論文 CONTRIBUTED PAPERS

GPS を利用した月軌道宇宙機の測位について*¹

On Navigation of Lunar Orbiter by Utilizing GPS

山 脇 功 次*²

Koji YAMAWAKI

Key Words: Space Navigation, Radio Interferometry, VLBI, GPS

Abstract

The purpose of this paper is to discuss the method and accuracy of position determination of a spacecraft at a long distance from the earth like a lunar orbiter. Several very long base-lines which start at a main radio station, spread out in any directions and end at several subordinate radio stations are used to measure differences in the time of arrival of the radio signal transmitted from the spacecraft. Precise measurements of positions and clock offsets of subordinate stations relative to the main station are required to achieve the accurate position determination. The method and the accuracy of the position and clock offset determination of radio stations by using GPS satellites as radio sources of the interferometry measurements are investigated and the following accuracy of the space navigation is shown by simple equations.

1. 序 論

VLBI という略語で博く知られる超長基線電波干渉法¹⁾は、電波天文学の分野の高精度な観測装置として使用されている電波干渉計から発展した観測方式であるが、この方法は精密測量や惑星探査の精密測位の手段としても利用されている。VLBI の原理である電波干渉法では、1つの電波源から送信された電波を地上に隔てて設置された2台の受信機で受信し、電波の同一位相の到達時間差（以下では、これに光速を乗じた数値を経路差と呼ぶ）を測定する。この方法では、受信機間距離が数十 km 程度であれば、双方の受信機の特性和大気、電離層等によって生じる電波伝搬上の誤差がかなりの程度まで相殺されるため、上記の経路差が精度よく測定できる。従って、地殻変動等の観測の分野では、GPS を電波源とした VLBI による数 cm 級の精密測量が博く実用化されている¹⁾。

電波源が準星などの天体電波源のように無限遠にあると見なせる場合、この経路差は2台の受信機を結ぶベクトル（以下では、これを基線ベクトル、この長さを基線長と呼ぶ）と受信点・電波源方向の単位ベクトル（以下では、これを単に方向ベクトルと呼ぶ）の内積¹⁾に等しい。従って、電波源の方向ベクトルが既知であれば、複数の電波源に対して測定された複数の経路差より基線ベクトルが求められ、逆に基線ベクトルが既知であれば、電波源の方向ベクトルが求められることになる。前者が精密測量の、後者が惑星探査での精密測位の原理である。

ところで、基線長が数千 km となる干渉観測では、もはや前述の電波伝搬誤差等の相殺効果は期待できなくなる。このため、測位対象の宇宙機とほぼ同一方向にある天体電波源を併用して、いわゆるデルタ VLBI による測位が行われる。この場合、千分の数秒角の精度で基線ベクトルの方向を推定でき、探査機の方向ベクトルを同様の精度で推定可能である¹⁾と言われていた。これは、例えば基線長 5 千 km の測量において数 cm の精度で基線ベクトルが測定でき、月近傍の航法では数 m の精度で測位が可能となる精度に相当する。しかし、天体電波源を用いる干渉観測では微弱な電波の受信処理が必要となるため、観測装置は大がかりなものとなり、実時間でデータ処理が行えるような簡易な測位方式とは言えない。そこで、将来の地球・月間航行のための測位方法として、月近傍での測位精度がやや低下しても、測位情報が連続的かつ瞬時に求められるような測位方式を検討しておくことが、宇宙機等の適時な誘導と管制に必要であると思われる。

月近傍の宇宙機あるいは月面探査車（以下では総称して宇宙機と呼ぶ）の測位方式として、地球の近傍に配置された複数の測距衛星からの電波の伝搬時間を利用する測位方式²⁾が考えられるが、地球表面に配置された複数の地上局の位置と時刻基準がより正確に決定

*¹ 平成 7 年 5 月 19 日原稿受理

*² 宇宙開発事業団筑波宇宙センター

また、宇宙機測位精度については、宇宙機及び地上局の幾何学的配置条件、GPS 衛星及び受信局の位置決定誤差等との関係を解析し、パラメトリックに考察する。ただし、推定誤差の統計的な傾向を考慮するために、重み付け最小 2 乗法を適用した測位計算アルゴリズム⁵⁾を使用する。電離層、大気層等の影響による経路差誤差の補正等¹⁾の VLBI 精度の向上に係わる検討は、この論文のテーマとするところではない。

2.1 遠距離測位の方法とその特徴 主局と従局を端点とする基線ベクトル $\mathbf{b}_i$ と従局の同期偏位 τ_i (即ち総称して基線データ) は、位置あるいは方向が既知なる電波源から送信された電波の主局と従局での到達時間差より求められる。そして、3 本以上の基線に対する基線データが得られれば、宇宙機の位置ベクトルは宇宙機から送信された電波の到達時間差をこれらの基線に対して測定することにより推定できる。後述するが遠距離測位では、さらに主局・宇宙機間レンジ測定を加えることが測位精度の向上に有効である。

第1図は、地球表面に設置された主局及び従局とGPS衛星との幾何学的関係を1本の基線に対して例示したものである。第3章に解析的に示すように、基線データは主局・従局の双方で4基以上の同一のGPS衛星の測距電波が受信できれば推定可能である。この際、主局の位置ベクトルが測位座標軸の基準となる。また、GPS衛星の軌道データは精密に測定され

精度上有利^{8,9)}であることと同じ理由による。

クロックの安定性や前項で測定した同期偏位の精度が充分でない場合、方向ベクトルが正確に知られた天体電波源から電波を受信して τ_i を測定する必要がある。また、静止衛星等を測距電波の中継手段として、主局→衛星→従局、従局→衛星→主局の双方向の伝搬時間の測定値から τ_i を推定する方法も考えられる¹⁰⁾が、高精度な測定は期待できない。

3. 電波干渉法の測位アルゴリズム

3.1 基線データの測定 測距衛星 j の位置ベクトルを $\mathbf{r}_j$ 、これを受信する主局及び基線 i の従局の地球中心に対する位置ベクトルをそれぞれ $\mathbf{g}_c$ 及び $\mathbf{g}_i$ とすれば、測距衛星 j が送信する電波の基線 i での同期偏位を含まない実経路差の最新の推定値 ρ_{ij}^* は

$$\rho_{ij}^* = |\mathbf{r}_j - \mathbf{g}_i^*| - |\mathbf{r}_j - \mathbf{g}_c| \quad (1)$$

$$\mathbf{g}_i^* = \mathbf{g}_c + \mathbf{b}_i^* \quad (2)$$

より算出される。*印は最新の推定値を意味する。

次に、測定から得られる実経路差 ρ_{ij} は、測定された経路差 ρ_{mij} に最新の推定同期偏位 τ_i^* を加えて、

$$\rho_{ij} = \rho_{mij} + \tau_i^* \quad (3)$$

より算出され、実経路差の偏差 $\delta\rho_{mij}$ は

$$\delta\rho_{mij} = \rho_{ij} - \rho_{ij}^* \quad (4)$$

となる。従って、 $\mathbf{b}_i$ 及び τ_i の変分 $\delta\mathbf{b}_i$ 及び $\delta\tau_i$ に関して以下の関係式が求められる。

