セル状火炎の不安定挙動の数値解析^{*1}

Numerical Analysis on Unstable Motions of Cellular Flames

門 脇 敏^{*2}

Satoshi KADOWAKI

Key Words: Combustion, Cellular Flame, Instability

Abstract

The unstable motions of cellular flames have been investigated using numerical calculation. When the Lewis number is unity (the hydrodynamic effects and the body-force effects are dominant), the stationary cellular flames are predicted. When the Lewis number is smaller than unity (the diffusive-thermal effects are dominant), the transverse propagation of the cell in the flame is predicted, which is actually observed in the experiments. The lateral motion of the cell is due to the diffusive-thermal effects.

1. は じ め に

予混合火炎が固有不安定を起こすための重要な因子は、流体力学的効果^{1,2)}、拡散・熱的效果³⁾、外力効果⁴⁾である⁵⁾。これらの効果により、微小擾乱が発達して、セル状の火炎面が形成される。このセル状火炎は主に、燃料が空気より軽いとき空気過剰混合気において、燃料が空気より重いとき燃料過剰混合気において出現することが知られている⁶⁾。

セル状火炎は、実験条件により静止したり、横方向へ伝播したりする^{7,8)}。この機構を調べるために、拡散・熱的モデル(気体の密度一定を仮定: 流体力学的効果を無視)を用いた火炎面の安定解析が行われた。不足成分のルイス数が臨界ルイス数(>1)より大きいとき、セルが横方向へ移動しうることが示されている⁹⁾。しかし実際には、不足成分のルイス数が1より小さいときセル状火炎が現れ、そのセルが横方向へ伝播する。このことから、解析で得られた臨界ルイス数と実際の現象のルイス数との間には大きな隔たりがあることが分かる。これは、解析において密度一定の仮定を用いたことに起因するものと思われる。

そこで本研究では、気体の密度変化を考慮してセル状火炎の不安定挙動の計算を行い、セルの横方向への

伝播が上記三種類の不安定効果の内どの効果に依るかを明らかにする。

2. 記 号

- A : 擾乱の無次元振幅 (L で無次元化)
- A_0 : 擾乱の無次元初期振幅 (L で無次元化)
- B : 反応速度の無次元頻度因子 (U/L で無次元化)
- D : 拡散係数
- E : 無次元活性化エネルギー (RT_0 で無次元化)
- e : 無次元内部エネルギー ($\rho_0 U^2$ で無次元化)
- e_t : 全エネルギー
- G : 無次元加速度 (U^2/L で無次元化)
- L : 代表長さ
- Le : ルイス数 $= \alpha/D$
- Pe : ペクレ数 $= UL/\alpha$
- Pr : プラントル数 $= \nu/\alpha$
- p : 無次元圧力 ($\rho_0 U^2$ で無次元化)
- Q : 無次元発熱量 (U^2 で無次元化)
- R : ガス定数
- S_u : 平面火炎の無次元燃焼速度 (U で無次元化)
- T : 無次元温度 (T_0 で無次元化)
- T_0 : 無限上流における未燃ガスの温度
- T_f : 無次元断熱火炎温度 (T_0 で無次元化)
- t : 無次元時間 (L/U で無次元化)
- U : 代表速度
- u : x 方向の無次元流速 (U で無次元化)
- v : y 方向の無次元流速 (U で無次元化)
- w : 反応速度
- x, y : 座標
- α : 熱拡散率
- γ : 比熱比
- λ : 擾乱の無次元波長 (L で無次元化)
- ν : 動粘性係数
- ρ : 無次元密度 (ρ_0 で無次元化)

^{*1} 平成7年6月22日原稿受理^{*2} 名古屋工業大学機械工学科

ρ_0 : 無限上流における未燃ガスの密度

ρ_u : 未燃ガスの無次元濃度 (ρ_0 で無次元化)

3. 支配方程式

圧縮性、粘性、熱伝導、物質拡散を考慮した二次元非定常反応流れを支配する方程式を導くのに際し、以下の仮定を行う。

(1) 二種類の気体、つまり未燃ガスと既燃ガスのみが存在する。両方のガスは同じ分子量、同じルイス数をもつ。

(2) 気体は理想気体の状態式に従う。

(3) 化学反応は一段不可逆反応であり、反応速度は Arrhenius の法則に従う。

(4) 輸送係数および比熱は全領域において一定である。

(5) 外力は火炎面の鉛直方向(流れ方向)にのみ作用する。

(6) 放射(輻射)、体積粘性、Soret 効果、Dufour 効果、圧力勾配拡散は無視する。

(7) エネルギー保存則における粘性項と外力項は無視する。

座標としては、火炎面の鉛直方向を x 方向、その接線方向を y 方向とする。二次元非定常反応流れの支配方程式は、代表長さ L (火炎の予熱域厚さの 80 倍)、代表速度 U (無限上流における未燃ガスの等温音速)、無限上流における未燃ガスの密度 ρ_0 を用いて無次元化すると、以下ようになる。

