逆ダイナミクス変換による再突入機の非線形制御^{*1}

Nonlinear Flight Control for a Reentry Vehicle Using Inverse Dynamics Transformation

砂 沢 作 司^{*2}・太 田 裕 文^{*3}

Sakushi SUNASAWA and Hirobumi OHTA

Key Words: Nonlinear Control, Inverse Dynamics Transformation, Singular Perturbation Method**Abstract**

A feedback system for aircraft nonlinear equations of motion is designed in this paper without using linear approximation. The design method is based on inverse dynamics transformation and singular perturbation theory, and enables us to control the nonlinear dynamics directly. This leads to an advantage that the dynamics can be controlled by a single control law through the whole flight envelope. To evaluate and substantiate the design method, ALFLEX (AutoLanding FLight EXperiment) plane is selected, and simulations are given regarding on the time separation between inner and outer loops and on the robustness of modeling errors.

1. は じ め に

ALFLEX (小型自動着陸実験) は有翼無人宇宙往還機である HOPE を実現するために必要な自動着陸技術の飛行実証を行い、設計技術を確認する目的で小型の実験機を使って行う飛行実験である。ALFLEX では実験機は推力を持たず、飛行速度の制御はスピードブレーキを使った抗力幅の狭い制御量で行うことになり、従って大きな進入降下率をとることになる。このため運動範囲が広く、制御において運動の非線形性の影響が大きい。

一般に非線形システムを直接に制御することは難しく、平衡点まわりの第一次線形近似モデルに対して制御系を設計する方法がとられる。このような厳しい条件の機体の制御に、NAL/NASDA では多数遅れモデル/多数設計点法を用いているが^{*)}、線形近似は本来システムの持つ非線形性の情報を無視することになる。

これに対して非線形系を線形近似せず、非線形性の

情報を活かした制御則を確立することは非常に有意義であると考えられる。その一つとして逆ダイナミクス変換及び特異摂動法を用いた非線形制御を取り上げた。この方法では非線形性の情報が生かされるだけでなく、航空機の非線形運動方程式をあたかも線形系であるかのごとくフィードバック制御することができ、1つのシステムに対し1つの制御器を設計すればよいので設計者の負担を軽減できる。逆ダイナミクス変換を用いた非線形制御に関する研究は数多く行われている²⁻⁴⁾。文献2)と3)は逆ダイナミクス変換と特異摂動法を組み合わせ、内部ループと外部ループから成る制御則を求めているが、理論展開が明確でなく、タイムスケール分離や制御則のロバスト性についてはあまり言及されていない。文献4)では逆変換が可能となる被制御変数の選択を主に論じている。従って、本研究では逆ダイナミクス変換を用いた制御則設計法を簡明なアルゴリズムとして表現し、内部と外部ループにタイムスケール分離して、その手法を適用することが実際の制御則を求める上で重要であることを指摘すると共にそのロバスト性を検討する。

本論文は次のように構成される。まず第2節では具体的な航空機の運動方程式を立式する。第3節でその状態ベクトル方程式に対して逆ダイナミクス変換による制御アルゴリズムを示し、第4節でこれを具体的なALFLEXの運動方程式に適用する。第5節では、そのシミュレーション結果を示し、パラメータ変動に対するロバスト性などを評価する。

2. 航空機の運動方程式

ALFLEXの機体では、縦の舵面入力はスピードブレーキ δ_{SB} 、エレベーター δ_e の2つで、横・方向の舵面入力はエルロン δ_a 、ラダー δ_r の2つであるので、被制御変数は縦2変数、横2変数になる。これらの変数は自由に選ぶことができ、参考文献2), 3), 4)で

^{*1} 平成7年11月10日、第33回飛行機シンポジウムで発表。

平成7年12月18日原稿受理

^{*2} 名古屋大学大学院工学研究科

^{*3} 大阪府立大学工学部航空宇宙工学科

は迎角 α , 横滑り角 β , 経路角 γ , 高度 h , 慣性系位置などを選んでいく。ここでは縦は機体固定軸 Z 方向速度 W , ピッチ姿勢角 θ , 横は機体固定軸 Y 方向速度 V , バンク角 ϕ を制御対象とする。

機体固定軸系での航空機の運動方程式は次のような非線形方程式として表される (各状態変数は参考文献 1) による)。

$$\dot{U} = -qW + rV - g \cos \theta + (1/m)X_a \quad (1)$$

$$\dot{V} = -rU + pW + g \cos \theta \sin \phi + (1/m)Y_a \quad (2)$$

$$\dot{W} = -pV + qU + g \cos \theta \cos \phi + (1/m)Z_a \quad (3)$$

$$\dot{\phi} = p + q \sin \phi \tan \theta + r \cos \phi \tan \theta \quad (4)$$

$$\dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi \quad (5)$$

$$\dot{p} = \frac{1}{I_x I_z - I_{xz}^2} \{ I_{xz}(I_z - I_y + I_x)pq - (I_{xz}^2 + I_z^2 - I_y I_z)qr + I_z l + I_{xz} N \} \quad (6)$$

$$\dot{q} = \frac{1}{I_y} \{ -(I_x - I_z)rp - I_{xz}(p^2 - r^2) + M \} \quad (7)$$

$$\dot{r} = \frac{1}{I_x I_z - I_{xz}^2} \{ -I_{xz}(I_z - I_y + I_x)qr + (I_{xz}^2 + I_z^2 - I_x I_y)pq + I_{xz} l + I_x N \} \quad (8)$$

