空力弾性翼の能動制御におけるセンサ位置と零点^{*1}

Sensor Location and Zeros in Active Control of Aeroelastic Airfoils

太 田 裕 文^{*2}・山 田 雅 隆^{*3}
Hirobumi OHTA and Masataka YAMADA

Key Words : Aeroelasticity, ACT, Sensor Location and Zeros

Abstract

Transfer function zeros of active control systems are studied for a two dimensional typical airfoil in an incompressible flow. Both steady and unsteady aerodynamics are used for the modeling of the dynamics. Sensor location which gives us a minimum phase transfer function is examined over the airfoil area between the leading edge and the hinge line of the trailing edge control surface. Three types of zeros exist in the transfer function with an unsteady aerodynamic modeling. It is shown that the zeros corresponding to the ones derived from the steady aerodynamics determine an upper and lower boundaries of the flight velocity through which the transfer function changes its phase characteristics. The zeros that are originally contained in the unsteady aerodynamic modeling do not contribute to the phase change. However, two other zeros that are generated through the modeling determine a front boundary of the sensor location. It is to be noted in flutter control systems that a zero always exists near the critical pole and the transfer function shows a situation of near pole-zero cancellation around the flutter point.

主 な 記 号

- a : 翼弦中心から弾性軸までの無次元距離
- b : 半弦長
- c : 翼弦中心から後縁操舵面ヒンジ線までの無次元距離
- $e = 1/2 + a$
- h : 曲げ変位 (下向き正), $\bar{h} = h/b$
- K : 換算速度 ($= U/b$)
- $k = b\omega/U$, 無次元振動数
- $\bar{l}$: 弾性軸からセンサまでの無次元距離
- l' : 翼弦中心からセンサまでの無次元距離
- r_a^2 : 無次元慣性モーメント

s : ラプラス演算子

$$T_{10} = \sqrt{1-c^2} + \cos^{-1}c$$

$$T_{15} = (1+c)\sqrt{1-c^2}$$

u : 操舵面舵角命令

U : 自由流速度

x_a : 弾性軸から質量中心までの無次元距離

α : 主翼振れ角 (頭上げ正)

β : 後縁操舵面舵角 (後縁下げ正)

$$\eta = 1/\pi\mu$$

μ : 質量比 ($= m/\pi\rho b^2$)

ρ : 大気密度

ω_h, ω_a : 曲げ, 振りの固有振動数 (rad/s)

1. 序 論

航空機の翼のような弾性体の振動制御問題において, 外部入力から出力までの伝達関数の極は各振動モードの振動数や減衰比を表し, その複素平面上の位置によって対応するモードの安定性を知ることができる. 一方, 伝達関数の零は出力の測定位置により変化し, 複素平面上の右半面に零が現れる非最小位相系では制御性能に様々な悪影響を及ぼすことが知られている. その一例としては逆応答や低感度化できるバンド幅制限などがある. 従って, あらかじめ出力位置の選び方と零の挙動の関係を知らなくては重要である.

空力弾性翼をその変動に応じて操舵面を動かすことにより制御する突風荷重軽減や能動フラッタ制御問題では, 極に注目して安定性や制御効果を述べている文献は数多いが¹⁾, 零について述べているのは Edwards ら²⁾, Liebst³⁾ ぐらいで, それも特定の翼構造諸元での検討に止っており, 一般の翼構造諸元と零との関係については明らかになっていない.

本論文では, 非圧縮流中の二次元翼上に置いたセンサ出力を後縁操舵面にフィードバックして能動制御を行う場合につき, センサ位置と零との関係を検討し,

^{*1} 平成 6 年 10 月 28 日, 第 11 回誘導制御シンポジウムで発表. 平成 6 年 11 月 26 日原稿受理

^{*2} 名古屋大学工学部

^{*3} 名古屋大学大学院工学研究科 (現: トヨタ自動車(株))

最小位相系となるセンサ範囲について明らかにする。またこの応用の一例として能動フラッタ制御系を構成し、センサ位置選択の重要性を指摘する。

2. 二次元翼の基礎方程式

第1図のような一様流速 U 中の二次元平板翼を考える (図中の S. P., C. G., M. C. はそれぞれセンサ, 重心, 翼弦中心位置を表す)。この運動方程式は、基準位置からの弾性軸 (E. A.) の曲げ変位 h と振り角 α を変数とすると、

$$M_s \ddot{\mathbf{q}} + K_s \dot{\mathbf{q}} = \frac{\eta}{\rho b^4} \mathbf{Q} \quad (1)$$