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_{ij} \cdot \delta\mathbf{b}_i + \delta\tau_i &= [\mathbf{m}_{ij}^T \ 1] \cdot [\delta\mathbf{b}_i^T \ \delta\tau_i] \\ &= -\delta\rho_{mij} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\mathbf{m}_{ij} = [m_{ij1} \ m_{ij2} \ m_{ij3}]^T = \mathbf{K}_{ij} / |\mathbf{K}_{ij}| \quad (6)$$

$$\mathbf{K}_{ij} = \mathbf{r}_j - \mathbf{g}_c - \mathbf{b}_i^* \quad (7)$$

ただし、2つのベクトルの中間にある・印はベクトルの内積を意味する。また、第3図に示すように、 $\mathbf{K}_{ij}$ は基線 i の従局から衛星 j に向かう方向のベクトルであり、 $\mathbf{m}_{ij}$ はその単位ベクトルとなる。

次に、基線データは地球の自転及びクロックのドリフトによって経過時間に比例して変移するものとして、基線データの偏差 δb_{ik}^+ 及び $\delta\tau_i^+$ を

$$\begin{aligned} \delta b_{ik}^+ &= (\mathbf{b}_i^+ - \mathbf{b}_i^*)_k \\ &= \Delta t_E (\boldsymbol{\Omega}_E \times \mathbf{b}_i^*)_k \quad (k=1, 2, 3) \end{aligned} \quad (8)$$

第3図 受信局と衛星の幾何学的関係

$$\begin{aligned} \delta\tau_i^+ &= \tau_i^+ - \tau_i^* \\ &= C\Delta t_E \delta\omega \end{aligned} \quad (9)$$

とする。ただし、 $\mathbf{b}_i^+$ 及び τ_i^+ は観測更新直前での基線ベクトル及び同期偏位の時間更新値、 C は光速、 $\boldsymbol{\Omega}_E$ は地球の自転角速度ベクトル、 Δt_E は観測更新の時間間隔、 $\delta\omega_i$ は基線 i のクロックドリフト率である。また、2つのベクトルの中間にある×印はベクトルの外積を意味する。従って、(8)式及び(9)式を(5)式と同様の形式に改めれば、以下の如くなる。

$$[1 \ 0 \ 0 \ 0] \cdot [\delta\mathbf{b}_i^T \ \delta\tau_i] = \delta b_{i1}^+ \quad (10)$$

$$[0 \ 1 \ 0 \ 0] \cdot [\delta\mathbf{b}_i^T \ \delta\tau_i] = \delta b_{i2}^+ \quad (11)$$

$$[0 \ 0 \ 1 \ 0] \cdot [\delta\mathbf{b}_i^T \ \delta\tau_i] = \delta b_{i3}^+ \quad (12)$$

$$[0 \ 0 \ 0 \ 1] \cdot [\delta\mathbf{b}_i^T \ \delta\tau_i] = \delta\tau_i^+ \quad (13)$$

以上の関係式を整理すれば、以下に示す重み付け最小2乗法の測位アルゴリズム¹⁰⁾が得られる。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i &= [\mathbf{b}_i^T \ \tau_i]^T \\ &= \mathbf{x}_i^* + \delta\mathbf{x}_i \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \delta\mathbf{x}_i &= [\delta\mathbf{b}_i^T \ \delta\tau_i]^T \\ &= (\mathbf{S}_i^T \mathbf{S}_i)^{-1} \mathbf{S}_i^T \delta\mathbf{z}_i \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、行列 $\mathbf{S}_i$ 及びベクトル $\delta\mathbf{z}_i$ は

$$\mathbf{S}_i = [\mathbf{s}_{mi1} \cdots \mathbf{s}_{miN_i} \ \mathbf{s}_{ei1} \cdots \mathbf{s}_{ei4}]^T \quad (16)$$

$$\mathbf{s}_{mij} = [\mathbf{m}_{ij}^T / \chi_{mij} \ 1 / \chi_{mij}]^T \quad (j=1, \dots, N_i) \quad (17)$$

$$\mathbf{s}_{ei1} = [1 / \chi_{ei1} \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (18)$$

$$\mathbf{s}_{ei2} = [0 \ 1 / \chi_{ei2} \ 0 \ 0]^T \quad (19)$$

$$\mathbf{s}_{ei3} = [0 \ 0 \ 1 / \chi_{ei3} \ 0]^T \quad (20)$$

$$\mathbf{s}_{ei4} = [0 \ 0 \ 0 \ 1 / \chi_{ei4}]^T \quad (21)$$

$$\delta\mathbf{z}_i = [\delta z_{mi1} \cdots \delta z_{miN_i} \ \delta z_{ei1} \cdots \delta z_{ei4}]^T \quad (22)$$

$$\delta z_{mij} = -\delta\rho_{mij} / \chi_{mij} \quad (23)$$

$$\delta z_{eik} = \delta b_{ik}^+ / \chi_{eik} \quad (k=1, 2, 3) \quad (24)$$

$$\delta z_{ei4} = \delta\tau_i^+ / \chi_{ei4} \quad (25)$$

$$\chi_{mij} = \sigma_{mij} / \sigma_{i0} \quad (26)$$

$$\chi_{eik} = \{DOPB_{ik}^2 + (\sigma_{eik} / \sigma_{i0})^2\}^{1/2} \quad (27)$$

で表される。ただし、 N_i は適用衛星数、 σ_{mij} は経路差の測定誤差 $\delta\rho_{mij}$ の標準偏差、 σ_{eik} は基線データの時間更新誤差の標準偏差、 σ_{i0} は代表的な観測誤差の標準偏差、 χ_{mij} 及び χ_{eik} はそれぞれの誤差の標準偏差を σ_{i0} で割ることにより無次元化された誤差比例係数であり、重み付け最小2乗法の重み係数としての意味を持つ。 $DOPB_{ik}$ は σ_{i0} を掛けることによって基線 i の基線データ推定誤差となる測位劣化指数であり、

$$DOPB_{ik} = \{(\mathbf{S}_i^T \mathbf{S}_i)_{kk}^{-1}\}^{1/2} \quad (k=1, 2, 3, 4) \quad (28)$$

より求められる¹¹⁾。従って、(24)式及び(25)式の誤差比例係数 χ_{eik} ($k=1, 2, 3, 4$) の更新、即ち重み係数の調整は、(27)式に示すように、最新の観測更新時での測位劣化指数と時間経過中に生じる誤差比例係数の増加量 $\sigma_{eik} / \sigma_{i0}$ との自乗和によって行われる。

3.2 宇宙機位置ベクトルの測定 少なくとも3組

の基線データが測定されると、原理的には、前項と同様の手順で宇宙機位置ベクトル $\mathbf{r}_v$ の推定が可能となる。

まず、最新の推定値を $\mathbf{r}_v^*$ 、前項で推定された基線 i の基線ベクトルを $\mathbf{b}_i$ 、主局の位置ベクトルを $\mathbf{g}_c$ とすれば、基線 i での実経路差の最新の推定値 q_i^* は

$$q_i^* = |\mathbf{r}_v^* - \mathbf{g}_c - \mathbf{b}_i| - |\mathbf{r}_v^* - \mathbf{g}_c| \quad (i=1, 2, \dots, G) \quad (29)$$

