複数翼の相互干渉を含んだ逆問題解法*¹

An Inverse Design Method for Multiple Wing Systems with Interaction

松 島 紀 佐*²

Kisa MATSUSHIMA

Key Words: Aerodynamic Design, Inverse Problems, Integral Equations, Multiple Wings and Airfoils**Abstract**

An aerodynamic design method that treats multiple wings as well as their mutual interaction is proposed. This method provides section shapes of wings which realize specified surface pressure distributions. It can be applied to three dimensional design problems in potential, inviscid and viscous, subsonic and transonic flow fields. The basic idea is an iterative residual reduction method using a new inverse problem solver which is the extension of Takanashi's integral equation method. An inverse problem is reformulated to be integral equations which express the relation of pressure differences to geometrical changes with consideration of interacting effects among wings. The inverse problem is solved numerically by introducing piecewise linear/constant function approximation. This method works well on several preliminary design problems. From both viewpoints of quality of solutions and efficiency, the method is found to be promising for complicated design problems.

本論文中で使用する記号

x, y, z : 翼を含む流れ場のカーテシアン座標系

x : 主流方向, y : スパン方向, z : 厚み方向

ξ, η, ζ : Green 積分を行う座標系

γ : 気体の比熱比

M_∞ : 一様流のマッハ数

$\phi(x, y, z)$: 微小擾乱速度ポテンシャル

$\Delta\phi(x, y, z)$: 微小擾乱速度ポテンシャルの摂動分

$\chi(x, y, z)$: 微小擾乱方程式の非線形項の摂動分

$$= \frac{1}{2} [((\phi^1)_x + (\Delta\phi)_x)^2 - (\phi^1)_x^2]$$

$f(x, y)$: 翼の形状関数

$\Delta f(x, y)$: 摂動による翼の形状変化

$Cp(x, y)$: 翼の表面圧力分布

$\Delta Cp(x, y)$: 摂動による表面圧力分布の変化

k_{max} : 翼の枚数

k : 各翼の区別 id

$I(k)$: k 番目の翼の x 方向のパネル数

$J(k)+1$: k 番目の翼の y 方向 (片側) のパネル数

c : 翼の置かれている z 座標

$c+0$: 翼の上表面

$c-0$: 翼の下表面

(上添え字)

I: 摂動前の値を示す

T: 摂動後の値を示す

(下添え字)

k : k 番目の翼についての諸量を示す

+: 翼の上表面の諸量を示す

-: 翼の下表面の諸量を示す

1. は じ め に

航空機の空力設計において、圧力分布を指定して翼などの航空機要素の形状を決定する『逆問題』は、興味深くまた重要な研究分野である。実際、逆問題解法は、計算機を使用してある空力的条件を満たすような形状を求める自動設計ツールとして、最適化法と共にその両翼を担っている^{1,2)}。最適化法については、対象とする流れを限定し随伴方程式理論を応用した計算効率の良い方法が近年提案され³⁾、一分野を確立しつつあるが、一般的には格子点数など求めるべき設計変数が多くなると求解に多大の計算時間がかかること、また解が最適値ではなく、局所的な極値に収束してしまう可能性があることが、課題として指摘されている。一方、逆問題解法は所望の圧力分布を精度良く実現するといった設計問題に対し、少ない計算コストで解を提供する。この方法は、三次元逆問題においては、解の存在・一意性など、解くべき問題の適切性

*¹ 平成7年9月25日, 第27回流体力学講演会にて講演。平成8年4月30日原稿受理

*² 富士通(株)HPCシステム本部

(Well-posedness) を保証する条件が未だ明確にされていないという問題点を持つが、翼面上の圧力分布(速度分布)を適切に指定することにより境界層の発達などの空力特性の制御が設計者の思惑により近く実現できるため、有効な手段であると考えられている。

計算機を用いた逆問題解法による空力設計は、Lighthill による二次元ポテンシャル流における等角写像の解析的理論⁴⁾を基礎として、Woods らが行った数値計算による翼型設計⁵⁾に始まる。今日に至るまでいくつかの優れた手法が提案されてきたが^{1, 2)}、本論文で取り上げる Takanashi の方法⁶⁾は、世界的に最も広く実用に使われている手法の一つで、三次元の遷音速・亜音速における各種の流れを扱える柔軟性、低計算コストという経済性・収束性など優れた特徴を備えている。