と表現される。ここで後縁操舵面ヒンジまわりの振り剛性は無視し、さらに操舵面の重心はヒンジ線に一致するものと仮定している。また、

$$\mathbf{q} = \{h/b \ \alpha\}^T, \quad \mathbf{Q} = \{bQ_h \ Q_a\}^T$$

$$M_s = \begin{bmatrix} 1 & x_a \\ x_a & r_a^2 \end{bmatrix}, \quad K_s = \begin{bmatrix} \omega_h^2 & 0 \\ 0 & r_a^2 \omega_a^2 \end{bmatrix}$$

(1)式右辺の一般空気力項 $\mathbf{Q}$ は、翼変動に伴う空気力である。これを二次元非圧縮性非定常空気力理論⁴⁾より、周波数領域で表すと、

$$\mathbf{Q} = \rho b^4 [KC(ik)RQ_c(s) + Q_{nc}(s)] \quad (2)$$

となる。ここで K は換算速度 U/b を表し、空気力の循環荷重成分 Q_c と非循環荷重成分 Q_{nc} は、

$$Q_c = KE_1 \dot{\mathbf{q}}(s) + E_2 s \dot{\mathbf{q}}(s) + E_3 \mathbf{x}_\beta(s) \quad (3)$$

$$Q_{nc} = KB_{nc} s \dot{\mathbf{q}}(s) + M_{nc} s^2 \dot{\mathbf{q}}(s) + Q_{nc\beta} \mathbf{x}_\beta(s) \quad (4)$$

と記述される。ただし、

$$\mathbf{x}_\beta(t) = \{\beta \ \dot{\beta}\}^T$$

$$\mathbf{R} = [-2\pi \ 2\pi(1/2 + a)]^T$$

$$\mathbf{E}_1 = [0 \ 1], \quad \mathbf{E}_2 = [1 \ 1/2 - a]$$

$$\mathbf{E}_3 = [T_{10}/\pi \ T_{11}/2\pi \ 0]$$

第1図 後縁操舵面付二次元翼と記号

$$B_{nc} = \begin{bmatrix} 0 & -\pi \\ 0 & -\pi(1/2 - a) \end{bmatrix}$$

$$M_{nc} = \begin{bmatrix} -\pi & \pi a \\ \pi a & -\pi(1/8 + a^2) \end{bmatrix}$$

$$Q_{nc\beta} = \begin{bmatrix} 0 & KT_4 & T_1 \\ -K^2 T_{15} & -KT_{16} & -2T_{13} \end{bmatrix}$$

上式の行列中の T_1, T_4, T_{10} 等は T 関数と呼ばれ、 a と c のみにより記述される関数であり、詳しくは文献4)に収録されている。

Theodorsen 関数 $C(ik)$ は翼の調和振動を仮定して導出されたものである。しかし、インデシアル荷重関数の誘導に関する Sears の研究を基礎とし、Edwards ら²⁾は解析接続によって調和振動のみならず発散・収束振動においても $ik \rightarrow \bar{s} (=sb/U)$ として負の実軸上を除くすべての複素平面で $C(\bar{s})$ が評価できることを示し、これを一般化 Theodorsen 関数と呼んでいる。これを有理伝達関数で近似表現するため R. T. Jones の Wagner 関数の指数近似をもとにすれば、

$$C(\bar{s}) = 0.5 + \frac{0.10805 \bar{s} + 0.006825}{\bar{s}^2 + 0.3455 \bar{s} + 0.01365} \quad (5)$$

と表現され、さらに(5)式を状態空間表現すると次式が得られる。

$$\dot{\mathbf{x}}_a = \mathbf{A}_a \mathbf{x}_a + \mathbf{B}_a Q_c \quad (6)$$

$$y_a = \mathbf{C}_a \mathbf{x}_a + \mathbf{D}_a Q_c$$

$$\mathbf{A}_a = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.01365K^2 & -0.3455K \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_a = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_a = [0.006825K^2 \ 0.10805K], \quad \mathbf{D}_a = 0.5$$