ALFLEX ではスピードブレーキ δ_{SB} , エレベーター δ_e , エルロン δ_a , ラダー δ_r の 4 つの舵面によって機体を制御するので, 運動方程式 (1)~(8) 中の空気力項 X_a, Y_a, Z_a, l, M, N を $\delta_{SB}, \delta_e, \delta_a, \delta_r$ の関数として表す。ここでさらに空力微係数に対して次の仮定をおく。この仮定は今回述べられる制御法を特徴づけるポイントとなり, 後の節で説明される。

- ・エレベーター δ_e , エルロン δ_a , ラダー δ_r はモーメントの項 (l, M, N) にのみ影響し, 力の項 (X_a, Y_a, Z_a) には影響しない。言い換えれば, この 3 つの舵面はモーメントは発生するが, 力は発生しない。

この仮定のうち最も現実離れしたものは, δ_e が力の項には影響しないということで, 実際にはその影響は δ_{SB} が力の項に及ぼす影響よりも大きいほどである。モデリングにおけるこれらの仮定が制御におよぼす影響は後で考察していく。

以上より空気力項は, V_{TAS} を対大気速度, q_0 を動圧 ($=1/2\rho V_{TAS}^2$) とし, また迎角 $\alpha = \tan^{-1}(W/U)$, 横滑り角 $\beta = \sin^{-1}(V/\sqrt{U^2 + V^2 + W^2})$ と記述すると,

$$\begin{aligned} X_a &= q_0 S \{ C_L \sin \alpha - C_D \cos \alpha \} \\ &= q_0 S \{ \{ C_{Lbasic}(\alpha) + \Delta C_L(\delta_{SB}) \} \sin \alpha \\ &\quad - \{ C_{Dbasic}(\alpha) + \Delta C_D(\delta_{SB}) \} \cos \alpha \} \\ Y_a &= q_0 S C_Y = q_0 S \{ C_{Ybasic}(\alpha, \beta) + \Delta C_Y(\delta_{SB}) \} \\ Z_a &= q_0 S \{ -C_L \cos \alpha - C_D \sin \alpha \} \\ &= q_0 S \{ -\{ C_{Lbasic}(\alpha) + \Delta C_L(\delta_{SB}) \} \cos \alpha \\ &\quad - \{ C_{Dbasic}(\alpha) + \Delta C_D(\delta_{SB}) \} \sin \alpha \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} l &= q_0 S b C_l \\ &= q_0 S b \left\{ C_{lbasic}(\alpha, \beta) + \Delta C_l(\delta_e) + \Delta C_l(\delta_a) \right. \\ &\quad \left. + \Delta C_l(\delta_r) + \Delta C_l(\alpha) \frac{pb}{2V_{TAS}} + \Delta C_l(\alpha) \frac{rb}{2V_{TAS}} \right\} \\ M &= q_0 S c C_M \\ &= q_0 S c \left\{ C_{Mbasic}(\alpha) + \Delta C_M(\delta_e) + \Delta C_M(\delta_a) \right. \\ &\quad \left. + \Delta C_M(\delta_r) + \Delta C_M(\alpha) \frac{qc}{2V_{TAS}} \right\} \\ N &= q_0 S b C_N \\ &= q_0 S b \left\{ C_{Nbasic}(\alpha, \beta) + \Delta C_N(\delta_e) + \Delta C_N(\delta_a) \right. \\ &\quad \left. + \Delta C_N(\delta_r) + \Delta C_N(\alpha) \frac{pb}{2V_{TAS}} \right. \\ &\quad \left. + \Delta C_N(\alpha) \frac{rb}{2V_{TAS}} \right\} \end{aligned}$$

ここで用いられる空力微係数は参考文献 1) で各迎角, 舵角対空力微係数の表の形で与えられている。逆ダイナミクス変換の性質上, 表を補間法によってそのまま用いることはできない。そこで表を最小 2 乗フィッティングすることにより定式化した。ここでの注意点は, 舵角の関数である微係数は舵角に対して一次関数となるように定式化したことにある。例えば $\Delta C_L(\delta_{SB})$ ならば,

$$\Delta C_L(\delta_{SB}) = \frac{\partial \Delta C_L}{\partial \delta_{SB}}(\alpha) \times \delta_{SB}$$

となっている。このようにする理由も後の節で説明される。

3. アルゴリズム

この節では, 非線形の運動方程式に対する逆ダイナミクス変換及び特異摂動法を用いた制御則のアルゴリズムを示す。制御対象が航空機の場合には, 制御則を確立するということは, 機体運動の諸量にある目標値に追従させるのに必要な舵面入力 of 計算法を確立することによって換言できる。

まず (2)~(8) 式の運動方程式中の変数に着目する。各変数に追従すべき目標値が与えられた場合に, 相対的に低い速応性を示す重心移動速度 V, W , 姿勢角 θ, ϕ を遅い (slow time scale) 変数, 高い速応性を示す角速度 p, q, r を速い (fast time scale) 変数としてタイムスケール分離する。それぞれの変数に対する非線形運動方程式を次のように簡潔に表現する。