Takanashi は、2つの翼の形状の差と C_p 分布の差の関係式を積分方程式として導出し、逆問題の解を得る理論的方法を定式化した。この定式化に基づき開発された WinDes と呼ばれる逆問題ソルバーは、定式化の理論とともに国内外で広く使われており⁷⁻¹²⁾、多くの成果を上げてきた。WinDes は、流れ場に単一の翼が存在する問題を対象としているが、多翼素翼や主翼とカナードの多翼系などの相互干渉のある流れに逆問題解法が拡張できれば、より実用的な設計が可能であると考えられる。多翼系に対する逆問題解法による設計はあまり例がなく、筆者は、Shigemitsu による多翼素翼型に対する先駆的な研究¹³⁾を知るのみである。対象は二次元ポテンシャル流であるが興味深い試みと思われる。本研究においては、Takanashi の方法を拡張し、相互干渉を考慮して複数の翼形状を同時に決定する逆問題解法の定式化とこれを用いた簡単な翼断面の形状設計を行う。

2. 逆問題解法の定式化

$kmax$ 枚の翼に対し、指定された圧力分布を実現する翼断面形状を求める逆問題の定式化について、断面形状の変化量を未知数とする積分方程式の導出を簡単に述べる。本研究で取り上げるのは、圧力変化と形状変化量の関係を流れの数値モデルで記述し、このモデルを仲介として、圧力分布を目標値に一致させる形状変化量を求める方法である。

第1図のように置かれた薄翼回りの流れ場が遷音速微小擾乱方程式で記述されているとする。主流方向を x 、翼のスパン方向を y 、高さ方向を z 、また、一樣流の速度は 1 とすると、三次元ポテンシャル流れの微小擾乱方程式¹⁴⁾は、

第1図 定式化の座標系と積分領域 (y 方向の一部を切り出したものを示す)

$$(1 - M_\infty^2)\phi_{xx} + \phi_{yy} + \phi_{zz} = (\gamma + 1)M_\infty^2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} \phi_x^2 \right) \quad (1)$$

微小擾乱の仮定の下で線形化されたベルヌーイの関係式から

$$Cp_\pm(x, y) = -2\phi_\pm(x, y, c \pm 0) \quad (2)$$

翼面近傍では流れは翼面に沿っているので、

$$\phi_z(x, y, c \pm 0) = \frac{\partial}{\partial x} f_\pm(x, y) \quad (3)$$

という関係式が得られる。

Takanashi は流れ場の基礎式(1)~(3)の摂動を考えることによって、手法の汎用性や問題解決能力の向上を図っている。式(1)~(3)を Prandtl-Glauert 変換し、新しい座標を再び (x, y, z) とし、任意の初期流れの微小擾乱速度ポテンシャルを ϕ^I と表す。摂動 $\Delta\phi$ を与え目標圧力分布を実現せしめた流れ場のポテンシャルを $\phi^T = \phi^I + \Delta\phi$ としたとき、 $\Delta\phi$ は次の方程式を満たす。

$$(\Delta\phi)_{xx} + (\Delta\phi)_{yy} + (\Delta\phi)_{zz} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} \left[(\phi^I)_x + (\Delta\phi)_x \right]^2 - \frac{1}{2} (\phi^I)_x^2 \right) \quad (4)$$

ΔCp は $\Delta\phi$ と(5)の関係式で結ばれている。

$$\Delta Cp_{k\pm}(x, y/\beta) = -2 \frac{\beta^2}{K} \Delta\phi_\pm(x, y, c_k \pm 0) \quad (k=1, 2, \dots, kmax) \quad (5)$$

ここで、

$$K = (\gamma + 1)M_\infty^2, \quad \beta = (1 - M_\infty^2)^{1/2}$$

また、形状変化量 Δf は、

$$(\Delta\phi(x, y, c_k \pm 0))_z = \frac{\partial}{\partial x} (\Delta f_{k\pm}(x, y)) \quad (k=1, 2, \dots, kmax) \quad (6)$$

で与えられる。ここにおいて、 $\Delta\phi$ を仲介に Δf と ΔCp の関係が得られた。

式(4)の $\Delta\phi$ は Green の公式により次の形に表現

される。

$$\Delta\phi(x, y, z) = -\frac{1}{4\pi} \iint_S \left\{ \Psi(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) \frac{\partial}{\partial \nu} \Delta\phi(\xi, \eta, \zeta) - \Delta\phi \frac{\partial}{\partial \nu} \Psi \right\} dS - \frac{1}{4\pi} \iiint_V \Psi(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{2} [(\phi^1)_\xi + (\Delta\phi)_\xi]^2 - \frac{1}{2} (\phi^1)_\xi^2 \right) dV \quad (7)$$