ここで、 y_a は(5)式の伝達関数 $C(\bar{s})$ に Q_c を入力した時の出力を表す。

(2)~(6)式を(1)式に代入し、さらに操舵面駆動のダイナミクスを表す状態方程式 ($\dot{\mathbf{x}}_\beta = \mathbf{A}_\beta \mathbf{x}_\beta + \mathbf{B}_\beta u$) を加え、センサ出力を y と表すと次のような状態方程式を得る。

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} u \quad (7)$$

$$y = \mathbf{C} \mathbf{x}$$

ただし、

$$\mathbf{x} = \{\bar{\mathbf{q}}^T \ \bar{\mathbf{q}}^T \ \mathbf{x}_a^T \ \mathbf{x}_\beta^T\}^T, \quad u = \beta_{\text{command}}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I}_2 & 0 & 0 \\ -\mathbf{M}'^{-1} \mathbf{K}' & -\mathbf{M}'^{-1} \mathbf{B}' & \mathbf{M}'^{-1} \mathbf{D}' & \mathbf{M}'^{-1} \mathbf{Q}'_\beta \\ \mathbf{B}_a \mathbf{E}_1 & \mathbf{B}_a \mathbf{E}_2 & \mathbf{A}_a & \mathbf{B}_a \mathbf{E}_\beta \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{A}_\beta \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = [0 \ 0 \ 0 \ \mathbf{B}_\beta]^T, \quad \mathbf{C} = [\mathbf{C}_a \ \mathbf{C}_s \ 0 \ 0]$$

$$\mathbf{K}' = \mathbf{K}_s - \eta K^2 \mathbf{R} \mathbf{E}_1 / 2$$

$$\mathbf{B}' = -\eta K (\mathbf{R} \mathbf{E}_2 / 2 + \mathbf{B}_{nc})$$

$$\mathbf{M}' = \mathbf{M}_s - \eta \mathbf{M}_{nc}$$

$$\mathbf{D}' = \eta K \mathbf{R} \mathbf{C}_a$$

$$\mathbf{Q}'_\beta = \eta (K \mathbf{R} \mathbf{E}_\beta + \mathbf{Q}_{nc\beta})$$

センサ (S.P.) は弾性軸から後方 bl , 翼弦中心 (M.C.) からは後方 $bl' = b(l+a)$ のところに置かれ, 翼の変位あるいは速度を測定出力とする. このとき, 各出力は下向きを正にとると,

$$\begin{aligned} y_{\text{displacement}} &= b(\bar{h} + la) \\ y_{\text{speed}} &= b(\dot{\bar{h}} + l\dot{a}) \end{aligned} \quad (8)$$

と表わされる. 従って出力行列 C は翼の変位を観測するか速度を観測するかにより次のように決まる.

$$\begin{aligned} \text{変位出力: } C_d &= [b \ bl], \quad C_s = [0 \ 0] \\ \text{速度出力: } C_d &= [0 \ 0], \quad C_s = [b \ bl] \end{aligned}$$

上式からわかるように, 速度を出力とする伝達関数では変位出力の伝達関数に原点の零が付加されるだけである. 以下では変位センサの使用を仮定する.

操舵面舵角命令 u からセンサ出力 y までの伝達関数は, 舵角命令 u から舵角 β までの伝達関数と舵角 β から出力 y までの伝達関数とに分けられる.

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = C(sI - A)^{-1}B = \frac{Y(s)}{\beta(s)} \frac{\beta(s)}{U(s)} \quad (9)$$

以下では駆動系のダイナミクスを除いた伝達関数 $Y(s)/\beta(s)$ を検討する.

3. センサ位置と零

3.1 定常空気力での検討 定常空気力は翼変位による静的な力のみを考え, 翼変動と空気力の間の時間遅れを無視して得られる空気力表現である. したがって空気力の時間遅れを表現する状態変数は不要となりシステムの次数は減少する. この場合の操舵面舵角からセンサ出力までの伝達関数は (7) 式で E_2, B_{nc} 等を省略し, さらに $C(\bar{s})=1$ とおくと

$$\frac{Y(s)}{\beta(s)_{\text{steady}}} = \frac{b(N_{1s}s^2 + N_{2s})}{s^4 + D_{1s}s^2 + D_{2s}} \quad (10)$$