遅い系

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\mathbf{x}) + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{z} + \mathbf{C}(\mathbf{x})\mathbf{u}_1 \quad (9)$$

$$\mathbf{x} = [V \ W \ \theta \ \phi]^T, \quad \mathbf{u}_1 = \delta_{SB}$$

速い系

$$\epsilon \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{D}(\mathbf{x}, \mathbf{u}_1, \mathbf{z}) + \mathbf{E}(\mathbf{x})\mathbf{u}_2 \quad (10)$$

$$z = [p \ q \ r]^T, \quad u_2 = [\delta_e \ \delta_a \ \delta_r]^T$$

ここで ϵ は人工的に導入された正のパラメータであり、(9)、(10)式は $\epsilon \rightarrow 1$ の時、通常の運動方程式を示す。 ϵ が微小な時、上式は特異摂動系となるが、さらに $\epsilon \rightarrow 0$ の時、(10)式左辺 $\rightarrow 0$ となり $\dot{z} \rightarrow 0$ と等価となる。一般に機体の遅い変数 x を舵面入力により制御し、ある平衡状態に安定化させる場合、当然速い変数 z もある一定値となっている。 $\dot{z} \rightarrow 0$ ということは z がある値に収束するのに一切時間がかからないということになる。このような物理的意味をもつ $\epsilon \rightarrow 0$ の系を完全にタイムスケール分離された系と呼ぶが、実際には変数がある値からある値に時間0で移動することはありえない。従って、どの程度のタイムスケール分離が必要であるかは重要な検討課題である。

制御すべき機体が完全にタイムスケール分離された系であるとして(9)、(10)式で $\epsilon \rightarrow 0$ とすると次のように(10)式は代数式(12)となる。

$$\dot{x} = A(x) + B(x)\bar{z} + C(x)u_1 \quad (11)$$

$$0 = D(x, u_1, \bar{z}) + E(x)\bar{u}_2 \quad (12)$$

ここで $\bar{z}$ 、 $\bar{u}_2$ は遅い系での変数の値を示す。

まず遅い系から構成される外部ループ (outer loop) を考える。(11)式で速い変数 $\bar{z}$ を擬似入力とみなすと次のように書き直される。

$$\dot{x} = A(x) + [B(x) \ C(x)] \begin{bmatrix} \bar{z} \\ u_1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

航空機の場合、変数 x に影響を及ぼす入力 $[\bar{z}, u_1]$ を選択すれば、通常 $[B(x) \ C(x)]$ は正則となる。仮にこの行列が正則でない場合には、ランク落ちする x の成分 x_i を微分し、 $\dot{x}_i$ に(13)式右辺を代入する操作を入力項が現れるまで繰り返せばよい。このような変数の選択については文献4)で考察されている。上式に対し一例として比例・積分型(P-I)制御則を

$$\begin{bmatrix} \bar{z} \\ u_1 \end{bmatrix} = [B(x) \ C(x)]^{-1} \cdot \left[-A(x) + K_1(x_c - x) + K_2 \int_0^t (x_c - x) dt \right] \quad (14)$$

と求めて (ここで x_c は x の目標値)、これを(13)式に代入すると

$$\dot{x} = K_1(x_c - x) + K_2 \int_0^t (x_c - x) dt \quad (15)$$

なる線形方程式が得られ、これは第1図に示す状態フィードバック系と等価である。従って、この制御則に対し K_1, K_2 を適切に選び、 $t \rightarrow \infty$ で $x \rightarrow x_c$ に理想的な過渡応答で追従させることができる。このように非線形運動方程式の非線形項を打ち消すような入力を求めることを逆ダイナミクス変換と呼ぶ。

遅い系では、(14)式から得られた速い変数 $\bar{z}$ は、遅い変数を制御するときに速い変数が収束しているべき値であり、完全にタイムスケール分離された系ならば、これは時間0で実現できるとみなし、入力として用いることができると考えている。こうして擬似入力として得られた速い変数が収束すべき値 $\bar{z}$ と、真の入力 u_1 を代数式(12)に代入して、 $E(x)$ が正則であることは航空機の場合、容易に確かめられるので、入力 u_2 が $\bar{u}_2$ と決定される。こうして逆ダイナミクス変換により遅い系では線形系と同様の外部フィードバック制御が設計できた。

次に速い系を考え、内部ループを設計する。この系では仮定上の機体 (完全にタイムスケール分離された系である機体) と実際の機体との速い変数の差をなくす制御を行う。すなわち、仮定では遅いタイムスケール上で速い変数は時間0で目標値 $\bar{z}$ に収束すると仮定しているが、実際にはその目標値に収束するには多少の時間を要する。このため実際の速い変数は目標値との間に差を生じており、この差を u_2 により0に制御する。この誤差についての運動方程式 (境界層方程式) は(10)式から(12)式を引いて

$$\Delta \dot{z} = F(x, u_1, \Delta z) + E(x) \Delta u_2 \quad (16)$$

$$\Delta z = z - \bar{z}, \quad \Delta u_2 = u_2 - \bar{u}_2$$

となる。この計算で、速いタイムスケール中では遅い変数 x は時間的な変化率が相対的に小さいので一定としている。この式より入力を

$$\Delta u_2 = E^{-1}(x) \left[-F(x, u_1, \Delta z) - K_3 \Delta z - K_4 \int_0^t \Delta z dt \right] \quad (17)$$

と逆ダイナミクス変換により求めて、これを(16)式に代入すると

$$\Delta \dot{z} = -K_3 \Delta z - K_4 \int_0^t \Delta z dt \quad (18)$$

なる線形方程式が得られる。従って、遅い系と同様に、この線形系に対する K_3, K_4 の選び方により $t \rightarrow \infty$ で $\Delta z \rightarrow 0$ 、即ち $z \rightarrow \bar{z}$ に理想的な過渡応答で追従させることができる。ただし速い変数の速応性が遅い変数の速応性よりも高くなるように K_3, K_4 を設定する必要がある。