ここで

$$\Psi(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2}}$$

S は領域境界に沿った表面積分, V は体積積分を示す。 ν は境界面の単位法線ベクトルである。表面積分域を第1図に示す。特異点となる点 P を囲む半径無限小の球面と、物体・衝撃波・Wake を周回し外側境界へとつながる面である。式(7)の体積積分を ξ について部分積分し、更に Gauss の定理を適用すると表面積分が出てくる。領域の外側境界は十分に遠く、 $\Delta\phi \approx 0$ であり、衝撃波は翼面に垂直に近いとする。この2つの仮定の下で、外側境界上と衝撃波を囲む表面積分は消えて、表面積分領域が個々の翼面と Wake 面上に限定された方程式が得られる¹⁴⁾。

$$\begin{aligned} \Delta\phi(x, y, z) = & -\frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^{kmax} \iint_{S_{kw}+v} \left\{ \Psi(x, y, z; \xi, \eta, c_k) \right. \\ & \times [\Delta\phi_\xi(\xi, \eta, c_k+0) - \Delta\phi_\xi(\xi, \eta, c_k-0)] \\ & - \Psi_\xi(x, y, z; \xi, \eta, c_k) \times [\Delta\phi(\xi, \eta, c_k+0) \\ & - \Delta\phi(\xi, \eta, c_k-0)] \left. \right\} d\xi d\eta + \frac{1}{4\pi} \iiint_V \\ & \Psi_\xi(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) \times \left(\frac{1}{2} [(\phi^1)_\xi(\xi, \eta, \zeta)]_\xi \right. \\ & \left. + \Delta\phi_\xi(\xi, \eta, \zeta) \right]^2 - \frac{1}{2} (\phi^1)_\xi^2 d\xi d\eta d\zeta \quad (8) \end{aligned}$$

ここで、 $S_{kw}+v$ は、翼 k の前縁を始点とし、翼面と Wake 面に沿って流出境界へ至る $z=c_k$ 面上の積分領域を表す。翼を周る ξ 方向積分を分割し、翼上面と下面を差別化した。

ところで、翼断面形状は $\Delta f_k = \int (\Delta\phi)_z dx$ で決定される。 Δf_k を $z=c_k$ について対称な変形 (厚みの変化) と反対称な変形 (翼弦の反りの曲率変化) に分け、新しい変数 Δws_k , Δwa_k を導入する。

$$\begin{aligned} \Delta ws_k(x, y) &= \Delta\phi_z(x, y, c_k+0) - \Delta\phi_z(x, y, c_k-0) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} (\Delta f_{k+}(x, y) - \Delta f_{k-}(x, y)) \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta wa_k(x, y) &= \Delta\phi_z(x, y, c_k+0) + \Delta\phi_z(x, y, c_k-0) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} (\Delta f_{k+}(x, y) + \Delta f_{k-}(x, y)) \quad (10) \end{aligned}$$

式(8)を Δws_k , Δwa_k を未知数とする方程式に変形

する。まず x で両辺を微分し、各 k について、 $z=c_k \pm 0$ における $\Delta\phi_{x+}$ と $\Delta\phi_{x-}$ の和をとる。同様に z で両辺を微分し $z=c_k \pm 0$ における $\Delta\phi_{z+}$ と $\Delta\phi_{z-}$ の和をとる。和をとった式に部分積分を施すと Wake 上の積分は消えて、式(11), (12)に示す $2kmax$ 個の積分方程式が得られる。 S_{kw} は翼前縁から後縁までの表面積分を示す。

