放電によって与えられるエネルギーは電子の電離エネルギーよりも寧ろ電子の並進エネルギーに変換されるように思われる。第10図は計測した電子数密度をもとに、(1)式の温度計算と圧力計測から得られた凝み状態を、電離を無視して等エントロピー的に膨張させた場合のアルゴン粒子の密度から計算した電離度分布である。電離度は下流に向かって急激に減少する。このことから、ノズル表面付近では再結合が激しく、流れが凍結流になっていないことが本実験から明らかとなった。

4. 理論解析

本研究で行った実験結果を評価するため、準一次元流による理論解析を実施した。単原子分子の電離非平衡に関しては、これまで Bray ら^{2,3)} や Hoffert ら⁴⁾、松崎ら⁵⁾ によって研究されてきているが、ここでは Anderson^{6,7)} によって計算された反応を伴う時間依存型の準一次元流解析を電離の化学的、熱的非平衡気体に拡張して解析した。

4.1 基礎方程式 今回の解析では、アルゴンの電離として最も起こり易く、一般に近似としてよく使用されている、次の1価電離のみを考えることとする。

単原子分子についての電離気体の化学的、熱的非平衡準一次元流の基礎方程式は、全体の連続、運動量、エネルギーについて次の3式で与えられる⁸⁻¹³⁾。

$$A \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u A)}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} = - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (6)$$

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = - p \frac{\partial u}{\partial x} - p u \frac{\partial (\ln A)}{\partial x} \quad (7)$$

さらに電子のエネルギー及び電子の数密度について次の方程式が成り立つ。

$$\begin{aligned} \rho_e \frac{\partial \varepsilon_e}{\partial t} + \rho_e u \frac{\partial \varepsilon_e}{\partial x} \\ = - p_e \frac{\partial u}{\partial x} - p_e u \frac{\partial (\ln A)}{\partial x} \\ + 3 n_e \left(\frac{m_e}{M_A} \right) (\nu_{eA} + \nu_{ei}) k (T_e - T) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + u \frac{\partial n_e}{\partial x} = \dot{n}_e \quad (9)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \dot{n}_e &= k_i(T_e) n_A n_e - k_b(T_e) n_e^2 \\ k_i(T_e) &= \frac{4.8 \times 10^{-8}}{T_e^3 (5.556 \times 10^{-11})^{3/2}} \exp\left(-\frac{T_{i0}}{T_e}\right) \\ &\quad \times 10^{-9} \quad [\text{m}^3/\text{s}] \\ k_b(T_e) &= \frac{4.0 \times 10^{-9}}{T_e^{9/2}} \times 10^{-12} \quad [\text{m}^6/\text{s}] \end{aligned}$$

また、衝突周波数については、次の式により求める。

$$\nu_{eA} = n_A \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m_e}} \sigma_{eA}, \quad \nu_{ei} = n_e \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m_e}} \sigma_{ei} \quad (10)$$

ここで、 σ_{eA} 及び σ_{ei} は、

$$\begin{aligned} \sigma_{ei} &= \frac{2\pi e^4}{9(kT_e)^2} \ln\left(\frac{9(kT_e)^2}{4\pi e^6 n_e}\right) \quad [\text{m}^2] \\ \sigma_{eA} &= \begin{cases} (0.713 - 4.5 \times 10^{-4} T_e + 1.5 \times 10^{-7} T_e^2) \times 10^{-20} & \text{for } T_e < 3000 \text{ K} \\ (-0.488 + 3.96 \times 10^{-4} T_e) \times 10^{-20} & \text{for } T_e \geq 3000 \text{ K} \end{cases} \quad [\text{m}^2] \end{aligned}$$

となる。

4.2 無次元化 これらの基礎方程式に出てくる各量を以下の基準量を用いて無次元化する。

$$\begin{aligned} \rho' &= \rho/\rho_0, \quad \rho_e' = \rho_e/\rho_0, \quad u' = u/a_0, \quad T' = T/T_0, \\ T_e' &= T_e/T_0, \quad x' = x/L, \quad t' = t/(L/a_0), \\ A' &= A/A^*, \quad Z = \ln \rho', \quad Z_e = \ln \rho_e', \quad V = \ln u', \\ \phi &= \ln T', \quad \phi_e = \ln T_e', \quad \nu_{eA}' = \nu_{eA}/(a_0/L), \\ \nu_{ei}' &= \nu_{ei}/(a_0/L) \end{aligned}$$