以上、外部ループで u_1 及び $\bar{u}_2$ が得られ、内部ループでは Δu_2 が得られた。すなわち、すべての舵面

第1図 線形化モデル

入力 u_1 及び $u_2 = \bar{u}_2 + \Delta u_2$ が得られたことになり、制御則として完結している。このように強制的特異摂動系に対し、逆ダイナミクス変換を用いて制御系を設計すると、内部及び外部ループ系から成る階層構造を持ち、慣用的な飛行制御系と整合性のある構成が得られる。また繰り返し、逆ダイナミクス変換を適用するため、逆変換の存在のチェックや計算が容易であり、かつ制御対象の力学特性を反映した制御則が求められる。

4. ALFLEX への応用

この節では前節に示した制御則を ALFLEX の具体的な運動方程式に適用する。この制御則を施すために、運動方程式は (9), (10) 式の形式で表される必要があるが、これは第 2 節でなされた空力微係数に関する仮定及びその定式化における工夫により初めて行うことができ、それが次のようになる。

遅い系

$$\begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{W} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \\ 0 & b_{42} & b_{43} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{21} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_{SB} \quad (19)$$

速い系

$$\epsilon \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} \\ d_{21} \\ d_{31} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} \quad (20)$$

(19), (20) 式中の各係数は、

$$a_{11} = g \cos \theta \sin \phi + (1/m) q_0 S C_{Y \text{basic}}(\alpha, \beta)$$

$$a_{21} = g \cos \theta \cos \phi + (1/m) q_0 S \{ -C_{L \text{basic}}(\alpha) \cos \alpha - C_{D \text{basic}}(\alpha) \sin \alpha \}$$

$$b_{11} = W, \quad b_{13} = -U$$

$$b_{21} = -V, \quad b_{22} = U$$

$$b_{31} = 1, \quad b_{32} = \sin \phi \tan \theta, \quad b_{33} = \cos \phi \tan \theta$$

$$b_{42} = \cos \phi, \quad b_{43} = -\sin \phi$$

$$c_{11} = (1/m) q_0 S \frac{\partial \Delta C_Y}{\partial \delta_{SB}}$$

$$c_{21} = (1/m) q_0 S \left\{ -\frac{\partial \Delta C_L}{\partial \delta_{SB}} \cos \alpha - \frac{\partial \Delta C_D}{\partial \delta_{SB}} \sin \alpha \right\}$$

$$d_{11} = I_1 p q + I_2 q r + I_3 \bar{l}' + I_4 \bar{N}'$$

$$d_{21} = I_5 r p + I_6 (\bar{p}^2 - \bar{r}^2) + I_7 \bar{M}'$$

$$d_{31} = I_8 q r + I_9 p q + I_{10} \bar{l}' + I_{11} \bar{N}'$$

$$e_{11} = q_0 S b \left\{ I_3 \frac{\partial \Delta C_L}{\partial \delta_e} + I_4 \frac{\partial \Delta C_N}{\partial \delta_e} \right\}$$

$$e_{12} = q_0 S b \left\{ I_3 \frac{\partial \Delta C_L}{\partial \delta_a} + I_4 \frac{\partial \Delta C_N}{\partial \delta_a} \right\}$$

$$e_{13} = q_0 S b \left\{ I_3 \frac{\partial \Delta C_L}{\partial \delta_r} + I_4 \frac{\partial \Delta C_N}{\partial \delta_r} \right\}$$

$$e_{21} = q_0 S c I_7 \frac{\partial \Delta C_M}{\partial \delta_e}$$

$$e_{22} = q_0 S c I_7 \frac{\partial \Delta C_M}{\partial \delta_a}$$

$$e_{23} = q_0 S c I_7 \frac{\partial \Delta C_M}{\partial \delta_r}$$

$$e_{31} = q_0 S b \left\{ I_{10} \frac{\partial \Delta C_L}{\partial \delta_e} + I_{11} \frac{\partial \Delta C_N}{\partial \delta_e} \right\}$$

$$e_{32} = q_0 S b \left\{ I_{10} \frac{\partial \Delta C_L}{\partial \delta_a} + I_{11} \frac{\partial \Delta C_N}{\partial \delta_a} \right\}$$

$$e_{33} = q_0 S b \left\{ I_{10} \frac{\partial \Delta C_L}{\partial \delta_r} + I_{11} \frac{\partial \Delta C_N}{\partial \delta_r} \right\}$$

ここで、

$$I_1 = \frac{I_{xx}(I_z - I_y + I_x)}{I_x I_z - I_{xz}^2}, \quad I_2 = -\frac{I_{xz}^2 + I_x^2 - I_y I_z}{I_x I_z - I_{xz}^2}$$

$$I_3 = \frac{I_z}{I_x I_z - I_{xz}^2}, \quad I_4 = \frac{I_{xz}}{I_x I_z - I_{xz}^2}, \quad I_5 = \frac{-I_x + I_z}{I_y}$$

$$I_6 = -\frac{I_{xz}}{I_y}, \quad I_7 = \frac{1}{I_y}, \quad I_8 = -I_1$$

$$I_9 = \frac{I_{xz}^2 + I_x^2 - I_x I_y}{I_x I_z - I_{xz}^2}, \quad I_{10} = I_4, \quad I_{11} = \frac{I_x}{I_x I_z - I_{xz}^2}$$

$$\begin{aligned} \bar{l}' &= q_0 S b \left\{ C_{l \text{basic}}(\alpha, \beta) \right. \\ &\quad \left. + \Delta C_l(\alpha) \frac{pb}{2 V_{TAS}} + \Delta C_l(\alpha) \frac{rb}{2 V_{TAS}} \right\} \end{aligned}$$

$$\bar{M}' = q_0 S c \left\{ C_{M \text{basic}}(\alpha) + \Delta C_M(\alpha) \frac{qc}{2 V_{TAS}} \right\}$$

$$\begin{aligned} \bar{N}' &= q_0 S b \left\{ C_{N \text{basic}}(\alpha, \beta) \right. \\ &\quad \left. + \Delta C_N(\alpha) \frac{pb}{2 V_{TAS}} + \Delta C_N(\alpha) \frac{rb}{2 V_{TAS}} \right\} \end{aligned}$$