になる. ただし,

$$\begin{aligned} N_{1s} &= \frac{\eta K^2}{r_a^2 - x_a^2} [(l' - a)\{2(e + x_a)T_{10} - T_{1s}\} \\ &\quad - \{2(r_a^2 + ex_a)T_{10} - x_a T_{1s}\}] \\ N_{2s} &= \frac{\eta K^2 \omega_a^2}{r_a^2 - x_a^2} [(l' - a)(2eT_{10} - T_{1s}) \frac{\omega_h^2}{\omega_a^2} \\ &\quad - \{2r_a^2 T_{10} - 2\pi\eta T_{1s} \frac{K^2}{\omega_a^2}\}] \\ D_{1s} &= \frac{\omega_a^2}{r_a^2 - x_a^2} \left[r_a^2 \left(1 + \frac{\omega_h^2}{\omega_a^2} \right) - 2\pi\eta(e + x_a) \frac{K^2}{\omega_a^2} \right] \\ D_{2s} &= \frac{\omega_h^2 \omega_a^2}{r_a^2 - x_a^2} \left[r_a^2 - 2\pi\eta e \frac{K^2}{\omega_a^2} \right] \end{aligned} \quad (11)$$

(10) 式より極 p は,

$$p^2 = (-D_{1s} \pm \sqrt{D_{1s}^2 - 4D_{2s}})/2 \quad (12)$$

極はセンサ位置 l' によらず流速 K に対して一意に定まる. これが複素平面上の右半面に現れると, 翼はフラッタやダイバージェンスなどの不安定現象を生じ

る. フラッタ速度 $K = K_F$ では曲げと振りの極が一致することから, 上式で $D_{1s}^2 - 4D_{2s} = 0$ より

$$\begin{aligned} \left(\frac{K_F}{\omega_a} \right)^2 &= \frac{1}{2\pi\eta} \left(\frac{r_a}{x_a + e} \right)^2 \\ &\quad \cdot \left[x_a + e + \left(x_a - e + 2e \frac{x_a^2}{r_a^2} \right) \left(\frac{\omega_h}{\omega_a} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{2\omega_h}{\omega_a} \left\{ x_a \left(1 - \frac{x_a^2}{r_a^2} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \cdot \left[x_a + e - ex_a \left(1 + \frac{ex_a}{r_a^2} \right) \left(\frac{\omega_h}{\omega_a} \right)^2 \right] \right\}^{1/2} \right] \end{aligned} \quad (13)$$

と求められる. 零 z は,

$$z^2 = -N_{2s}/N_{1s} \quad (14)$$

であり, 複素平面上の実軸か虚軸の原点对称な点にのみ存在し, 流速とセンサ位置によって決まる.

3.2 最小位相伝達関数を得るセンサ位置 舵角からセンサ出力までの伝達関数が最小位相, つまり開右半面に零が存在しない条件は $N_{2s}/N_{1s} > 0$ である. この条件を分類すると次式のいずれか一方を満足すれば零は開右半面に存在しない.

$$\begin{cases} (l' - a)(e + x_a + T') > r_a^2 + x_a(e + T') \\ (l' - a)(e + T')\omega_h^2/\omega_a^2 > r_a^2 + 2T'K^2/\mu\omega_a^2 \end{cases} \quad (15a)$$

$$\begin{cases} (l' - a)(e + x_a + T') < r_a^2 + x_a(e + T') \\ (l' - a)(e + T')\omega_h^2/\omega_a^2 < r_a^2 + 2T'K^2/\mu\omega_a^2 \end{cases} \quad (15b)$$

ここで T' は,

$$T' = 2C_{Ma}/C_{L\beta} = -T_{1s}/2T_{10} \quad (16)$$

であり, 操舵面変位によって翼に生じるモーメントと揚力の比である. 次の値を定義する.

$$l'_1 = \frac{r_a^2 + x_a(e + T')}{e + x_a + T'} + a \quad (17a)$$

$$l'_2 = \frac{r_a^2 + 2T'K^2/\mu\omega_a^2}{(e + T')\omega_h^2/\omega_a^2} + a \quad (17b)$$

l'_1 は $N_{1s}=0$ とするときのセンサ位置であり次のように解釈できる. $N_{1s} \rightarrow 0$ とすると (14) 式から $z \rightarrow \infty$ となり, $s \rightarrow \infty$ における (10) 式は 0 になる. 従って, l'_1 は振動数無限大の翼の振動を仮定する場合の振動の節である. 一方, $N_{2s}=0$ とするときのセンサ位置である l'_2 についても同様の議論ができ, $s \rightarrow 0$ において伝達関数が 0 になることから振動数 0 の翼の振動を仮定する場合の振動の節であると解釈できる. このことから l'_1, l'_2 は伝達関数の最小位相性の境界にあたる出力位置であり, これらの点を横切るときに伝達関数の位相特性が変わる. 特に $N_{2s}=0$ となる流速は

$$\left(\frac{K}{\omega_a} \right)^2 = \frac{\mu}{2T'} \left[(l' - a)(e + T') \left(\frac{\omega_h}{\omega_a} \right)^2 - r_a^2 \right] \quad (18)$$