$$\begin{aligned} \Delta us_k(x, y) = & -\frac{1}{2\pi} \iint_{S_{kw}} \Psi_x(x, y, c_k; \xi, \eta, c_k) \cdot \\ & \Delta ws_k(\xi, \eta) d\xi d\eta + \chi_{sk}(x, y) \\ & - \frac{1}{2\pi} \sum_{p \neq k} \iint_{S_{pw}} \left\{ \Psi_x(x, y, c_k; \xi, \eta, c_p) \cdot \right. \\ & \Delta ws_p(\xi, \eta) - \Psi_\xi(x, y, c_k; \xi, \eta, c_p) \cdot \\ & \left. \Delta ua_p(\xi, \eta) \right\} d\xi d\eta \\ & + \frac{1}{4\pi} \iiint_V \Psi_{xx}(x, y, 0; \xi, \eta, \zeta) \\ & [\chi(\xi, \eta, c_k+\zeta) + \chi(\xi, \eta, c_k-\zeta)] \\ & d\xi d\eta d\zeta \quad (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta wa_k(x, y) = & \frac{1}{2\pi} \iint_{S_{kw}} \left\{ \frac{\Delta ua_k(\xi, \eta)}{(y-\eta)^2} \cdot \right. \\ & \left(1 + \frac{\chi-\xi}{((x-\xi)^2 + (y-\eta)^2)^{1/2}} \right) \left. \right\} d\eta d\xi \\ & + \frac{1}{2\pi} \sum_{p \neq k} \iint_{S_{pw}} \left\{ \frac{\Delta ua_p(\xi, \eta)}{(y-\eta)^2 + \bar{c}_{k,p}^2} \cdot \right. \\ & \left(1 + \frac{\chi-\xi}{((x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + \bar{c}_{k,p}^2)^{1/2}} \right) \left. \right\} \\ & d\xi d\eta - \frac{1}{2\pi} \sum_{p \neq k} \iint_{S_{pw}} \\ & \Psi_z(x, y, c_k; \xi, \eta, c_p) \cdot \\ & \Delta ws_p(\xi, \eta) d\xi d\eta - \frac{1}{2\pi} \sum_{p \neq k} \iint_{S_{pw}} \\ & \Delta ua_p(\xi, \eta) \cdot \frac{\bar{c}_{k,p}^2}{((y-\eta)^2 + \bar{c}_{k,p}^2)^2} \cdot \\ & (2+3q-q^3) d\xi d\eta \\ & + \frac{1}{4\pi} \iiint_V \Psi_{zz}(x, y, 0; \xi, \eta, \zeta) \cdot \\ & [\chi(\xi, \eta, c_k+\zeta) - \chi(\xi, \eta, c_k-\zeta)] \\ & d\xi d\eta d\zeta \quad (12) \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned} \Delta us_k &= \Delta\phi_x(x, y, c_k+0) + \Delta\phi_x(x, y, c_k-0), \\ \Delta ua_k &= \Delta\phi_x(x, y, c_k+0) - \Delta\phi_x(x, y, c_k-0), \\ q &= \frac{\chi-\xi}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + \bar{c}_{k,p}^2}} \\ \chi(x, y, z) &= \frac{1}{2} [((\phi^1)_x + (\Delta\phi)_x)^2 - (\phi^1)_x^2], \\ \chi_{sk}(x, y) &= \chi(x, y, c_k+0) + \chi(x, y, c_k-0), \\ \bar{c}_{k,p} &= c_k - c_p \end{aligned}$$

また、 Δws_k の積分方程式(11)から Δws_k を数学的に一意に決定するためには、各 k について1つずつ Δws に対する付加条件が必要であることがわかって

いる⁹⁾。本方法においては、翼の後縁の厚みが変化しないという拘束条件(13)を与える。

$$\int_{L,E}^{T,E} \Delta w s_k(x, y) dx = 0 \quad (13)$$

翼の相互干渉の寄与は式(11)の第3項以下の項、また式(12)の第2項以下の項でモデル化されている。

3. 区分関数近似による離散化

前節で導かれた方程式の解を多様な問題に対して得る為には、空間を離散化して $\Delta C p(x, y)$, $\Delta u s(x, y)$, $\Delta u a(x, y)$, $\Delta w s(x, y)$ および $\Delta w a(x, y)$ を区分関数近似し、数値計算を利用することが有効である。第2図に示すように翼面をパネルに分割する。設計対象としている翼は、 $y=0$ について対称な両側翼である。胴体が存在する場合であっても、翼と胴体の接合部を $y=0$ とすることによって、同じ方程式での設計が可能である。点線で示したように、各々の翼 k に対して x 方向に $I(k)$ 分割 ($i=1, 2, \dots, I(k)$)、 y 方向に $2J(k)+1$ 分割 ($j=-J(k), \dots, -1, 0, 1, 2, \dots, J(k)$) する。各パネルの中心点を (x_i^j, y_j) 、端点は、 $[x_{i-1/2}^j, x_{i+1/2}^j]$, $[y_{j-1/2}, y_{j+1/2}]$ と表す。 $\Delta u s(x, y)$, $\Delta u a(x, y)$, および $\Delta w a(x, y)$ は中心点 (x_i^j, y_j) で値を定義され、パネル内で一定の値をとる区分定数関数、 $\Delta w s(x, y)$ は $(x_{i\pm 1/2}^j, y_j)$ なる各パネルの x 方向境界上で離散化され、 x 方向には区分線形関数、 y 方向には区分定数関数で近似される。その結果、式(14)~(16)が導かれる。式(14)、(15)は式(11)、(13)の離散形で、 $\sum_k \{(I(k)+1) \cdot (J(k)+1)\}$ 元の $\Delta w s(x, y)$ の連立方程式、式(16)は式(12)の離散形で $\sum_k \{I(k) \cdot (J(k)+1)\}$ 個の $\Delta w a(x, y)$ の代数式である。式(14)の第4~6