$\epsilon \rightarrow 0$ でこの運動方程式は次のようになり、これは (13), (12) 式に相当する。

$$\begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{W} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & b_{13} & c_{11} \\ b_{21} & b_{22} & 0 & c_{21} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 \\ 0 & b_{42} & b_{43} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{p} \\ \bar{q} \\ \bar{r} \\ \delta_{SB} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} I_1 \bar{p} \bar{q} + I_2 \bar{q} \bar{r} + I_3 \bar{l}' + I_4 \bar{N}' \\ I_5 \bar{r} \bar{p} + I_6 (\bar{p}^2 - \bar{r}^2) + I_7 \bar{M}' \\ I_8 \bar{q} \bar{r} + I_9 \bar{p} \bar{q} + I_{10} \bar{l}' + I_{11} \bar{N}' \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\delta}_e \\ \bar{\delta}_a \\ \bar{\delta}_r \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (22)$$

次に境界層方程式は、(20) 式と (22) 式の差をとって

$$\Delta p = p - \bar{p}, \quad \Delta q = q - \bar{q}, \quad \Delta r = r - \bar{r}$$

$$\Delta \delta_e = \delta_e - \bar{\delta}_e, \quad \Delta \delta_a = \delta_a - \bar{\delta}_a, \quad \Delta \delta_r = \delta_r - \bar{\delta}_r$$

として次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{p} \\ \Delta \dot{q} \\ \Delta \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} \\ f_{21} \\ f_{31} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_e \\ \Delta \delta_a \\ \Delta \delta_r \end{bmatrix} \quad (23)$$

ここで,

$$\begin{aligned} f_{11} &= I_1(\bar{p}\Delta q + \Delta p\bar{q} + \Delta p\Delta q) \\ &\quad + I_2(\bar{q}\Delta r + \Delta q\bar{r} + \Delta q\Delta r) \\ &\quad + I_3(\bar{l}' - \bar{l}') + I_4(\bar{N}' - \bar{N}') \\ f_{21} &= I_5(\bar{r}\Delta p + \Delta r\bar{p} + \Delta r\Delta p) \\ &\quad + I_6(2\bar{p}\Delta p + \Delta p^2 - 2\bar{r}\Delta r - \Delta r^2) \\ &\quad + I_7(\bar{M}' - \bar{M}') \\ f_{31} &= I_8(\bar{q}\Delta r + \Delta q\bar{r} + \Delta q\Delta r) \\ &\quad + I_9(\bar{p}\Delta q + \Delta p\bar{q} + \Delta p\Delta q) \\ &\quad + I_{10}(\bar{l}' - \bar{l}') + I_{11}(\bar{N}' - \bar{N}') \end{aligned}$$

$\bar{l}', \bar{M}', \bar{N}'$ は実際の p, q, r より求め $\bar{l}', \bar{M}', \bar{N}'$ は $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$ から求められる機体軸まわりのモーメントである。

このように得られた航空機の非線形運動方程式に対しての逆ダイナミクス変換及び特異摂動法を用いたフィードバック制御系のブロック線図は第2図のように表される。

図中の $U_1 \sim U_4$ (本文中では擬似コントロールと呼ぶ) は(14)式右辺中の

$$K_1(x - x_c) + K_2 \int_0^t (x_c - x) dt$$

であり,

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \left(K_1 + \frac{K_2}{s} \right) \begin{bmatrix} V_c - V \\ W_c - W \\ \phi_c - \phi \\ \theta_c - \theta \end{bmatrix} \quad (24)$$

である (ここで s は微分演算子を示す)。従って, (14)式の逆ダイナミクス変換にならって擬似入力とは(21)式より

$$\begin{bmatrix} \bar{p} \\ \bar{q} \\ \bar{r} \\ \delta_{SB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & b_{13} & c_{11} \\ b_{21} & b_{22} & 0 & c_{21} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 \\ 0 & b_{42} & b_{43} & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -a_{11} + U_1 \\ -a_{21} + U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \quad (25)$$

と決定される。この擬似入力を非線形運動方程式(21)に代入すると

$$s \begin{bmatrix} V \\ W \\ \phi \\ \theta \end{bmatrix} = K_1 \begin{bmatrix} V_c - V \\ W_c - W \\ \phi_c - \phi \\ \theta_c - \theta \end{bmatrix} + \frac{K_2}{s} \begin{bmatrix} V_c - V \\ W_c - W \\ \phi_c - \phi \\ \theta_c - \theta \end{bmatrix} \quad (26)$$