と求められる. 以上により, l'_1, l'_2 の位置関係と e

+ T' , $e+x_a+T'$ の正負によって最小位相になるセンサ位置の範囲が(15)式から決まり、その範囲は次の4通りに分けられる。

Case 1. $e+T' < 0$, $e+x_a+T' < 0$ のとき

$$l' < l_1, l' < l_2 \text{ or } l' > l_1, l' > l_2 \quad (19a)$$

Case 2. $e+T' < 0$, $e+x_a+T' > 0$ のとき

$$l' > l_1, l' < l_2 \text{ or } l' < l_1, l' > l_2 \quad (19b)$$

Case 3. $e+T' > 0$, $e+x_a+T' < 0$ のとき

$$l' < l_1, l' > l_2 \text{ or } l' > l_1, l' < l_2 \quad (19c)$$

Case 4. $e+T' > 0$, $e+x_a+T' > 0$ のとき

$$l' > l_1, l' > l_2 \text{ or } l' < l_1, l' < l_2 \quad (19d)$$

上式からわかるように、Case 1 と 4 では翼の特性が異なるが、最小位相となるセンサ位置の範囲は同一となる。このことは Case 2 と 3 でも同様である。これらの各ケースは l_1 と l_2 の値によりそれぞれ3つの場合に細分化される。さらにセンサを翼上におく場合、上式の範囲に加えて前縁 (L.E.) と操舵面ヒンジの間にセンサがなくてはならないという制約がある。以上の分類をもとに最小位相となるセンサ位置の範囲が第1表にまとめられている (この図的表現は文献5) 参照)。

一般的な航空機の翼構造諸元はほぼ第2表に示す範囲にある⁶⁾。 $c=0.6 \sim 1.0$, $T' < 0$ とし、各ケースで最も生じ易い場合について最小位相になるセンサ位置の範囲を調べると、速度増加に対し次の矢印に示すように

第1表 最小位相伝達関数を与えるセンサ位置の範囲

Cases*	1 and 4	2 and 3
Aア	L.E. ~ Hinge	No region
Aイ	l_2 ~ Hinge	L.E. ~ l_1
Aウ	No region	L.E. ~ Hinge
Bア	l_1 ~ Hinge	L.E. ~ l_1
Bイ	L.E. ~ l_2 (or l_1) and $l_1(\alpha/2)$ ~ Hinge	l_2 ~ l_1 or l_1 ~ l_2
Bウ	L.E. ~ l_1	l_1 ~ Hinge
Cア	No region	L.E. ~ Hinge
Cイ	L.E. ~ l_2	l_2 ~ Hinge
Cウ	L.E. ~ Hinge	No region

* A: $l_1' < -1$, B: $-1 < l_1' < c$, C: $l_1' > c$,
ア: $l_2' < -1$, イ: $-1 < l_2' < c$, ウ: $l_2' > c$.