第2図 区分関数近似のための表面積分領域のパネル分割

項、式(16)の第3~6項が相互干渉による影響を表している。

式(14)、(16)に現れる係数を、式(17)~(25)に示す。パネルの取り方から、 $j=1$ の場合の各係数は特別で、式(17)~(25)の右辺の計算式に $1/2$ を乗じたものとなる。ここで、非線形項 $\chi(\xi, \eta, \zeta)$ は翼面の上流と下流および翼端の外側領域では無視できるほど小さいと仮定している。また、各式の係数を計算するためパネル内の区分積分は解析的に行っている。

$$\begin{aligned} \Delta u s_k(x_i^j, y_j) = & \sum_{l=1}^{I(k)+1} \sum_{m=0}^{J(k)} \mu_{i,j,l,m}^{S_k} \Delta w s_k(x_{l-1/2}^m, y_m) \\ & + \sum_{l=1}^{I(k)} \sum_{m=0}^{J(k)} [\nu_{i,j,l,m}^{S_k} + \bar{\nu}_{i,j,l,m}^{S_k}] \\ & + \chi S_k(x_i^j, y_j) \\ & + \sum_{p \neq k} \sum_{l=1}^{I(p)+1} \sum_{m=0}^{J(p)} \mu_{i,j,l,m}^{S_p} \Delta w s_p(x_{l-1/2}^m, y_m) \\ & + \sum_{p \neq k} \sum_{l=1}^{I(p)} \sum_{m=0}^{J(p)} \kappa_{i,j,l,m}^{S_p} \Delta u a_p(x_l^m, y_m) \\ & + \sum_{p \neq k} \sum_{l=1}^{I(p)} \sum_{m=0}^{J(p)} [\nu_{i,j,l,m}^{S_p} + \bar{\nu}_{i,j,l,m}^{S_p}] \end{aligned} \quad (14)$$

各翼 ($k=1 \sim kmax$) の全ての翼断面 ($j=0 \sim J(k)$) に対し

$$0 = \sum_{l=1}^{I(k)} \frac{1}{2} (\Delta w s_k(x_{l-1/2}^j, y_j) + \Delta w s_k(x_{l+1/2}^j, y_j)) \cdot (x_{l-1/2}^j - x_{l+1/2}^j) \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \Delta w a_k(x_i^j, y_j) = & \sum_{l=1}^{I(k)} \sum_{m=0}^{J(k)} \mu_{i,j,l,m}^{a_k} \Delta u a_k(x_l^m, y_m) \\ & + \sum_{l=1}^{I(k)} \sum_{m=0}^{J(k)} [\nu_{i,j,l,m}^{a_k} - \bar{\nu}_{i,j,l,m}^{a_k}] \\ & + \sum_{p \neq k} \sum_{l=1}^{I(p)} \sum_{m=0}^{J(p)} \mu_{i,j,l,m}^{a_p} \Delta u a_p(x_l^m, y_m) \\ & + \sum_{p \neq k} \sum_{l=1}^{I(p)+1} \sum_{m=0}^{J(p)} \kappa_{i,j,l,m}^{a_p} \Delta w s_p(x_{l-1/2}^m, y_m) \\ & - \sum_{p \neq k} \sum_{l=1}^{I(p)} \sum_{m=0}^{J(p)} \tau_{i,j,l,m}^{a_p} \Delta u a_p(x_l^m, y_m) \\ & + \sum_{p \neq k} \sum_{l=1}^{I(p)} \sum_{m=0}^{J(p)} [\nu_{i,j,l,m}^{a_p} - \bar{\nu}_{i,j,l,m}^{a_p}] \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \mu_{i,j,l,m}^{S_p} = & -\frac{1}{2\pi} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\eta_1}^{\eta_2} \{ \Psi_x(x_i^j, y_j, c_k; \xi, \eta, c_p) \\ & + \Psi_x(x_i^j, y_j, c_k; \xi, -\eta, c_p) \} \\ & \times r_l^m(\xi) \cdot (1 - \delta_{l, I(p)+1}) d\eta d\xi \\ & - \frac{1}{2\pi} \int_{\xi_0}^{\xi_1} \int_{\eta_1}^{\eta_2} \{ \Psi_x(x_i^j, y_j, c_k; \xi, \eta, c_p) \\ & + \Psi_x(x_i^j, y_j, c_k; \xi, -\eta, c_p) \} \\ & \times (1 - r_l^m(\xi)) \cdot (1 - \delta_{l, 1}) d\eta d\xi \quad (17) \\ \kappa_{i,j,l,m}^{S_p} = & \frac{1}{2\pi} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\eta_1}^{\eta_2} \{ \Psi_\tau(x_i^j, y_j, c_k; \xi, \eta, c_p) \} \end{aligned}$$