なる線形方程式となり, K_1, K_2 を選択することにより $t \rightarrow \infty$ で $[V \ W \ \phi \ \theta]^T \rightarrow [V_c \ W_c \ \phi_c \ \theta_c]^T$ に制御される。さらに, ここで得られた $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$ を代数式(22)に代入して

$$\begin{bmatrix} \bar{\delta}_e \\ \bar{\delta}_a \\ \bar{\delta}_r \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \bar{p} \bar{q} + I_2 \bar{q} \bar{r} + I_3 \bar{l}' + I_4 \bar{N}' \\ I_5 \bar{r} \bar{p} + I_6 (\bar{p}^2 - \bar{r}^2) + I_7 \bar{M}' \\ I_8 \bar{q} \bar{r} + I_9 \bar{p} \bar{q} + I_{10} \bar{l}' + I_{11} \bar{N}' \end{bmatrix} \quad (27)$$

として舵面入力を得られる。このように擬似コントロール $U_1 \sim U_4$ を用いて逆ダイナミクス変換(25)式より $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}, \delta_{SB}$ を求め, これを用いて(27)式から舵面入力 $\bar{\delta}_e, \bar{\delta}_a, \bar{\delta}_r$ を求める過程を変換 T_1 と呼び, これにより外部ループの制御が決定される。

次に内部ループを見ていく。ここでは遅い系で得られた $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$ と実際の p, q, r の差である $\Delta p, \Delta q, \Delta r$ を0にする制御を行う。第2図の $U_5 \sim U_7$ は(17)式中の

$$-K_3 \Delta z - K_4 \int_0^t \Delta z dt$$

であり

第2図 逆ダイナミクス変換及び特異摂動法による制御のブロック線図

$$\begin{bmatrix} U_5 \\ U_6 \\ U_7 \end{bmatrix} = -\left(K_3 + \frac{K_4}{s}\right) \begin{bmatrix} \Delta p \\ \Delta q \\ \Delta r \end{bmatrix} \quad (28)$$

である。従って、(17)式の逆ダイナミクス変換にならって(23)式より

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta_e \\ \Delta \delta_a \\ \Delta \delta_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -f_{11} + U_5 \\ -f_{21} + U_6 \\ -f_{31} + U_7 \end{bmatrix} \quad (29)$$

として舵面入力が得られる。この(29)式の入力を(23)式に代入すると

$$s \begin{bmatrix} \Delta p \\ \Delta q \\ \Delta r \end{bmatrix} = -K_3 \begin{bmatrix} \Delta p \\ \Delta q \\ \Delta r \end{bmatrix} - \frac{K_4}{s} \begin{bmatrix} \Delta p \\ \Delta q \\ \Delta r \end{bmatrix} \quad (30)$$

なる線形方程式となり、 K_3, K_4 を選択することにより $t \rightarrow \infty$ で $[\Delta p \ \Delta q \ \Delta r]^T \rightarrow [0 \ 0 \ 0]^T$ 、即ち $[p \ q \ r]^T \rightarrow [\bar{p} \ \bar{q} \ \bar{r}]^T$ に制御される。このように擬似コントロール $U_5 \sim U_7$ を用いて逆ダイナミクス変換(29)式により舵面入力 $\Delta \delta_e, \Delta \delta_a, \Delta \delta_r$ を求める過程を変換 T_2 と呼ぶ。

外部ループですでに $\bar{\delta}_e, \bar{\delta}_a, \bar{\delta}_r$ が求められているので、 $\delta_e, \delta_a, \delta_r$ が決定される。また、 δ_{sb} は外部ループ単独で決定されているため、すべての舵面入力 that 得られた。これらを、航空機の非線形運動方程式に代入し $V, W, \phi, \theta, p, q, r$ 、その他の諸量が出力となりフィ

ードバックされる。

5. シミュレーション結果

前節の制御則をもとに行った数種類のシミュレーションの結果をここに示す。ALFLEX の機体はヘリコプターから高度 1500(m)、水平速度 45(m/s) で切り離されるため、切り離し点を初期状態として定常滑空軌道に到達するような制御を考える。

5.1 タイムスケール分離について まず遅い変数と速い変数のタイムスケール分離を調べるため、鉛直面内のピッチング運動(5)、(7)式の制御を行った。第3図はエレベーター δ_e のみの入力で遅い変数であるピッチ角 θ のみを $0 \rightarrow 6(\text{deg})$ に約 30 秒で収束させる制御を行った場合を示している。第3図(a)は航空機の運動方程式を仮想的に $1/s$ とした場合(これは第1図に相当)と第2図の内部ループにおいて速い変数 q の収束時間を約 1 秒、6 秒とした場合の結果で、第3図(b)は速い変数の収束時間を約 15 秒、20 秒、25 秒とした場合の結果である。この計算は第2図中で K_1, K_2 を $K_1=0.5, K_2=0.5$ に固定し、 K_3, K_4 を次のように変化させることによって行った。

1 秒	$K_3=30, K_4=200$
6 秒	$K_3=5.0, K_4=5.0$
15 秒	$K_3=1.9, K_4=0.7$

第3図 タイムスケール分離の度合いの影響
(a) 線形系、速い変数の収束時間 1 秒、6 秒、(b) 速い変数の収束時間 15 秒、20 秒、25 秒

20 秒 $K_3=1.5$, $K_4=0.4$

25 秒 $K_3=1.0$, $K_4=0.2$

まず第3図(a)から当然のことではあるが、タイムスケール分離がかなり進んだ系でも運動方程式が1/sの場合と完全には一致しないことがわかる。その他の曲線では速い変数の収束時間が10秒以下ではその波形はほとんど変化せず、それ以上になると収束が悪くな