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} = \mathbf{S} \quad (1)$$

方程式中のベクトルはそれぞれ、

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e_t \\ \rho_u \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p - \frac{Pr}{Pe} \left(\frac{4}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ \rho uv - \frac{Pr}{Pe} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ (e_t + p)u - \frac{1}{Pe} \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{\partial T}{\partial x} \\ \rho_u u - \frac{1}{PeLe} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho_u}{\rho} \right) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv - \frac{Pr}{Pe} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \rho v^2 + p - \frac{Pr}{Pe} \left(\frac{4}{3} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial x} \right) \\ (e_t + p)v - \frac{1}{Pe} \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{\partial T}{\partial y} \\ \rho_u v - \frac{1}{PeLe} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho_u}{\rho} \right) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ G\rho \\ 0 \\ Qw \\ -w \end{bmatrix}$$

ここで、

$$e_t = e + \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2)$$

$$w = B\rho_u \exp\left(-\frac{E}{T}\right)$$

また、状態方程式は以下ようになる。

$$p = \rho T \quad (2)$$

4. 数値計算

火炎面の接線方向に周期的な擾乱を定在平面火炎に加え、その火炎の挙動をシミュレートする。ここでは、 $2\text{H}_2 + \text{O}_2 + \text{N}_2$ の予混合気(燃焼速度: 0.83 m/s^{10})を想定し、 $S_u = 2.5 \times 10^{-3}$, $T_f = 7$, $\gamma = 1.4$, $Q = 21$, $E = 70$, $Pe = 3.2 \times 10^4$, $Pr = 1$ と設定する。セル状火炎の不安定挙動に及ぼす流体力学効果、拡散・熱効果、ならびに外力効果の影響を調べるため、 $Le = 0.5, 1.0$, $G = 0, 1 \times 10^{-4}$ とする。また、反応速度の頻度因子は、予混合気の燃焼速度が上記の設定した値になるよう試行錯誤により求める ($Le = 0.5, 1.0$ のとき、 $B = 2.19 \times 10^6, 1.20 \times 10^6$)。

計算手法として、時間、空間に対してともに二次精度であり、圧縮性流れの計算の代表的手法である陽的 MacCormack 法を採用する。計算領域は、 x 方向に火炎の予熱域厚さの 80 倍、 y 方向に擾乱の一波長分とする。格子数は、 x 方向に 401、 y 方向に 33 とする。

擾乱を加えられた二次元火炎の初期値は、一次元定在火炎の解より導出する。定在平面火炎に、 y 方向に周期的な擾乱を加える。つまり、火炎を x 方向に

$$A_0 \sin(2\pi y/\lambda)$$

だけずらす。それを二次元火炎の初期値とする。各格子点上の物理量の値は定在平面火炎の値とずれているが、それは Lagrange の補間法を用いて求める。また、火炎に加える擾乱の波長は、擾乱の特性波長(増幅率が最大になる波長)と一致させる。これは、セル

状火炎のセルの間隔が擾乱の特性波長と等しいからである¹¹⁾。

火炎の上流側と下流側における境界では、各々の物理量の x 方向の勾配を 0 とするが、上流側における x 方向の流速のみは燃焼速度と一致させる。これらの境界における値は、二次精度の片側差分で近似する。また、 y 方向の境界における各々の物理量は、周期条件を用いて与えるものとする。

5. 計算結果

初めに、セル状火炎の不安定挙動に及ぼす流体力学的効果の影響を調べるために、 $Le=1.0$, $G=0$ と設定して計算を行う。第1図は、特性波長をもつ擾乱($\lambda=0.427$, $A_0=0.02$)を平面火炎に加えた場合の時間毎

($t=0, 25, 50, \dots, 250$)の火炎面の位置を示したものである。ここでは、 $T=5$ のところを火炎面の位置と定義している。気体は図の左方から右方へ流れている。火炎に加えられた擾乱は時間毎に増大し、 $t=90$ のとき最大の振幅($A=0.067$)に達する。このときの火炎面はセル形状である。その後火炎は、セル形状を保持した状態(擾乱の振幅一定)で上流へ向い移動する。この上流への移動は、火炎に擾乱が加えられたことにより燃焼領域が大きくなり、セル状火炎の燃焼速度が平面火炎のそれより大きくなることに依るものである。上流における流速をセル状火炎の燃焼速度に一致させると、定在セル状火炎が形成される。また、この火炎のセルの位置が y 方向にほぼ不動であることから、流体力学的効果はセルの横方向への移動に対し、ほと