第2表 一般的な航空機の翼構造諸元

μ	16~60
r_a^2	1~0.36
ω_h/ω_a	0~0.5
a	0~-0.4
x_a	0~0.2

第3表 翼構造諸元例

μ	40
r_a^2	0.25
ω_h/ω_a	0.5
a	-0.4
x_a	0.2
c	0.6

変化する ($x_a > 0$ のため Case 3 の場合はない)。

Case 1. l_1' が前縁より前に位置する場合、 l_2' は速度増加とともに前方から後方に移動する。従って最小位相を与える範囲は、

A ア $\rightarrow$ A イ $\rightarrow$ A ウ と変化する。

Case 2. l_1' が後縁より後に位置する場合、 l_2' は前方から後方に移動するため範囲は、

C ア $\rightarrow$ C イ $\rightarrow$ C ウ と変化する。

Case 4. l_1' が後縁より後に位置する場合、 l_2' は後方から前方に移動するため範囲は、

C ウ $\rightarrow$ C イ $\rightarrow$ C ア と変化する。

代表的な例として第3表に示す後縁操舵面付き二次元平板翼の構造諸元を基にして $e+T'$, $e+x_a+T'$, l_1 , l_2 を求めると、

$$e+T' = -0.2706 < 0$$

$$e+x_a+T' = -0.0706 < 0$$

$$l_1' = -3.1745 < -1.0$$

$$l_2' = -4.0955 + 0.2739(U/b\omega_a)^2$$

となり、定常空気力の検討ではこの翼構造諸元は Case 1, A にあたる。この場合、最小位相になるセンサ位置の範囲は第2図に示すようなハッチングした翼上の部分となる。ここで○印は l_1' の位置で構造諸元により決まり、□印は l_2' の位置で、その他に流速の関数である。これらの結果から、現在の一般的な航空機の翼構造諸元について後縁操舵面による能動制御を行う場合、 $e+T'$, $e+x_a+T'$ の値に応じて Case 1 と 2 では操舵面ヒンジ、Case 4 では前縁にセンサをおくことによって最小位相になる速度域を最大にとれることがわかる。

3.3 非定常空気力の影響 非定常空気力における操舵面舵角命令からセンサ出力までの伝達関数は分母、分子とも6次式となり、定常空気力のように極、零を代数的に求めることは不可能である。したがって、零の挙動及び最小位相になるセンサ位置の範囲を個々の翼構造諸元について調べなければならない。以下では第3表に示された構造諸元を例にして、センサ

第2図 速度変化に対する最小位相センサ位置の範囲 (Case 1 A)

第3図 最小位相になるセンサ位置と速度域の関係

第4図 極軌跡

 第5図 零軌跡 $l'=0.6$ (ヒンジ)

位置と零の挙動の関係及び最小位相伝達関数を得るセンサ位置の範囲について調べる。

定常空気力、または非定常空気力の下でのセンサ位置と最小位相伝達関数を得る速度域の関係を第3図に示す。定常空気力を使った場合に最小位相となる速度域は図で右上がりの点線の下側部分であり、前縁からヒンジ点までのどこにセンサを置いてもこの傾向は変わらない。非定常空気力を用いた場合の結果は以下で説明する。一方、定常空気力、非定常空気力での極、零軌跡を第4図から第8図に示す。第5～8図のセンサ位置はそれぞれヒンジ、重心(C.G.), 弾性軸(E.A.), 前縁(L.E.)に置かれている。これらの図では上の(a)図が定常空気力、下の(b)図が非定常空気力を用いた場合の軌跡である。なお、極、零はすべて振り固有振動数 ω_a でスケールしてある。第4図の極軌跡からわかるように、この翼諸元では $U/b\omega_a=3.00$ で曲げモードが不安定となるフラッターを起こす。一方、定常空気力では安全側のフラッター速度を与えている。

零点に関しては第5～8図の(a)に示されている定常空気力ではセンサ位置によらず速度0で虚軸上にあり、速度増加に伴って虚軸上を原点に向かって移動し $l'=l_2$ 、すなわち $N_{2s}=0$ となる速度(18)式で原点に到達、それ以後は実軸上を互いに原点から離れる方向に移動する、という挙動を示す。センサ位置に対する伝達関数の最小位相境界は $l'=l_2$ となる速度によって決まり、その速度以下では最小位相、以上では非最小位相と明確に分れる。これが前述した第3図の点線である。また、フラッター限界($U/b\omega_a=2.56$)以下の速度域では振りモードの極がいつも零の近くにあつて虚軸上を移動し、零極相殺に近い状態にある。このことは前節での極零式から推察できる。フラッター速度付近で極は(12)式より

$$\left(\frac{p}{\omega_a}\right)^2 = \frac{x_a + e}{2(r_a^2 - x_a^2)} \left[2\pi\eta \left(\frac{K}{\omega_a}\right)^2 - \frac{r_a^2}{x_a + e} \left(1 + \frac{\omega_h^2}{\omega_a^2}\right) \right] \quad (20)$$

と書け、一方、零は(14)式から簡単化のため $l'=a$ の

第6図 零軌跡 $l'=-0.2$ (重心)

第7図 零軌跡 $l'=-0.4$ (弾性軸)

第8図 零軌跡 $l' = -1.0$ (前縁)

場合,

$$\left(\frac{z}{\omega_a}\right)^2 = \frac{-T'}{r_a^2 + x_a(e+T')} \left[2\pi\eta \left(\frac{K}{\omega_a}\right)^2 + \frac{r_a^2}{T'} \right] \quad (21)$$