り、さらに25秒を越えるるとついに発散するようになる。このことからこの制御に対して特異摂動法を用いるときには、完全にタイムスケール分離される必要がないばかりでなく、速い変数の速応性は遅い変数のその1/3程度で十分に制御が可能であることがわかる。ただしこのことは、本制御対象についていえることであり、その他の対象については個々の非線形性の

第4図 4変数の制御

- (a) $V \rightarrow 0$ (m/s)の制御, (b) $W \rightarrow 15$ (m/s)の制御,
 (c) $\phi \rightarrow 0$ (deg)の制御, (d) $\theta \rightarrow 6$ (deg)の制御,
 (e) スピードブレーキ δ_{SB} , (f) エレベーター δ_e ,
 (g) エルロン δ_a , (h) ラダー δ_r

影響を考慮する必要がある。

ここで得られた結果より、以下では遅い変数を30～40秒で目標値に収束させる制御を行う場合、速い変数は約3秒で収束するように補償器を設計した($K_3=10, K_4=20$)。速い変数の収束は速いことが応答特性上は望ましいが、それと共に舵角の負担が増加し、モデル化誤差に対するロバスト安定性を低下させる。遅い系から見れば、内部フィードバックループを形成する速い系は高周波非モデル化ダイナミクスに相当するため、応答性能だけでなく、これに対するロバスト性を考慮してタイムスケールを選択する必要がある。

5.2 4変数の制御 第4節で述べた4変数 V, W, ϕ, θ の制御のシミュレーション結果を第4図に示す。ヘリコプターから切り離し点を初期状態とし、縦の制御は約30秒で W を $0 \rightarrow 15(\text{m/s})$, θ を $0 \rightarrow 6(\text{deg})$, 横・方向の制御は微小の横滑りをなくし対称飛行をめざすものとし, V を $1 \rightarrow 0(\text{m/s})$, ϕ を $3 \rightarrow 0(\text{deg})$ に収束させることを考える($K_1=0.8, K_2=0.5$)。ここで選択された目標定常滑空軌道は、機体釣り合い特性に基づいて計算される速度や姿勢角の定常値を与えたものではない。そのため無理な指令値である可能性もあるが、本制御則の有効性を検討するために選択した。それぞれの舵面についてアクチュエータ特性、舵角範囲⁹⁾を考慮したが、最大レートについての制限だけは計算機プログラミングの関係で省略し

た。第4図(e)でスピードブレーキは舵角範囲の制限を受け、かなり長い区間で一定値となっており、そのため第4図(b)の W は理想的な過渡応答を示していないが、それでも目標値に追従している。また入力に1次遅れフィルターをかけ舵面の負担を減らすことも試みたが、直接入力した場合と大差なく制御できる。これらのことから、最大レートについての制限を加えても制御は十分に行えると予測される。

この他、ランプ入力の場合もシミュレーションを行ったが、補償器の積分特性から予想されるように定常偏差なく制御可能であった。

5.3 空力微係数に関する仮定の影響とロバスト性について ここまでのシミュレーションではアクチュエータダイナミクスとその飽和や、特異摂動系としての定式化に基づいた誤差などのモデル化誤差を含んでいるが、第2節で施した空力微係数に関する仮定(すなわち $\delta_e, \delta_a, \delta_r$ は力の項に影響しない)が完全に成り立つとして行われた。この仮定は逆ダイナミクス変換 T_1 を行うのに必要であるため、それに合わせて解くべき運動方程式中の空力微係数にもこの仮定を施したものをを用いた。この仮定は先に述べたようにかなり実際とはかけ離れている。そこで、この節では変換 T_1 を行う上では、この仮定をした空力微係数を用いるが、制御対象の運動方程式にはこの仮定がされていない空力微係数を用い、制御則が有効かどうか調べる。言い換えれば、空力微係数にモデリング誤差があ

第5図 モデル化誤差を持つ系の制御

(a) $W: 0 \rightarrow 15(\text{m/s})$ の制御, (b) $\theta: 0 \rightarrow 6(\text{deg})$ の制御,
(c) スピードブレーキ δ_{sb} , (d) エレベーター δ_e

る場合での制御則のロバスト性の有無を検証することになる。前節でアクチュエーター特性や舵角制限に対するロバスト性は検証されているが、本節でも同様にこれらのモデリング誤差を考慮している。

まずモデリング誤差を持つ系に対して、縦の変数 W, θ についてのみ第4図で示したのと同じ制御を行った。このときの結果は第5図であり、 θ についてはほぼ理想的な過渡応答特性を示したが、 W は30秒後、約14.7(m/s)とはなっているが目標値への追従は完全ではない。この理由として、この制御中に δ_{SB} はかなり長い区間で飽和しているということが考えられる。これは機体運動や舵角制限からみて指令入力に無理があるためで、この問題を除去するために新たな目標経路を導入した。

これは最初の12秒間は参考文献1)であげられている経路を取り、その後 W を10(m/s)、 θ を-23(deg)に安定化するものである ($K_1=1.0$, $K_2=0.5$)。この経路では δ_{SB} の飽和はかなり抑えられ、純粋にロバスト性の有無を判断することができる。

この結果が第6図である。第6図(c)に見られるように、12秒後以降、舵面の飽和は起こっていない。このとき θ は完全に-23(deg)に収束しており、また W はわずかにずれはあるが、これは許容範囲であり、10(m/s)に収束していると言えるであろう。外部ループの補償器を変えて、遅い変数の速応性を高めれば W を完全に10(m/s)に収束させることもできた