また、全体及び電子の内部エネルギーである ε 及び ε_e は温度の関数であり、以下のように書ける。

$$\varepsilon = \frac{3}{2} n k T + \frac{3}{2} n_e k T_e + n_e k T_{i0}, \quad \varepsilon_e = \frac{3}{2} n_e k T_e \quad (11)$$

以上から、解くべき方程式は式(5)~(9)を使って、以下になる。

$$\frac{\partial Z}{\partial t'} = -u' \left(\frac{\partial(\ln A')}{\partial x'} + \frac{\partial V}{\partial x'} + \frac{\partial Z}{\partial x'} \right) \quad (12)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t'} = -\frac{T'}{\gamma_0 u'} \left(\frac{\partial Z}{\partial x'} + \frac{\partial \phi}{\partial x'} \right) - \alpha \frac{T_e'}{\gamma_0 u'} \left(\frac{\partial Z_e}{\partial x'} + \frac{\partial \phi_e}{\partial x'} \right) - u' \frac{\partial V}{\partial x'} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t'} = & -\alpha \frac{T_e'}{T'} \frac{\partial \phi_e}{\partial t'} - \frac{T_e' + 2/3 T_{i0}'}{T'} \frac{\partial \alpha}{\partial t'} \\ & - \frac{2}{3} \left(1 + \alpha \frac{T_e'}{T'} \right) u' \left(\frac{\partial V}{\partial x'} + \frac{\partial(\ln A')}{\partial x'} \right) \\ & - u' \frac{\partial \phi}{\partial x'} - \alpha u' \frac{T_e'}{T'} \frac{\partial \phi_e}{\partial x'} - \frac{T_e' + 2/3 T_{i0}'}{T'} \frac{\partial \alpha}{\partial x'} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_e}{\partial t'} = & -\frac{2}{3} u' \left(\frac{\partial(\ln A')}{\partial x'} + \frac{\partial V}{\partial x'} \right) - u' \frac{\partial \phi_e}{\partial x'} \\ & - 2 \frac{m_e}{M_A} (\nu_{eA'} + \nu_{eI'}) \left(\frac{T'}{T_e'} - 1 \right) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\frac{\partial Z_e}{\partial t'} = -u' \frac{\partial Z_e}{\partial x'} + n_e \frac{m_e}{\rho_e} \frac{L}{a_0} \quad (16)$$

ここで,

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t'} = \alpha \left(\frac{\partial Z_e}{\partial t'} - \frac{\partial Z}{\partial t'} \right) \quad (17)$$

である.

ノズルの形状については, Bray ら^{2,3)}の方法に従い, 次の式で定義した.

$$A' = A^* + K_N (x')^2 \quad (18)$$

ここで, K_N はノズルの半頂角 θ によって $K_N = \sqrt{\pi} \tan \theta$ で与えられる定数である.

4.3 数値解法 数値解法としては, 流れの中に衝撃波が存在しないことから, 時間に対し2次精度をもつ MacCormac 法を, 空間に対しては, 2次の中心差分を用いた.

時間刻み幅は, Anderson^{6,7)}に従い,

$$\Delta t \leq B \Psi, \quad \Psi = \partial n_e / \partial n_e \quad (19)$$

とした. ここで, B は比例定数であり, 今回は 0.4~0.8 を用いた.

4.4 計算結果 高温の反応流の場合, 亜音速領域

での反応が早く, 実験における放電がスロートに近い場所で行っているものと考えられ, これを忠実に模擬するのは困難である. そこで, スロートから上流では, 電子と重い粒子のエネルギー授受を人為的に取り除いて計算した. 第11図に, 凍結流の場合と, 反応流の場合での計算された温度分布の違いを示す. 今回の準一次元流計算の場合のように, ノズル表面でエネルギーの出入りが考慮されないものについては, 一般に言われているとおり, 電子温度, 重い粒子の温度とも流れ方向変化の傾向について両者の間に大きな違いは見られない.

5. 実験結果の解析

200 A, 300 A の場合における, 電子温度, 電子数密度についての実験と同じ条件での準一次元計算結果と実験結果の比較を第12, 13図に示す. 電子温度については流れ方向の変化について良好な一致が見られる. 一方, 電子数密度については, 実験結果の電子数密度が流れ方向に急激に減少する傾向にあるのに対して, 計算結果では電離度が流れ方向に一定 (凍結流) であり, 電子数密度の変化は緩やかである.