となる。この両式の K の関数形は似かよっているため、零は極と共に移動する。特に $K \cong K_F$ の場合には両者は近い値となるため、極零相殺に近い状況となる。

非定常空気力では零の数は6で、定常空気力を用いた場合の零に対応するものが2 (定常零と呼ぶ)、負の実軸上にあり非定常空気力表現に含まれるものが2 (空力零と呼ぶ)、実軸付近にあり対応するものがないものが2 (非定常零と呼ぶ)、と分類することができる。

空力零はセンサ位置によらず全ての速度域で左半面にあるので伝達関数の位相特性に悪影響を及ぼすことはない。空力極との極零相殺は起きるとしても左半面での現象であり、また空力極はもともと観測できないのでこのことによる不利益は生じない。

第5~7図(b)にみられるように、定常零は速度増加に伴って実軸に向かって移動し、その後実軸とぶつかり実軸上を互いに離れていく。これは定常空気力の場合と似た挙動を示している。ただし第8図(b)に示す前縁センサの場合のみ速度増加とともに実軸から離れる。

第3図より、 $l' = -0.29$ より後方にセンサをおく場合の最小位相境界の上限は定常空気力で推定した上限に一致し、定常空気力で推定できる境界であることがわかる。前にも述べたように、この境界は振動数を零に近づけた場合の振動の節にあたるため、 $s=0$ では(5)式の $C(s)=1$ となり空気力の非定常性には依存しないからである。特に第6図に示す重心位置センサの場合は、零の挙動がほぼ定常空気力のそれに一致し、この場合には定常空気力で検討に妥当性のあることがわかる。しかし他のセンサ位置では第3図の1, 2で示すような非最小位相になる速度域がある。

領域1の現れるセンサ位置では、重心位置付近のわずかな範囲を除いて第5図(b)に示すように零は低速域で右半面にあり、 $U/b\omega_a \cong 3.0$ 付近で虚軸を横断し、左半面に入る。その後実軸とぶつかり定常空気力の場合と同じ速度 $U/b\omega_a = 4.14$ で右半面の実軸上に現れる。領域2の現れるセンサ位置では逆の現象がおき、第7図(b)に示すように $U/b\omega_a \cong 3.0$ 付近で左半面から右半面に移動する。 $l' = -0.29 \sim -0.24$ の範囲では最小位相になる速度域が2カ所存在するが、これは一度右半面に出た零が実軸付近で再び虚軸を横切って左半面に戻るためである。

$U/b\omega_a \cong 3.0$ 付近では、どのセンサ位置についても曲げモードの極と零がとても近くなり極零相殺に近い状態になっている。また、この速度はフラッター速度や領域1, 2の存在するセンサ位置で位相特性が変わる速度にほぼ等しい。このことは第3図でフラッタ限界が領域1と2の境界とほぼ一致していることから読み取れる。従って極によって決まる安定境界と零によって決まる最小位相境界の間にはなんらかの関係があるものと考えられる。これは定常空気力の場合には(20), (21)式で与えられる極と零が互いに近くに存在するためであるが、非定常空気力ではこれらに対応する関係式は複雑で、解析は困難である。

非定常零はほぼ実軸付近にあり、空力零よりも大きい値になる (絶対値で3倍以上)。第3図における $l' = -0.54$ より前の非最小位相領域3はこの零の一つが右半面の実軸付近に現れることによって生じる。この場合、センサ位置を前縁方向に移動するにつれ、第7図(b)の虚軸付近の定常零軌跡は左に回転したものとなり、センサが前縁付近における定常零に対応する零の

挙動は第8図に示すように定常空気力での挙動と全く異なる。

極に対応する安定領域が非定常空気力の下では定常空気力よりも広がるのに対して、最小位相領域は非定常空気力のほうが狭くなり、定常空気力での推定通りの最小位相領域が得られるセンサ位置は重心位置付近のわずかな範囲に限られる。

4. センサ位置と制御

翼の能動制御系設計法として線形時不変の制御対象に対するLQG/LTR設計法を適用することを考え、センサ位置と制御性能の関係を調べる。

LQG/LTR設計法では、まず全状態フィードバックを仮定して評価関数を最小にする最適レギュレータゲイン F を求め、実際に観測できる状態に限られることを考慮し入力と観測出力から状態推定器のゲイン L を求める。このとき状態推定器併用最適レギュレータでは原最適レギュレータのロバスト特性が保存されないが、プラントの制御入力に架空のノイズ qBB^T を付加し q を大きくするループ特性回復操作により、