が、それと共に操舵面の負担も増加する。また空力微係数に関する仮定によるモデリング誤差に、さらに $\pm 10\%$ の誤差を加えた空力微係数を用いて、第6図と同様のシミュレーションを行ったが、十分制御可能であった。

この非線形制御則のロバスト性の保証として、次の考察を行った。NAL/NASDAでは第6図の経路の制御を行うために、4つの平衡点まわりの縦の線形近似運動方程式を用意しているが¹⁾、この4つの線形運動方程式に対して本研究で導出した逆ダイナミクス変換を用いた制御則を施し、その極の配置をまとめたものが第1表である。1行目はその区間の代表的飛行条件として等価対気速度 V_{EAS} をあげ、2行目は制御を行っていない開ループ系の極、3行目は空力微係数に関する仮定が成り立ちモデリング誤差のない場合の閉ループ系の極、4行目は仮定が成り立たずモデリング誤差のある場合の閉ループ系の極を示している(補償器は $K_1=1.0$, $K_2=0.5$, $K_3=10$, $K_4=20$)。3行目、4行目内で、1段目から速度 U 、速度 W 、ピッチ角 θ 、角速度 q の支配的な極と考えられる。モデリング誤差のない制御を施した場合、当然これらの極はすべて複素左半平面に安定化されている。仮定が成り立たず、モデリング誤差のある場合、上2段の極は移動し、特に速度 W の支配的な極は不安定側に移動しているが、やはりすべての極は安定に保たれている。このことは4つの線形方程式に共通している。ここで強

第6図 モデル化誤差を持つ系の制御 (新経路)
(a) W 0→10(m/s)の制御, (b) θ 0→-23(deg)の制御,
(c) スピードブレーキ δ_{SB} , (d) エレベーター δ_e

第1表 線形近似系の極

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
V_{EAS} (m/s)	45.0	60.0	80.0	100.0
開ループの極	$-0.066 \pm 0.262 i$	$-0.056 \pm 0.097 i$	0.166	0.312
	$-0.881 \pm 1.699 i$	$-1.457 \pm 0.766 i$	$-0.352 \pm 0.067 i$ -4.945	$-0.227 \pm 0.119 i$ -6.783
閉ループの極 仮定あり モデリング誤差なし	-0.173	-0.157	-0.150	-0.166
	$-0.500 \pm 0.500 i$	$-0.500 \pm 0.500 i$	$-0.500 \pm 0.500 i$	$-0.500 \pm 0.500 i$
	$-0.504 \pm 0.485 i$	$-0.504 \pm 0.485 i$	$-0.504 \pm 0.485 i$	$-0.504 \pm 0.485 i$
	$-4.496 \pm 0.485 i$	$-4.496 \pm 0.485 i$	$-4.496 \pm 0.485 i$	$-4.496 \pm 0.485 i$
閉ループの極 仮定なし モデリング誤差あり	-0.709	-1.004	-1.295	-1.282
	$-0.139 \pm 0.297 i$	$-0.141 \pm 0.163 i$	$-0.128 \pm 0.081 i$	$-0.137 \pm 0.051 i$
	$-0.504 \pm 0.485 i$	$-0.504 \pm 0.485 i$	$-0.504 \pm 0.485 i$	$-0.504 \pm 0.485 i$
	$-4.496 \pm 0.485 i$	$-4.496 \pm 0.485 i$	$-4.496 \pm 0.485 i$	$-4.496 \pm 0.485 i$

調したいのは、4つの場合を単一の補償器で安定化しているということで、設計された非線形制御則が全区間でロバストであったということである。

以上より、特別なロバスト性保証手段を用いなくとも、フィードバックのみでこの制御則は線形制御と同程度のロバスト性を発揮できるという結論が得られた。

6. ま と め

非線形系に対して、逆ダイナミクス変換及び特異摂動法を用いたフィードバック制御を考えたが、ALFLEX 実験機のシミュレーションによりこの制御則の妥当性が認められた。目標値や過渡応答が無理のないものならば、アクチュエーターの制限が加わっても制御は十分可能であった。非線形系を直接制御するためそのロバスト性を考察することはなかなか難しいが、今回のシミュレーションではモデリング誤差については、フィードバック制御自体の持つロバスト性により克服できたので、この設計法を用いる上で不可避

である空力微係数についての仮定は、その適用範囲を限定するものではないことが分った。

非線形系の制御について、さらに一般性のあるロバスト性保証手段を確立していくことは、今回述べた制御則の有用性からいって重要な興味深い研究課題である。

参 考 文 献

- 1) NAL/NASDA ALFLEX グループ：小型自動着陸実験機の飛行シミュレーションモデル（その1、基本設計時の自由飛行および地上走行数学モデル）、航空宇宙技術研究所報告、NAL TR-1252, 1994.
- 2) Menon, P. K. A., Badgett, M. E., Walker, R. A. and Duke, E. L.: Nonlinear Flight Test Trajectory Controllers for Aircraft, J. Guidance, Control, Dynamics, **10** (1987), pp. 67-72.
- 3) Heiges, M. W., Menon, P. K. A. and Schrage, D. P.: Synthesis of a Helicopter Full-Authority Controller, J. Guidance, Control, Dynamics, **15** (1992), pp. 222-227.
- 4) Azam, M. and Singh, S. N.: Invertibility and Trajectory Control for Nonlinear Maneuvers of Aircraft, J. Guidance, Control, Dynamics, **17** (1994), pp. 192-200.