より算出される。 G は適用可能な基線数である。

基線 i での実経路差 q_i は、測定経路差 q_{mi} に基線データとして推定済みの同期偏位 τ_i を加えて、

$$q_i = q_{mi} + \tau_i \quad (i=1, 2, \dots, G) \quad (30)$$

より算出され、実経路差偏差 δq_{mi} は

$$\delta q_{mi} = q_i - q_i^* \quad (31)$$

であるから、 $\mathbf{r}_v$ の変分 $\delta \mathbf{r}_v$ と実経路差偏差 δq_{mi} に関する以下の関係式が得られる。

$$\mathbf{n}_i \cdot \delta \mathbf{r}_v = -\delta q_{mi} \times |\mathbf{L}_i^*| / |\mathbf{N}_i| \quad (32)$$

ここで、第4図に示すように、 $\mathbf{L}_i^*$ は基線 i の従局から宇宙機に向かうベクトル、 $\mathbf{N}_i$ は従局を始点として、その端点が主局・宇宙機間ベクトル上に達して直角に交わるベクトルであり、以下の関係式が成立する。

$$\mathbf{L}_i^* = \mathbf{r}_v^* - \mathbf{g}_c - \mathbf{b}_i \quad (33)$$

$$\mathbf{n}_i = (n_{i1} \ n_{i2} \ n_{i3})^T \\ = \mathbf{N}_i / |\mathbf{N}_i| \quad (34)$$

$$\mathbf{N}_i = \mathbf{b}_i + q_i \mathbf{n}_c \quad (35)$$

$$\mathbf{n}_c = \mathbf{L}_c^* / |\mathbf{L}_c^*| \quad (36)$$

$$\mathbf{L}_c^* = \mathbf{r}_v^* - \mathbf{g}_c \quad (37)$$

ただし、 $\mathbf{n}_c$ は主局と宇宙機を結ぶ方向の単位ベクトル、 $\mathbf{n}_i$ は $\mathbf{N}_i$ の単位ベクトルで、 $\mathbf{n}_c$ と $\mathbf{b}_i$ によって形成される平面上にあり、宇宙機が地球から離れるに従って $\mathbf{n}_c$ に直角となる単位ベクトル、 $\mathbf{L}_c^*$ は主局・宇宙機間ベクトルの最新の推定値である。

次に、宇宙機の推定位置ベクトル $\mathbf{r}_v$ の更新時間間隔 Δt_L での変移量 $\delta \mathbf{r}_v^+$ を次式により算出する。

$$\delta \mathbf{r}_v^+ = \Delta t_L (\mathbf{v}_v^* - \boldsymbol{\Omega}_L \times \mathbf{r}_v^*) \quad (38)$$

ただし、 Δt_L は(38)式が成立する程度に小さく、 $\mathbf{r}_v^*$ は宇宙機の最新の推定位置ベクトル、 $\boldsymbol{\Omega}_L$ は測位座標系の慣性空間に対する回転角速度ベクトルである。ま

た、 $\mathbf{v}_v^*$ は宇宙機の最新の推定速度ベクトルであり、 $\mathbf{r}_v$ の変化率等から推定されるものとする。このとき、(38)式は(32)式と同様の以下の形式に改められる。

$$[1 \ 0 \ 0] \cdot \delta \mathbf{r}_v = \delta r_{v1}^+ \quad (39)$$

$$[0 \ 1 \ 0] \cdot \delta \mathbf{r}_v = \delta r_{v2}^+ \quad (40)$$

$$[0 \ 0 \ 1] \cdot \delta \mathbf{r}_v = \delta r_{v3}^+ \quad (41)$$

以上の関係式より、以下に示す重み付け最小2乗法の測位アルゴリズム⁹⁾が得られる。

$$\mathbf{r}_v = \mathbf{r}_v^* + \delta \mathbf{r}_v \quad (42)$$

$$\delta \mathbf{r}_v = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \delta \mathbf{w} \quad (43)$$

ここで、行列 $\mathbf{H}$ 及びベクトル $\delta \mathbf{w}$ は

$$\mathbf{H} = [\mathbf{h}_{m1} \cdots \mathbf{h}_{mG} \ \mathbf{h}_{e1} \cdots \mathbf{h}_{e3}]^T \quad (44)$$

$$\mathbf{h}_{mi} = \mathbf{n}_i / \lambda_{mi} \quad (i=1, 2, \dots, G) \quad (45)$$

$$\mathbf{h}_{e1} = [1/\lambda_{e1} \ 0 \ 0]^T \quad (46)$$

$$\mathbf{h}_{e2} = [0 \ 1/\lambda_{e2} \ 0]^T \quad (47)$$

$$\mathbf{h}_{e3} = [0 \ 0 \ 1/\lambda_{e3}]^T \quad (48)$$

$$\delta \mathbf{w} = [\delta w_{m1} \cdots \delta w_{mG} \ \delta w_{e1} \cdots \delta w_{e3}]^T \quad (49)$$

$$\delta w_{mi} = -(\delta q_{mi} / \lambda_{mi}) \times |\mathbf{L}_i^*| / |\mathbf{N}_i| \quad (50)$$

$$\delta w_{ek} = \delta r_{vk}^+ / \lambda_{ek} \quad (k=1, 2, 3) \quad (51)$$

$$\lambda_{mi} = \{(\varepsilon_{mi} / \varepsilon_0)^2 + DOPB_{i4}\}^{1/2} \quad (i=1, \dots, G) \quad (52)$$

$$\lambda_{ek} = [DOPV_k^2 + \{(\varepsilon_{atL} \delta r_{vk}^+ / \Delta t_L)^2 \\ + (\Delta t_L \varepsilon_{vk})^2 / \varepsilon_0^2\}^{1/2}] \quad \{k=1, 2, 3\} \quad (53)$$

で表される。ただし、 ε_0 は観測誤差の標準偏差を無次元化するための基準値であり、代表的な観測誤差の標準偏差が選ばれる。 ε_{mi} 及び ε_{atL} は経路差測定誤差及び従局クロック誤差の標準偏差、 ε_{atL} 及び ε_{vk} は Δt_L 及び v_v の誤差の標準偏差、 δr_{vk}^+ は $\delta \mathbf{r}_v^+$ の k 成分、 λ_{mi} 及び λ_{ek} は標準偏差を無次元化した誤差比例係数であり、最小2乗法の重み係数となる。 $DOPB_{i4}$ は前項で求められた同期偏位の劣化指数、 $DOPV_k$ は

$$DOPV_k = \{(\mathbf{H}^T \mathbf{H})_{kk}^{-1}\}^{1/2} \quad (k=1, 2, 3) \quad (54)$$

より求められる測位劣化指数¹¹⁾である。このように3.1項と同様、 δq_{mi} 及び δr_{vk}^+ の誤差比例係数 λ_{mi} 及び λ_{ek} は、最新の観測更新時での測位劣化指数や時間更新中に生じる誤差の標準偏差を自乗和の形式で加算したものとなる。