$$+ \Psi_{\xi}(x_i^j, y_j, c_k; \xi, -\eta, c_p) d\eta d\xi \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \mu_{i,j,l,m}^{a,p} = & \frac{1}{2\pi} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\eta_1}^{\eta_2} \left\{ \frac{1}{(y_j - \eta)^2 + \bar{c}_{k,p}^2} \right. \\ & \left(1 + \frac{x_i^j - \xi}{\sqrt{(x_i^j - \xi)^2 + (y_j + \eta)^2 + \bar{c}_{k,p}^2}} \right) \\ & + \frac{1}{(y_j + \eta)^2 + \bar{c}_{k,p}^2} \\ & \left. \left(1 + \frac{x_i^j - \xi}{\sqrt{(x_i^j - \xi)^2 + (y_j + \eta)^2 + \bar{c}_{k,p}^2}} \right) \right\} d\eta d\xi \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \kappa_{i,j,l,m}^{a,p} = & \frac{1}{2\pi} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\eta_1}^{\eta_2} \{ \Psi_{\xi}(x_i^j, y_j, c_k; \xi, \eta, c_p) \\ & + \Psi_{\xi}(x_i^j, y_j, c_k; \xi, -\eta, c_p) \} \\ & \times r_l^m(\xi) \cdot (1 - \delta_{l,(p)+1}) d\eta d\xi \\ & - \frac{1}{2\pi} \int_{\xi_0}^{\xi_1} \int_{\eta_1}^{\eta_2} \{ \Psi_{\xi}(x_i^j, y_j, c_k; \xi, \eta, c_p) \\ & + \Psi_{\xi}(x_i^j, y_j, c_k; \xi, -\eta, c_p) \} \\ & \times (1 - r_{l-1}^m(\xi)) \cdot (1 - \delta_{l,1}) d\eta d\xi \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \tau_{i,j,l,m}^{a,p} = & \frac{1}{2\pi} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\eta_1}^{\eta_2} \left\{ \frac{\bar{c}_{k,p}^2}{(y_j - \eta)^2 + \bar{c}_{k,p}^2} (2 + 3q - q^3) \right. \\ & \left. + \frac{\bar{c}_{k,p}^2}{(y_j + \eta)^2 + \bar{c}_{k,p}^2} (2 + 3\bar{q} - \bar{q}^3) \right\} d\eta d\xi \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \nu_{i,j,l,m}^{s,p} = & \frac{1}{2\pi} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\eta_1}^{\eta_2} \int_0^\infty [\{ \Psi_{\xi,z}(x_i^j, y_j, 0; \xi, \eta, \zeta \\ & - \bar{c}_{k,p}) + \Psi_{\xi,z}(x_i^j, y_j, 0; \xi, -\eta, \zeta - \bar{c}_{k,p}) \} \\ & \chi(\xi, \eta, \zeta)] d\zeta d\eta d\xi \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \bar{\nu}_{i,j,l,m}^{s,p} = & \frac{1}{2\pi} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\eta_1}^{\eta_2} \int_0^\infty [\{ \Psi_{\xi,z}(x_i^j, y_j, 0; \xi, \eta, \zeta \\ & + \bar{c}_{k,p}) + \Psi_{\xi,z}(x_i^j, y_j, 0; \xi, -\eta, \zeta \\ & + \bar{c}_{k,p}) \} \chi(\xi, \eta, -\zeta)] d\zeta d\eta d\xi \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \nu_{i,j,l,m}^{a,p} = & \frac{1}{2\pi} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\eta_1}^{\eta_2} \int_0^\infty [\{ \Psi_{\xi,z}(x_i^j, y_j, 0; \xi, \eta, \zeta \\ & - \bar{c}_{k,p}) + \Psi_{\xi,z}(x_i^j, y_j, 0; \xi, -\eta, \zeta - \bar{c}_{k,p}) \} \\ & \chi(\xi, \eta, \zeta)] d\zeta d\eta d\xi \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \bar{\nu}_{i,j,l,m}^{a,p} = & \frac{1}{2\pi} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\eta_1}^{\eta_2} \int_0^\infty [\{ \Psi_{\xi,z}(x_i^j, y_j, 0; \xi, \eta, \zeta \\ & + \bar{c}_{k,p}) + \Psi_{\xi,z}(x_i^j, y_j, 0; \xi, -\eta, \zeta + \bar{c}_{k,p}) \} \\ & \chi(\xi, \eta, -\zeta)] d\zeta d\eta d\xi \end{aligned} \quad (25)$$