第1図 時間毎の火炎面の位置 ($Le=1.0$, $G=0$, $\lambda=0.427$, $A_0=0.02$, $t=0, 25, 50, \dots, 250$)

第2図 時間毎の火炎面の位置 ($Le=1.0$, $G=1 \times 10^{-4}$, $\lambda=0.4$, $A_0=0.02$, $t=0, 25, 50, \dots, 250$)

第3図 時間毎の火炎面の位置 ($Le=0.5$, $G=0$, $\lambda=0.144$, $A_0=0.01$, $t=0, 10, 20, \dots, 100$)

んど影響を及ぼさないことが分かる。

次に、外力効果の影響を調べるために、 $Le=1.0$, $G=1 \times 10^{-4} (>0)$ と設定する。平面火炎に $\lambda=0.4$, $A_0=0.02$ の擾乱を加えた場合の時間毎の火炎面の位置を示したのが第2図である。この場合もセル状火炎 ($A=0.077$) は形成されるが、セルの y 方向への移動はほとんど起こらない。従って、外力効果は流体力学的効果と同様に、セル状火炎の不安定挙動の主要因ではないことが分かる。

最後に、拡散・熱的效果の影響を調べる。 $Le=0.5 (<1)$, $G=0$ と設定し、 $\lambda=0.144$, $A_0=0.01$ の擾乱を加えた場合の計算結果を示したのが第3図である。図から明らかなように、 $t=20$ までは擾乱の振幅が増幅するのみで、セルの y 方向への移動は生じない。しかし、セル状火炎 ($A=0.033$) が形成された後、セルは y 方向への移動を開始する。火炎面のセル形状を保持したまま、セルは y 方向へほぼ一定の速度で伝播している。この現象は、実験で観察されていることと定性的に一致している。このことから、セル状火炎の不安定挙動に拡散・熱的效果が決定的な影響を与えていることが分かる。また、擾乱の振幅が小さいとき ($t=20$ まで) はセルの y 方向への移動は生じていないが、セル状火炎が形成されてからはそれが生じている。これは、火炎面の正弦波からのずれ (非線形効果) が拡散・熱的效果とともに、火炎の不安定挙動を起こさせる要因であることを示している。

6. おわりに

本研究では、セル状火炎の不安定挙動を数値計算を

用いて調べた。得られた結論は以下の通りである。

(1) 流体力学的効果と外力効果は、セル状火炎の不安定挙動の主要因ではない。

(2) 拡散・熱的效果と火炎面の非線形効果により、セル状火炎のセルの横方向への移動が生じる。

参考文献

- 1) Darrieus, G.: Unpublished Works Presented at La Technique Moderne, 1938.
- 2) Landau, L. D.: On the Theory of Slow Combustion, *Acta Physicochim. (USSR)*, **19** (1944), pp. 77-85.
- 3) Barenblatt, G. I., Zeldovich, Y. B. and Istratov, A. G.: On Diffusional-Thermal Stability of a Laminar Flame, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, **4** (1962), pp. 21-26.
- 4) Matkowsky, B. J. and Sivashinsky, G. I.: Acceleration Effects on the Stability of Flame Propagation, *SIAM J. Appl. Math.*, **37** (1979), pp. 669-685.
- 5) Williams, F. A.: 燃焼の理論, 柘植俊一監訳, 日刊工業新聞社, 東京, 1987, pp. 361-377.
- 6) Markstein, G. H.: Experimental and Theoretical Studies of Flame-Front Stability, *J. Aeronaut. Sci.*, **18** (1951), pp. 199-209.
- 7) Markstein, G. H.: *Nonsteady Flame Propagation*, Pergamon Press, New York, 1964, pp. 75-105.
- 8) Sabathier, F., Boyer, L. and Clavin, P.: Experimental Study of a Weak Turbulent Premixed Flame, *Progress in Astronautics and Aeronautics, AIAA*, **76** (1981), pp. 246-258.
- 9) Joulin, G. and Clavin, P.: Linear Stability Analysis of Nonadiabatic Flames: Diffusional-Thermal Model, *Combust. Flame*, **35** (1979), pp. 139-153.
- 10) Lewis, B. and von Elbe, G.: *Combustion, Flames and Explosions of Gases*, 3rd ed., Academic Press, Orlando, 1987, p. 396.
- 11) 門脇 敏: 火炎の流体力学的不安定とセル状火炎の形成, *燃焼の科学と技術*, **2** (1994), pp. 193-200.