ところで、第2章で述べたように、 $\mathbf{n}_i$ は主局での宇宙機の方角ベクトル $\mathbf{n}_c$ に概ね直角な単位ベクトルであるため、(54)式を用いて $\mathbf{n}_c$ の方向（この方向で $k=1$ とする）の劣化指数を求めると $DOPV_1 = \lambda_{e1}$ となり、(53)式からわかるように、観測更新の度に推定誤差が増大する。換言すれば、宇宙機のレンジ方向測位は不能である。そこで、主局・宇宙機間レンジを用いるものとして、この測定値を L_{cm} 、(37)式により計算される $\mathbf{L}_c^*$ の絶対値を L_c^* とすれば、この偏差 $\delta L_c (= L_{cm} - L_c^*)$ に対して以下の関係式が得られる。

第4図 受信局と宇宙機の幾何学的関係

$$\mathbf{n}_c \cdot \delta \mathbf{r}_v = \delta L_c \quad (55)$$

従って、(44)式及び(49)式は、

$$\mathbf{H} = [\mathbf{h}_{m1} \cdots \mathbf{h}_{mG} \quad \mathbf{h}_{mL} \quad \mathbf{h}_{e1} \cdots \mathbf{h}_{e3}]^T \quad (56)$$

$$\delta \mathbf{w} = [\delta w_{m1} \cdots \delta w_{mG} \quad \delta w_{mL} \quad \delta w_{e1} \cdots \delta w_{e3}]^T \quad (57)$$

に置き換えることができる。ただし、

$$\mathbf{h}_{mL} = \mathbf{n}_c / \lambda_{mL} \quad (58)$$

$$\delta w_{mL} = -\delta L_c / \lambda_{mL} \quad (59)$$

$$\lambda_{mL} = \varepsilon_{mL} / \varepsilon_0 \quad (60)$$

であり、 ε_{mL} はレンジ測定誤差の標準偏差である。

以上の如きレンジ測定データの使用により、(54)式のレンジ方向の劣化指数は概ね λ_{mL} となる。

4. 測位誤差の定式化

4.1 基線データ推定誤差 基線 i の基線データ推定誤差と経路差測定誤差、主局の位置決定誤差及び測距衛星の位置決定誤差との関係は(1)式の変分より求められ、以下の関係式で表される。

$$\mathbf{m}_{ij} \cdot \delta \mathbf{b}_i + \delta \tau_i = (\delta \mathbf{z}_{Ti})_j \quad (61)$$

ここで、上式の右辺は(5)式の経路差誤差に主局位置ベクトル及び測距衛星位置ベクトルの誤差の影響を加えた等価的総経路差誤差であり、

$$(\delta \mathbf{z}_{Ti})_j = -\delta \rho_{ij} + (\mathbf{b}_i \cdot \delta \mathbf{g}_c - \mathbf{M}_{ij} \cdot \delta \mathbf{r}_j) / K_{ij} \quad (62)$$

$$\mathbf{M}_{ij} = \mathbf{b}_i + \rho_{ij}(\mathbf{r}_j - \mathbf{g}_c) / |\mathbf{r}_j - \mathbf{g}_c| \quad (63)$$

である。ただし、 $\delta \rho_{ij}$ は経路差測定ノイズ、 K_{ij} は(7)式で定義されるベクトル $\mathbf{K}_{ij}$ の絶対値で、衛星・受信局間の距離、 $\mathbf{M}_{ij}$ は基線 i の従局と衛星 j を結ぶ方向に概ね直角なベクトルで、主局での衛星 j の天頂角を θ_{cj} 、 $\mathbf{b}_i$ の絶対値を b_i とすれば、その大きさは概ね $b_i \cos \theta_{cj}$ である。従って、主局及び測距衛星の位置決定誤差の b_i / K_{ij} 倍が基線データ誤差の最大値となる。このように基線長 b_i や衛星高度（概ね K_{ij} に相当）によって、衛星及び主局の位置決定と経路差測定に対する精度要求が異なってくる。

次に、基線データの推定精度は測距衛星の配置関係にも影響を受け、基線データ誤差は経路差誤差に(28)式で計算される測位劣化指数を掛けた値となる。

3.1項を参考にすれば、基線データと測定データの関係は(15)式で表されるから、 $\delta \mathbf{z}_i$ の共分散行列 $\mathbf{R}_i$ を $\sigma_{zi}^2 \mathbf{I}_i$ ($\mathbf{I}_i$: 単位行列) とすれば、 $\delta \mathbf{x}_i$ の共分散行列 $\mathbf{P}_i$ は次式で表される。

$$\mathbf{P}_i = \sigma_{zi}^2 \{(\mathbf{S}_i^T \mathbf{S}_i)^{-1}\}^T \quad (64)$$

従って、すべての測定値に対する経路差総合誤差の標準偏差が等しくなるようにスケールアップされておれば、基線データ誤差の標準偏差は(28)式から求められる測位劣化指数に σ_{zi} を掛けた値となる。

次に、(26)式の σ_{mij} がすべて等しく、かつ σ_{i0} を σ_{mij} の代表値と置けば、基線データ誤差の各成分の標

第5図 天頂角と基線データ推定精度の関係

準偏差 $\sigma(\delta b_{ik})$ 及び $\sigma(\delta \tau_i)$ は次式で表される。

$$\sigma(\delta b_{ik}) = DOPB_{ik} \times \sigma_{i0} \quad (k=1, 2, 3) \quad (65)$$

$$\sigma(\delta \tau_i) = DOPB_{i4} \times \sigma_{i0} \quad (66)$$

簡便のため、付録に上記の測位劣化指数の近似式を示す。

以上より、(62)式の経路差総合誤差 $(\delta \mathbf{z}_{Ti})_j$ の標準偏差 σ_{i0} が定まれば、基線データ誤差の標準偏差は(65)、(66)式より求められる。そこで、経路差測定ノイズ $\delta \rho_{ij}$ の標準偏差の代表値を σ_{ni} 、 $\delta \mathbf{g}_c$ の基線ベクトル $\mathbf{b}_i$ に平行な成分の標準偏差を σ_{gi} 、 $\delta \mathbf{r}_j$ の方向ベクトル $\mathbf{m}_{ij}$ に直角な成分の標準偏差の代表値を σ_{ri} 、 K_{ij} の代表値を K_{i0} とすれば、経路差総合誤差の代表値 σ_{i0} は以下の式で表される。

$$\sigma_{i0} = \{\sigma_{ni}^2 + (b_i / K_{i0})^2 (\sigma_{gi}^2 + \sigma_{ri}^2)\}^{1/2} \quad (67)$$

第5図は、 $b_i / K_{i0} = 0.05$ 、 $\sigma_{ni} = 0.02$ m で、 σ_{ri} 及び σ_{gi} をどちらも 1 m または 0.2 m とした場合の天頂角と基線データの推定精度との関係を示したものである。4基の衛星は1基が天頂に、残り3基は同じ天頂角で120度間隔に配置されているものとしている。従って、付録(A10)～(A13)式が適用できる。図中の σ_0 及び σ_i (添字 i を省略) はそれぞれ基線ベクトル誤差半径及び同期偏位誤差の標準偏差である。この図によれば、天頂角が45度で、 $\sigma_{ri} = \sigma_{gi} = 1$ m のとき、 σ_0 及び σ_i はそれぞれ 0.3 m 及び 0.2 m、 $\sigma_{ri} = \sigma_{gi} = 0.2$ m になれば、それぞれ 0.1 m 及び 0.08 m となる。従って、1千 km 以上の超長基線を用いた干渉測位では、測距衛星及び主局の位置精度の高精度化は基線データ推定精度の向上に効果的である。基線長が5千 km 級になれば、 $b_i / K_{i0} = 0.25$ となるから、 σ_{ri} 及び σ_{gi} の基線データ推定精度への影響はさらに強くなる。