ここで

$$\xi_0 = x_{l-3/2}^m, \xi_1 = x_{l-1/2}^m, \xi_2 = x_{l+1/2}^m,$$

$$\eta_1 = y_{m-1/2}, \eta_2 = y_{m+1/2}, r_l^m(\xi) = \frac{\xi_2 - \xi}{\xi_2 - \xi_1},$$

$$\bar{c}_{k,p} = c_k - c_p,$$

$$q = \frac{(x - \xi)}{\sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + \bar{c}_{k,p}^2}},$$

$$\bar{q} = \frac{(x - \xi)}{\sqrt{(x - \xi)^2 + (y + \eta)^2 + \bar{c}_{k,p}^2}}$$

更に, Takanashi に従って, 式(26), (27)のよう

な経験的な微小擾乱速度の減衰関数を導入すると, 式(22)~(25)の体積積分の評価は, 非線形項の翼面上の値 $\chi(x, y, c_k \pm 0)$ を知れば遂行できるよう簡単化することが⁶⁾できる。

$$\Delta\phi_{\pm}(x, y, z) = \Delta\phi_{\pm}(x, y, c \pm 0) \exp(\mp R_{\pm}(x, y) \cdot (z - c)) \quad (26)$$

$$R_{\pm}(x, y) = \left| \frac{\partial^2}{\partial x^2} f_{\pm}(x, y) / \Delta\phi_{\pm}(x, y, c \pm 0) \right| \quad (27)$$

4. 設計手順について

設計法は, 反復法に基づく. 第3図に示したように, 最初に想定した任意の翼形状から出発し, 圧力分布が目標値に収束するまで, 形状を逐次修正しながら, 流れ場解析と逆問題解法を組み合わせることで, 設計形状を決定する. 対象としている流れ場のレベルに応じて, 圧力分布を求めるための流れ場解析ソルバーを置き換えることで, 亜音速および遷音速の各種流れ (ポテンシャル流れ・非粘性流・粘性流) での設計が可能である. 本論文で述べる設計例題においては, 流れ場の解析は, TVD 型差分と LU-ADI 時間積分法を用いた圧縮性 Navier-Stokes (N-S) 方程式ソルバー^{15, 16)}で行っている. ところで, 逆問題の解 $\Delta f^{(n)}$ で修正された形状 $f^{(n+1)} = f^{(n)} + \Delta f^{(n)}$

第3図 残差修正反復法による設計手順

は、場合によっては凹凸をもち物理的に望ましくない事があるため、各反復ループで更新される翼断面形状に対しては、(28)の曲線を利用して平滑化の処理がなされる。

$$Z_{\pm}(x) = a_0 \pm \sqrt{x} + \sum_{n=1}^7 a_n x^n \quad (28)$$

式(28)では、各断面において前縁を $x=0$ とし、翼上面と下面の z 座標を x の関数で表している¹⁷⁾。

5. 適用例と計算結果

2, 3節で述べた定式化に従って複数翼逆問題ソルバーを開発し、4節の反復設計法により簡単な設計例題を解いてみた。流れは2枚の無限長の翼がある距離をおいて互いに干渉する、2次元的な圧縮性粘性流である。3次元逆問題ソルバーと2次元流体解析コードを組み合わせる Hirose らが行った単独翼型の設計法を参考としている¹⁸⁾。

第4図 設計例題1 ($M_{\infty}=0.73$, $Re=1 \times 10^6$)
実線: 目標圧力分布, 記号 (+, x): 実現された圧力分布

第5図 設計例題1の揚力係数の履歴

例題1…前後の翼断面ともコード長1.0, 翼と翼の間隔も1.0である。前方翼に対して後方の翼は0.08下方(z 方向)に設置されている。初期状態は, 前方・後方の翼断面ともNACA 0012の形状で, 一樣流に対し迎角 0° である。 $M_\infty=0.73$, $Re=1 \times 10^6$ での設計を試みた。目標圧力分布は, 迎角をもったNACA 0012翼型で実現される圧力分布で, 第4図に実線で示されている。かなり強い衝撃波が前方の翼に存在する。実用的には望ましい設計目標とはいえないが, 逆問題に対して厳しい条件の例として取り上げてみた。設計の結果を第4図に示す。初期状態と設計後の C_p 分布と翼断面形状が示されている。実線が目標圧力分布, +, ×印が得られた形状に対するN-Sシミュレーションの結果で, +が上面の, ×が下面の C_p 分布を表している。左が初期状態である。前後とも迎角 0° の対称翼型であるが, 2枚の翼が干渉するため, 初期揚力は負である(上面より下面の圧力のほうが低い)。特に後方の翼は前方翼の吹き降ろしの効果を強く受けていることがわかる。5回の反復の後, 目標圧力分布をほぼ実現する形状が得られた。反復過程における各々の翼と系全体の揚力係数の履歴を第5図に示す。1~2回反復後の初期の段階で, 目標にかなり近い揚力が実現されている。