これは, 実験がノズル表面を冷却していることに起因すると考えられる. 電子温度分布が解析結果と殆ど違いが見られないことを考慮すると, ノズル表面で冷却によって奪われる熱量が, 電子の並進エネルギーか

第12図 電子温度の比較

第11図 凍結流と非平衡流計算との比較

第13図 電子数密度の比較

らではなくて、電離した気体が再結合する場合に発生する電離エネルギーから供給されると推察される。再結合の要因としては、壁の触媒性と、境界層内で流速が低下し、密度が増加することにより再結合反応が促進されることが考えられるが、ここでは、その両方が生じている可能性がある。

また、この結果から、ノズル表面付近においては、境界層内の電子温度の下流方向変化は小さく、電子数密度の変化がかなり大きいことが想像される。このことから、ノズル内の流れの解析やノズル形状を設計する場合、単純な凍結流として扱えないことも考えられる。

6. ま と め

単原子分子であるアルゴンを作動気体として用いたアーク加熱風洞のノズル内気流の電離特性について、ラングミュアプローブを用いた実験での計測と、準一次元流計算を用いた解析を行い、比較検討した。その結果、次のことが明らかとなった。

- (1) ノズル内気流の電離特性は放電電流の変化によって、電子温度は変化するものの、電子数密度の変化は少なく、放電のエネルギーが電離エネルギーよりも寧ろ電子の並進エネルギーに変換されている。
- (2) ノズル表面での電子温度分布において、準一次元流解析と実験結果は良好な一致を示した。これより、境界層内での電子温度の下流方向変化は小さいものと考えられる。
- (3) ノズル表面での電子数密度分布は、準一次元流解析に比べ実験結果は急激に減少する傾向を示した。このことから、ノズル境界層内での電子数密度の変化は大きく、ノズル冷却によって奪われるエネルギーは、電子の再結合によって供給されるものと考えられる。

参考文献

- 1) Ishiguro, M., Nakamura, Y., Shimizu, M. and Kawazoe, H.: Flow Separation Inside Conical Nozzle of an Arc Heated Wind Tunnel, AIAA Paper 94-2594 (1994).
- 2) Bray, K. N. C. and Wilson, J. A.: A Preliminary Study of Ionic Recombination of Argon in Wind Tunnel Nozzles, ARC CP-559 (1961).
- 3) Bray, K. N. C. and Wilson, J. A.: A Preliminary Study of Ionic Recombination of Argon in Wind Tunnel Nozzles Part 2, ARC CP-634 (1961).
- 4) Hoffert, M. I. and Lien, H.: Quasi-One-Dimensional, Nonequilibrium Gas Dynamics of Partially Ionized Two-Temperature Argon, Phys. Fluids, **10**, 8 (1967), pp. 1769-1776.
- 5) 松崎利一, 平林則明: プラズマ風洞アーク加熱器, ノズル流およびノズル噴流に対する諸考察, 航空宇宙技術研究所報告, 307 (1972).
- 6) Anderson, Jr., J. D.: A Time-Dependent Analysis for Vibrational and Chemical Nonequilibrium Nozzle Flow, AIAA J., **8**, 3 (1970), pp. 545-550.
- 7) Anderson, Jr., J. D.: Time-Dependent Solution of Nonequilibrium Nozzle Flows—A Sequel, AIAA J., **8**, 12 (1970), pp. 2280-2282.
- 8) Anderson, Jr., J. D.: Time-Dependent Analysis of Population Investigations in an Expanding Gas, Phys. Fluids, **13**, 8 (1970), pp. 1983-1989.
- 9) 城之内忠正, 中村佳朗, 保原 充, 辻村直久: 電磁流体方程式への風上差分法の適用, 日本航空宇宙学会誌, **39** (1991), pp. 25-31.
- 10) Glass, I. I. and Liu, W. S.: Effects of Hydrogen Impurities on Shock Structure and Stability in Ionizing Monatomic Gases. Part 1 Argon, J. Fluid Mech., **84**, Part 1 (1978), pp. 55-77.
- 11) Liu, W. S. and Glass, I. I.: Ionizing Argon Boundary Layers. Part 2 Shock-Tube Side-Wall Boundary-Layer Flows, J. Fluid Mech., **91**, Part 4 (1979), pp. 679-696.
- 12) Appleton, I. P. and Bray, K. N. C.: The Conservation Equations for a Nonequilibrium Plasma, J. Fluid Mech., **20**, Part 4 (1964), pp. 659-672.
- 13) Bray, K. N. C.: Atomic Recombination in a Hypersonic Wind-Tunnel Nozzle, J. Fluid Mech., **6**, 1 (1959), pp. 1-32.