第1表に、基線データ推定精度の算出条件と精度解析の一例を示す。ただし、基線長 b_i を1千 km、電波源にGPS衛星を用いるとして電波源・受信局間距離の代表値 K_{i0} を2万 km、4衛星の配置は付録

第1表 基線データ誤差解析例

基線データ誤差関連項目	記号	解析数値例	備考
基線長	b_i	1000 km	(以下、各基線に対し共通)
電波源・受信局間距離	K_{i0}	20000 km	GPS 衛星の軌道高度
経路差測定誤差	σ_{ni}	0.02 m	電波干渉観測による
地上局位置ベクトル誤差	σ_{gi}	1.0 m	(測位基準の定義と関連)
電波源位置ベクトル誤差	σ_{ri}	1.0 m	衛星軌道決定精度による
衛星電波経路差総合誤差	σ_{i0}	0.073 m	(67)式による
3次元半径測位劣化指数	$DOPB_{iR}$	4.26	$\theta_{i0}=45$ 度
同期偏位測位劣化指数	$DOPB_{i4}$	3.12	付録(A 10)～(A 13)式による
基線ベクトル誤差	σ_b	0.31 m	(65)式による
同期偏位誤差	σ_t	0.23 m	(66)式による

(A 10)～(A 13)式が適用できるものとし、 $\theta_{i0}=45$ 度とする。

4.2 宇宙機位置ベクトル推定誤差 ここでは、主局から方位が均等な間隔で延びる3本以上の基線で測定した宇宙機送出電波の経路差と、主局・宇宙機間双方向通信により測定した主局・宇宙機間レンジを用いた測位方式の推定精度について検討する。

(32)式及び(55)式を参考にすれば、宇宙機位置ベクトルの推定精度 δr_v と経路差測定誤差 δq_i 、レンジ測定誤差 δL_c 等との関係は

$$n_i \cdot \delta r_v = (\delta w_T)_i \quad (i=1, 2, \dots, G) \quad (68)$$

$$n_c \cdot \delta r_v = \delta L_c + n_c \cdot \delta g_c \quad (69)$$

$$(\delta w_T)_i = -(L_i/N_i)(\delta q_i + \delta \tau_i) + n_i \cdot \delta g_c - L_i \cdot \delta b_i / N_i \quad (70)$$

$$N_i = |N_i| = |b_i + q_i L_c / L_c| \quad (71)$$

で表される。また簡便のため、クロック誤差や同期偏位誤差は一括して等価的な基線方向距離の総合誤差として取扱い、(52)式を $\varepsilon_{mi} = \varepsilon_0$ 、 $\lambda_{mi} = 1$ 、かつ宇宙機位置ベクトルの時間更新を行わないものとして λ_{ei} を無限大とすれば、(42)～(60)式は

$$\delta r_v = (H^T H)^{-1} H^T \delta w \quad (72)$$

$$H = [n_1 \cdots n_G \quad n_c / \lambda_{mL}]^T \quad (73)$$

$$\delta w = [\delta w_{m1} \cdots \delta w_{mG} \quad \delta w_{mL}]^T \quad (74)$$

$$\lambda_{mL} = \varepsilon_{mL} / \varepsilon_0 \quad (75)$$

に簡略化される。そこで、(54)式で表される測位劣化指数 $DOPV_k$ の $k=1$ を主局から宇宙機への方向、 $k=2, 3$ をこれに直角な方向とする座標軸で定義すれば、近似的に

$$DOPV_1 = \lambda_{mL} \quad (76)$$

$$DOPV_2 = DOPV_3 = (2/G)^{1/2} \quad (77)$$

が得られる。ただし、 λ_{mL} はレンジ測定誤差の比例係数、 G は適用基線数である。

従って、宇宙機位置ベクトル誤差の標準偏差 ε_{rk} は次式より求められる。

$$\varepsilon_{rk} = DOPV_k \times \varepsilon_0 \quad (78)$$

$$\varepsilon_0 = \{ (L/N)^2 (\varepsilon_n^2 + \sigma_b^2 + \sigma_t^2) + \varepsilon_{gN}^2 \}^{1/2} \quad (79)$$

ただし、 ε_0 は(68)式右辺の等価的基線方向距離総合誤差の代表的な標準偏差、 ε_n は経路差測定ノイズ δq_i の標準偏差、 σ_b は δb_i の単位ベクトル n_c に平行な成分の標準偏差、 σ_t は $\delta \tau_i$ の標準偏差、 ε_{gN} は δg_c の n_c に直角な成分の標準偏差、 L 及び N は L_i 及び N_i の代表値である。同様に、 ε_{mL} を主局・宇宙機間レンジ L_{cm} の測定誤差の標準偏差、 ε_{gL} を δg_c の n_c に平行な成分の標準偏差とすれば、(69)式右辺の標準偏差 ε_{L0} は

$$\varepsilon_{L0} = (\varepsilon_{mL}^2 + \varepsilon_{gL}^2)^{1/2} \quad (80)$$

となる。従って、それぞれの誤差要素の位置ベクトル誤差に対する影響度が同程度となるような条件を許容して $\varepsilon_{L0} = \varepsilon_0$ とすれば、(79)式と(80)式の右辺の比較により、レンジ測定誤差や主局位置決定誤差は基線データ誤差や経路差測定誤差の L/N 倍程度は許容されることがわかる。そこで測定精度の条件として、 $\sigma_b = \sigma_t = \varepsilon_n$ 、 $\varepsilon_{mL} = \varepsilon_{gL} = \varepsilon_{gN}$ とし、それぞれの誤差要素の影響度と上記2式の総合標準偏差が等しくなる誤差配分条件を求めれば、

$$\varepsilon_{mL} = 3^{1/2} (L/N) \sigma_b \quad (81)$$

となる。ここで、 $N=1$ 千 km、月近傍での測位を前提として $L=38$ 万 km とすれば、 $\varepsilon_{mL} = 6.6 \times 10^2 \times \sigma_b$ である。従って、 L_{cm} を測定精度を高めても、測位精度の向上にほとんど効果がない。言い換えれば、例えば基線データの誤差は L_{cm} の誤差の数百倍の影響があることがわかる。

第6図は基線測定精度と宇宙機測位精度の関係を示したものである。ただし、 σ_b 以外の誤差要素はすべて零とし、 $L/N=36, 120, 380$ 及び 1200 の4ケースについて図示した。この図によれば、月近傍でのレンジ直角方向測位誤差半径を 100 m 程度にするには、基線誤差を 0.2 m 程度に抑えなければならないことがわかる。また第5図によれば、 $\sigma_r = \sigma_g = 1$ m で天頂角 60 度のとき、 $\sigma_b = 0.2$ m、 $\sigma_t = 0.1$ m、さらに $\varepsilon_n =$

第6図 基線データ誤差と宇宙機測位誤差の関係

0.02 m, $\epsilon_{\theta N}=1$ m なる条件を付加すれば, (79) 式より $\epsilon_0=85$ m であるから, 直角方向測位誤差半径は約 100 m となる. このように, 経路差を数センチのオーダーで精密に測定することができる場合, 測位誤差の主要な要因は基線データ誤差となる.