第9図 $G_O(s)$ のループ特性回復

最適レギュレータに近い特性をもつ補償器が求められる。

全状態フィードバックによる一巡伝達関数は、

$$G_R(s) = F(sI - A)^{-1}B \quad (22)$$

一方、出力フィードバックによる一巡伝達関数は、

$$G_O(s) = F(sI - A + BF + LC)^{-1}LC(sI - A)^{-1}B \quad (23)$$

である。上の2式の周波数応答を比較することにより、補償器がどの程度最適レギュレータの特性を回復できるかがわかる。

この設計法を空力弾性翼の能動フラッタ制御に適用し、センサ位置により一巡伝達関数がどう変わるかを調べる。(7)式を制御対象とし、翼構造諸元は第3表の例を用い、設計点は $U/b\omega_a = 3.60$ 、センサ位置は前縁(非最小位相)、重心(最小位相)、操舵面ヒンジ(最小位相)の3点を比較する。また評価関数重み $Q=0$ 、 $R=1$ 、観測ノイズ強度 $V=1$ 、プロセスノイズ強度 $W=BB^T$ とする。

第9図から操舵面ヒンジにセンサをおくと最適レギュレータの特性に最も近づけることができ、重心でもヒンジより劣るものの十分に特性回復できることがわかる。しかし非最小位相になる前縁センサ出力ではまったく最適レギュレータの特性を回復できず、センサ位置の選択が重要であることがわかる。

5. 結 論

空力弾性翼の能動制御において今までほとんど注目されることのなかった伝達関数零の挙動とセンサ位置の選択による位相特性の変化について検討した。

定常空気力での検討では、零は複素平面上の実軸か虚軸の原点对称な点にのみ存在し、その挙動は翼構造諸元、流速に加えてセンサ位置で決まる。また、最小位相になるセンサ位置の範囲は、翼の振動数が無限大または零である場合に振動の節を与える点である $1/2$ と $1/2$ 、弾性軸位置、重心位置、および操舵面の発生モーメント/揚力比によって決まる。

非定常空気力では、定常零に対応する零の他、非定常空気力による零と定常空気力では対応するものがない零が存在する。定常零に対応する零は、空気力の減衰性や見かけの質量効果の影響であるとおもわれる蛇行以外は定常零と似た挙動を示すが、蛇行により最小位相になる速度領域は定常空気力で推定した領域より減少する。特に静止状態からある速度まで非最小位相でその後最小位相になるセンサ位置が存在するため、最小位相の上限を求めるだけでは不十分である。また、定常零に対応する零が複素平面上の右半平面に現れる速度は空気力によらず同じになる。これは運動が非

振動的になり空気力の非定常性の影響がなくなることに対応する。翼がフラッタ現象を起こす境界付近では、センサ位置の選択によらず極零相殺に近い状況が発生し不安定現象を観測しにくい。この原因がどのようなものであるのか、翼構造諸元によらずに発生する現象であるのかについては今後の検討課題である。

参考文献

- 1) Ohta, H., Fujimori, A., Nikiforuk, P. N. and Gupta, M. M.: Active Flutter Suppression for Two-Dimensional Airfoils, *J. Guidance, Control, and Dynamics*, **12**, 2 (1989), pp. 188-194.
- 2) Edwards, J. W., Breakwell, J. V. and Bryson, A. E., Jr.: Active Flutter Control Using Generalized Unsteady Aerodynamic Theory, *J. of Guidance and Control*, **1**, 1 (1978), pp. 32-40.
- 3) Liebst, B. S.: Accelerometer Placement in Active Flutter Suppression Systems, *J. Guidance, Control, and Dynamics*, **10**, 5 (1987), pp. 441-446.
- 4) Theodorsen, T.: General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter, *NACA Rept. No. 496*, 1935.
- 5) 太田裕文, 山田雅隆: 空力弾性翼の能動制御におけるセンサ位置と零点, 計測自動制御学会第11回誘導制御シンポジウム, 1994, pp. 175-182.
- 6) 川島孝幸, 池田 健: 二次元翼のフラッタ解析とその経験式, *日本航空宇宙学会誌*, **27** (1979), pp. 268-273.