5. 測位精度の解析的検討

5.1 月近傍での測位精度 位置の既知なる 3 つ以上の測距基準点から宇宙機までのレンジを測定して宇宙機の位置を算出する幾何学的な測位方式では, レンジに直角方向の測位誤差は, 宇宙機から見て測距基準点が分布する範囲の広がり角に反比例するため, 測距基準点として地上局だけでなく, 例えば地球同期衛星を併用して, 測位精度を高めることが考えられる²⁾.

今, 宇宙機と 3 つの測距基準点との距離が概ね等しく, 3 つの測距基準点で形成された三角形を底面とする 4 面体を考える. 宇宙機から測距基準点及び底面三角形の中心に向かう 2 つのベクトルの成す広がり角を ϕ , すべての誤差要素を等価的なレンジ測定誤差に変換して, この標準偏差を ϵ_{rz} とすれば, レンジ方向測位誤差の標準偏差 ϵ_{rL} 及びこれに直角方向の測位誤差の標準偏差 ϵ_{rN} は

$$\epsilon_{rL} = \{(1/3)^{1/2} / \cos \phi\} \times \epsilon_{rz} \quad (82)$$

$$\epsilon_{rN} = \{(4/3)^{1/2} / \sin \phi\} \times \epsilon_{rz} \quad (83)$$

で表される¹⁰⁾. 従って, 例えば 3 つの地上局を通る円の半径が 5 千 km となるような地上局配置でも, 月近傍の測位では, $\phi \approx 0.7$ 度となるため, ϵ_{rN} は月の近傍で ϵ_{rz} の約 90 倍となる.

測距基準点として複数の地球同期衛星を用いれば広がり角 ϕ が大きくなり, 測位精度が向上するはずである. しかし, 衛星軌道を精密に決定するためには, 少なくとも 3 つの測距基準点での精密レンジ測定が必要になる. そこで, 衛星のレンジ測定誤差の標準偏差を σ_{rz} , 地上局・宇宙機間距離を L , 地上局の広がり距離を b として, 宇宙機の直角方向位置誤差の標準

偏差 ϵ_{rN} を求めれば, 測距基準点が 3 つの場合で,

$$\epsilon_{rN} = (4/3)^{1/2} \times (L/b) \times \sigma_{rz} \quad (84)$$

となる²⁾. 即ち, 測位精度は衛星の広がり角に無関係であり, 宇宙機から見た地上局の広がり角に左右される. また, (83) 式の $\sin \phi$ は b/L にほぼ等しいから, レンジ測定誤差が同程度であれば, どちらの測位方式でも直角方向測位誤差は同程度になることがわかる. 従って, 地球よりさらに遠く隔てた宇宙機の航法に対しては, 精密に方向ベクトルの知られた天体電波源を併用するデルタ VLBI 航法³⁾が適用される.

デルタ VLBI 航法では, 基線両端の地上局で天体電波源及び宇宙機から到達する電波を受信して, 地上局の時刻基準のずれを除去した経路差を測定する. このため, 地上局間の時刻基準を同期させる必要がない. また, 序論で述べたように, 経路差はレンジよりも高い精度で測定できるため, 基線ベクトルが精密に測定されておれば, 経路差から求められる方向ベクトルの測定精度は千分の数秒角となり, 月近傍で数 m の測位精度が得られる. 即ち, 天体電波源の方向ベクトル及びその誤差を u_q 及び δu_q , 2 つの地上局から宇宙機に向かう方向ベクトルを u_1 及び u_2 , 経路差測定誤差を δq , 地上 2 局の位置ベクトルを g_1 及び g_2 , それらの誤差を δg_1 及び δg_2 とすれば, 測位誤差 δr_v は

$$\begin{aligned} (u_2 - u_1) \cdot \delta r_v = & \delta q + (g_1 - g_2) \cdot \delta u_q \\ & + (u_q - u_1) \cdot \delta g_1 - (u_q - u_2) \cdot \delta g_2 \end{aligned} \quad (85)$$

となる⁶⁾. 従って, 宇宙機方向近傍の天体電波源を用いれば, (85) 式右辺の地上局位置誤差の項は無視できるから, 複数の基線に対する経路差を測定するか, または 1 つの基線で経路差を時系列に測定すると共に, 宇宙機までのレンジ L を測定することにより, 高精度な測位が可能となる. 3 本の基線に対する経路差を使用するデルタ VLBI 航法の場合, 宇宙機の位置誤差の標準偏差は

$$\epsilon_{rL} = \epsilon_{mL} \quad (86)$$

$$\epsilon_{rN} = (L/b) \{ (4/3) \times (\epsilon_d^2 + \epsilon_q^2) \}^{1/2} \quad (87)$$

で表される. ただし, ϵ_{mL} , ϵ_d 及び ϵ_q はそれぞれレンジ測定誤差, 経路差測定誤差及び天体電波源の方向ベクトル誤差と基線ベクトルの内積の標準偏差である. 従って, デルタ VLBI 航法では経路差及び基線ベクトルの測定誤差が測定誤差の主要な要因となる. 例えば, 基線長 b を 5 千 km とすれば, ϵ_d 及び ϵ_q がともに 0.05 m であっても, 月近傍でのレンジに直角方向の測位精度は約 6 m となる.

ところで, 天体電波源の電波を受信する VLBI は大がかりな設備が必要であるため, この論文では, ま

第2表 測位誤差解析例

測位誤差関連項目	記号	解析数値例		備考
基線長	b	1000 km		(以下、代表値とする)
地上局・宇宙機間レンジ	L	38 万 km		月近傍を想定
宇宙機仰角	γ	60 度		地上主局から見た仰角
誤差増幅係数	L/N	438		$N = b \sin \gamma$
宇宙機電波経路差測定誤差	ε_n	0.1 m		時刻同期観測による
衛星電波経路差総合誤差	σ_0	0.073 m	0.024 m	第1表の σ_{i0} の代表値
3次元半径測位劣化指数	$DOPB_R$	4.26		第1表の $DOPB_{iR}$ の代表値
同期偏位測位劣化指数	$DOPB_A$	3.12		第1表の $DOPB_{iA}$ の代表値
直角方向半径測位誤差	ε_{rN}	201 m	82 m	(88)式による
レンジ方向測位誤差	ε_{rL}	ε_{mL}		レンジ測定精度と同等

ず GPS 衛星の電波を用いた電波干渉測位によって複数の超長基線ベクトルと両端の時刻基準のずれを求め、次に、上記の超長基線上で測定した宇宙機からの電波の線路差を測定することにより宇宙機位置を算出することとした。この場合、レンジに直角方向の測位誤差の標準偏差 ε_{rN} は(65)～(67)、付録(A10)～(A13)、(78)～(80)式より、近似的に以下の関係式で表される。

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rN} &= (4/3)^{1/2} \times (L/N) [\varepsilon_n^2 + \chi^2 \sigma_0^2]^{1/2} \\ &= (4/3)^{1/2} \times (L/b \sin \gamma) [\varepsilon_n^2 + \chi^2 \{\sigma_n^2 + (b/K)^2 \times (\sigma_\theta^2 + \sigma_r^2)\}]^{1/2} \end{aligned} \quad (88)$$

$$\begin{aligned} \chi &= (\sum DOPB_{ik}^2)^{1/2} \\ &= \{(4/3)/\sin^2 \theta + (5/3 + \cos^2 \theta)/(1 - \cos \theta)^2\}^{1/2} \end{aligned} \quad (89)$$

ただし、 $\sum$ は $k=1 \sim 4$ の加算を意味する。 σ_n , σ_0 , σ_g , σ_r , b , K 及び θ はそれぞれ σ_{ni} , σ_{i0} , σ_{gi} , σ_{ri} , b_i , K_{i0} 及び θ_{i0} の代表値であり、添字 i が省略されている。 γ は主局から見た宇宙機の仰角である。また、 ε_{rN} の上限を求めるため、 χ として付録(A10)～(A13)式の4つの測位劣化指数の自乗和の平方根を採用した。

ここで、宇宙機は月近傍に位置するものとして、 $L=38$ 万 km, GPS 衛星を測距基準点に使用するものとして $K=2$ 万 km, $\sin \gamma=1$, 基線長として $b=1$ 千 km を適用するものとするれば、

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rN} &= 4.4 \times 10^2 \times [\varepsilon_n^2 + \chi^2 \{\sigma_n^2 + 0.05^2 \times (\sigma_\theta^2 + \sigma_r^2)\}]^{1/2} \end{aligned} \quad (90)$$

である。

第2表は、レンジに直角な方向の測位誤差を算出する条件とその解析結果の一例を示したものである。

以上の検討によれば、天体電波源を用いない電波干渉測位では月近傍で 100 m 程度の測位精度が達成できるが、この精度は測距基準点となる衛星の軌道高度や位置決定精度に強く依存している。もし、月近傍で 10 m 級の測位を行おうとすれば、経路差測定誤差 ε_n ,

σ_n 等は 1 cm 以下、GPS 軌道決定や主局位置決定の誤差 σ_r , σ_g は概ね 5 cm でなければならない。また、基線データの更新間隔を広げようと思えば、地上局クロックの安定性も要求される。

5.2 基線データ推定誤差の収束性 (88)式に見られるように、宇宙機の測位精度は基線データ推定の測位劣化指数 χ に左右される。 χ は衛星配置の天頂角 θ の関数であり、(89)式によれば、 $\theta=10 \sim 80$ 度で $\chi=100 \sim 2$ と変化する。第7図は、(88)式及び(89)式を用いて、 θ と各誤差要素による直角方向誤差半径との関係を図示したものである。ただし、 $\varepsilon_n=0.02$ m, $\sigma_n=0.01$ m, $\sigma_g=0.5$ m, $\sigma_r=1$ m とした。この図を参考にすれば、 $\theta=60$ 度での上記誤差要素による直角方向誤差半径の総和の標準偏差 ε_{rN} は約 80 m であるが、 σ_g 及び σ_r をそれぞれ 0.2 m 及び 0.5 m にまで向上させるだけで ε_{rN} が半減し、約 40 m となる。

ところで、地上局が不動、かつ地上局の時刻基準の変動がある程度予測可能であれば、(8)式及び(9)式で表される基線データの観測更新毎の偏差から予想される誤差の標準偏差 σ_{eik} を(27)式に代入して重み係数 χ_{eik} を更新し、付録(A1)～(A4)式の測位劣化指数を更新することができる。ここで、 σ_{i0} として σ_{mij} の代表値を選べば、 σ_{i0} は単に経路差誤差ではなく、(62)式で表されるように、衛星位置誤差や主局位置誤差を含む有効経路差誤差の標準偏差である。そして、 δb_{ik}^+ 及び $\delta \tau_i^+$ に含まれる誤差の標準偏差 σ_{eik} と有効経路差誤差の標準偏差 σ_{mij} との比率 $\sigma_{eik}/\sigma_{mij}$ が小さいほど、測位劣化指数 χ は小さな値に収束し、基線データ推定誤差も減少する。

第8図には、 $\sigma_{mij}=\sigma_{i0}=\sigma_0(\chi_{mij}=1)$ として、 $\theta=60$ 度、 $K=2$ 万 km, $b=1$ 千 km, $L=10$ 万 km または 38 万 km のときの ε_{rN} の収束の過程を示す。ただし、 $\sigma_n=0.01$ m, $\sigma_g=0.5$ m, $\sigma_r=1$ m, $\varepsilon_n=0.02$ m, $\varepsilon_{gL}=\varepsilon_{rN}=0.5$ m とした。このとき、 σ_{i0} は(67)式より 0.057 m となる。図中の χ は σ_{eik}/σ_{i0} であり、 χ が

第3表 月軌道宇宙機の100 m 級測位達成条件

項目	記号	条件等 (数値例)	備考
基線長・電波源レンジ比	b/K	0.05 以下	基線長 1 千 km, 衛星高度 2 万 km
電波源位置ベクトル決定精度	σ_r	0.7 m 以下	概ねレンジ直角方向誤差成分
地上主局位置ベクトル決定精度	σ_g	0.7 m 以下	概ね基線ベクトル方向誤差成分
電波源電波経路差測定精度	σ_n	0.03 m 以下	衛星・地上局間経路差測定
宇宙機電波経路差測定精度	ε_n	0.1 m 以下	宇宙機・地上局間経路差測定
宇宙機レンジ測定精度	ε_{mL}	5 m 以下	影響度無視できる程度の数値
測位劣化指数の総合値 (GDOP)	χ	5 以下	電波源衛星広がり角 $\theta=60$ 度

第7図 各誤差要素に対する宇宙機測位誤差

第8図 宇宙機測位推定誤差の収束性

小さい, 即ち時間更新の誤差が小さいほど測位誤差は小さな値に収束する。また, 測位誤差は概ねレンジに比例する。参考に, $L=38$ 万 km, $\chi=0.25$ (即ち $\sigma_{eik}=0.014$ m) の場合に注目すれば, 直角方向測位誤差の標準偏差 ε_{rN} は, 5, 6 回の観測更新によって, 約 75 m から約 1/3 に減少することがわかる。ただし, 推定誤差の収束性は, 経路差測定誤差が不規則に変動する連続的な時間関数であれば, その自己相関関数の性質に左右される。第8図の収束性は, この相関時間が観測更新時間間隔に比較して十分に短い場合であって, 相関時間の増加と共に収束性は劣化する。

6. 結 論

月軌道宇宙機等の地球からの簡易な測位方式として, 複数の基線の両端にある地上局で測定した経路差を用いる実時間測位方式について考察した。複数の GPS 衛星の測距電波を用いて, 地上局間の基線ベクトルと同期偏位を決定し, かつ適切な頻度で時刻基準のずれを更新すれば, 宇宙機電波の受信のみで連続測位が可能となることを示すと共に, これら基線データや経路差の測定精度と測位精度の関係を解析的に明らかにした。測位精度は基線データの測定精度に強く影響を受け, 数 m から数十 m の測位精度を達成するには, 基線データを数 cm から数十 cm の精度で決定しなければならない。また, 100 m 級の測位を行う場合でも, GPS 衛星の軌道決定誤差は 1 m 以下でなければならないため, このような測位システムを構築するためには GPS 衛星の精密軌道決定は不可欠である。

第5章で考察したように, どのような測位方式でも, その精度は測距基準となる地上局或いは衛星の位置や方向ベクトルの決定精度に左右される。そして, 干渉観測により経路差を数 cm の精度で測定しても, 例えば測距基準の位置決定誤差が 1 m であれば, それだけで月近傍での測位誤差は数十 m となる。即ち, 第4章の(79)式からも明らかのように, 数 cm の精度の基線データが与えられなければ, 電波干渉法を用いても, 数 m 級の精度の宇宙測位は不可能である。基線データの精度が劣るのであれば, 複数の地上局と宇宙機間の実レンジ測定値を使用する3次元同期型測位方式²⁾で充分であり, その測位精度は連続測位で 100 m 程度となることが示された。参考のため第3表には, 基線長が 1 千 km の場合で, 月近傍での測位精度が概ね 100 m となる測定条件等をまとめる。

測位精度のさらなる向上が必要な場合, 電波干渉法による基線データの高精度化は不可欠である。火星探査等のさらに遠方の宇宙測位には, 天体電波源を用いたデルタ VLBI 測位が適用できるが, 測位情報の実時間性はますます失われる。その点においても, 宇宙

機の飛行を地球から実時間で管制することのできる範囲は月近傍までであろう。いずれにせよ、実時間性と高精度測位の要求は相反するものであり、どちらもミッションに制約を課するものとなる。

参 考 文 献

- 1) 日本測地学会：GPS；人工衛星による精密測位システム，日本測量協会，1986.
- 2) 山脇功次：地球・月間宇宙航行のための衛星利用航法について，日本航空宇宙学会誌，42 (1994)，pp. 309-318.
- 3) 市川 勉，加藤隆二：ΔVLBI 航法について，電子情報通信学会，信学技報，SANE93-106 (1994)，pp. 41-46.
- 4) 藤原道良，杉本末雄：GPS 利用による基線長の推定アルゴリズム，システム制御情報学会論文誌，8 (1995)，pp. 17-24.
- 5) 鈴木義一郎：例解多変量解析，実教出版，1983.
- 6) 塩見 正，河野宣之：VLBI による静止衛星の高精度軌道決定，日本航空宇宙学会誌，35 (1987)，pp. 425-432.
- 7) 片山 徹：応用カルマンフィルタ，朝倉書店，1983.
- 8) 山脇功次：衛星測位アルゴリズムの統合とその運用効果，日本航空宇宙学会誌，41 (1993)，pp. 472-481.
- 9) 山脇功次：GPS による陸上航法の機能強化について，日本航空宇宙学会誌，41 (1994)，pp. 655-664.
- 10) 山脇功次：ユーザクロック同期型衛星測位方式，日本航空宇宙学会誌，39 (1991)，pp. 171-179.
- 11) 山脇功次：最小 2 乗法に基づく衛星測位の精度解析，日本航空宇宙学会誌，40 (1992)，pp. 543-552.

付録：測位劣化指数 (DOP) の関係式

便宜上， $k=1$ を鉛直方向， $k=2$ 及び 3 を水平方向， $k=4$ を同期偏位に関する成分を示すものとして各軸の測位劣化指数の近似式を以下に示す⁷⁾。

$$DOP_{i1} = 1 / \{ N_i \beta_i^2 + 1 / \chi_{ei1}^2 + (\alpha_i^2 / \chi_{ei4}^2) / (1 + 1 / N_i \chi_{ei4}^2) \}^{1/2} \quad (A 1)$$

$$DOP_{i2} = 2^{1/2} / \{ N_i (1 - \alpha_i^2 - \beta_i^2) + 2 / \chi_{ei2}^2 \}^{1/2} \quad (A 2)$$

$$DOP_{i3} = 2^{1/2} / \{ N_i (1 - \alpha_i^2 - \beta_i^2) + 2 / \chi_{ei3}^2 \}^{1/2} \quad (A 3)$$

$$DOP_{i4} = 1 / \{ 1 / \chi_{ei4}^2 + (N_i \beta_i^2 + 1 / \chi_{ei1}^2) / (\alpha_i^2 + \beta_i^2 + 1 / N_i \chi_{ei1}^2) \}^{1/2} \quad (A 4)$$

$$\alpha_i = (1 / N_i) \sum \cos \theta_{ij} \quad (A 5)$$

$$\beta_i = \{ (1 / N_i) \sum \cos^2 \theta_{ij} - \alpha_i^2 \}^{1/2} \quad (A 6)$$

ただし簡便のため，本文(26)式の σ_{mij} はすべて σ_{i0} に等しく，従って $\chi_{mij}=1$ とした。また， N_i は適用衛星数， θ_{ij} は測距衛星 j の従局 i での天頂角， $\sum$ は $j=1 \sim N_i$ の加算を意味する。

上式は第3章で定式化した状態変数の時間更新の効果を検討した場合の測位劣化指数であり，これらを本文(27)式の更新時に繰返し適用すれば，第5章で具体例を示したように，観測更新毎に測位精度が向上する。これが第2章で述べた重み係数可変型最小 2 乗法の効果である。

重み係数を更新しない最小 2 乗法では，上式の χ_{eik} を無限大と置くことによって得られ⁹⁾，

$$DOP_{i1} = 1 / (N_i \beta_i^2)^{1/2} \quad (A 7)$$

$$DOP_{i2} = DOP_{i3} = 2^{1/2} \{ N_i (1 - \alpha_i^2 - \beta_i^2) \}^{1/2} \quad (A 8)$$

$$DOP_{i4} = \{ (\alpha_i^2 + \beta_i^2) / (N_i \beta_i^2) \}^{1/2} \quad (A 9)$$

となる。即ち，過去の観測から得られた測位情報を適用しないことになる。

さらに，天頂近傍に 1 基，天頂角が θ_{i0} で方位 120 度間隔に 3 基の測距衛星が配置されている典型的な場合，

$$DOP_{i1} = (4/3)^{1/2} / (1 - \cos \theta_{i0}) \quad (A 10)$$

$$DOP_{i2} = DOP_{i3} = (2/3)^{1/2} / \sin \theta_{i0} \quad (A 11)$$

$$DOP_{iR} = (DOP_{i1}^2 + DOP_{i2}^2 + DOP_{i3}^2)^{1/2} \quad (A 12)$$

$$DOP_{i4} = (1/3 + \cos^2 \theta_{i0})^{1/2} / (1 - \cos \theta_{i0}) \quad (A 13)$$

となり，電波源の配置と測位精度の関係が得られる。