例題2…前方翼はコード長1.0, 後方はコード長0.35の小翼, 前後の翼の間隔は $\Delta x=0.1$, $\Delta z=0.01$ である。初期翼の断面形状は, 前後共に迎角 0° NACA 0012翼型である。流れの条件は $M_\infty=0.6$, $Re=1 \times 10^6$, 目標圧力分布はスーパークリティカル翼型のものを与えた。第6図に初期状態と設計後の様子を示す。第4図と同様に, 各反復回での前後の翼断面の形状と, その形状から実現されるN-Sシミュレーションの結果が目標圧力分布(実線)と対比されて描かれている。第7図に揚力係数の履歴を合わせて示す。初期状態は, 前後とも迎角 0° の対称翼型であるが,

相互干渉の効果により前方翼はわずかに揚力を持ち, 後ろの小翼は負の揚力を受けている。この例題においても, 5回の反復で目標圧力分布をほぼ実現する形状が得られた。

第8図に, 上記の2つの例題の設計前後の形状の変化をプロットした。破線が初期形状で実線が設計後の形状である。実際形状と z (厚さ)方向を5倍に拡大したものを示す。両例題とも望ましい顕著な迎角の変化が認められる。特に例題2の後方の小翼は輪郭・翼厚・迎角の大規模な修正が施されて設計形状に至っており, 本研究の逆問題解法の設計能力の強靱さをうかがうことができる。

ここに示した例題において1回の逆問題解法にかかる計算(cpu)時間は, 1.7 GFLOPSのベクトル計算機で16.5秒であった。2例とも $kmax=2$, x 方向の分割 $I(1)=I(2)=50$, y 方向の分割 $J(1)=J(2)=3$ である。

6. 単独翼設計との比較

相互干渉の影響を観るため, 単独翼の場合の設計との比較を行う。対象は例題2の後方の小翼が単独に流れ場に存在する問題で, 例題2と同一の目標圧力分布を与える。第9図に, 設計収束時の実現圧力分布の状況と, 得られた形状(実線)を示した。翼型形状は例題2の複数翼設計の結果(破線)と比較対照されている。実形状と z 方向に5倍に拡大したものであるが, 相互干渉の影響を取り入れることによって, 翼厚と迎角が明らかに増大することがわかる。

もちろん, 単独翼の逆問題ソルバーを利用したの相互干渉のある多翼系の設計は不可能ではない。各反復ループにおいて, 各々の翼の設計は単独で行うが, 流れ場の解析を系全体で行い, その結果の圧力分布を再び逆問題ソルバーに与えることで, 相互干渉の影響を取り込むことが出来る。しかし, この相互干渉には, これから設計することによって起こる, 各翼の形状変化が自分以外の翼に与える影響は含まれていない。つまり, ある段階で, 後方翼がうまく設計出来たとしても, 後方翼の形状変化のため, 前方翼の圧力分布が変わってしまい, それまで望ましかった前方翼の圧力分布が惨めなものになってしまう可能性があるわけである。そこで, また反復設計を繰り返すことになるのであるが, 必ずしも収束解が得られるとは限らない。ここに, 各翼の形状変化の相互作用まで考慮して複数の形状を同時に決定する, 複数翼逆問題ソルバーの実用上の必要性が認められる。

第6図 設計例題2 ($M_\infty=0.6$, $Re=1 \times 10^6$)
実線: 目標圧力分布, 記号 (+, x): 実現された圧力分布

7. ま と め

多要素翼や多翼系の空力設計を逆問題解法によって実現する事を目的として, 複数翼に対し, 相互干渉を考慮して逆問題の積分方程式を導出し, 解法の定式化を行った. 定式化の結果に基づき計算機による逆問題ソルバーを開発し, 前後に直列的におかれた互いに干渉し合う2つの翼の設計を試みた. 簡単な例題ではあるが, 亜音速・遷音速の問題に対して良好な結果が得られ, 本研究の逆問題解法について以下の結論を得た.

- (1) 各々が任意の z 座標をもつ複数翼の逆問題も単独翼 ($z=0$) の場合と同様に解析的に厳密に定式化が出来る.
- (2) 区分関数近似を適用した結果導かれる区分積分の値も解析的に求められる.
- (3) 亜音速から衝撃波の存在する遷音速粘性流れまでの広い範囲の相互干渉をともなった多翼系の流れ場に適用可能である.
- (4) 設計能力は十分にあると思われる. また, 短い計算時間で解を提供でき, 本研究の逆問題解法

第7図 設計例題2の揚力係数の履歴

第9図 単独翼設計の状況と形状の比較
実線：単独，破線：複数 第8図 設計前・後の形状の比較
実線：設計形状，破線：初期形状，
上：実形状の相似形，下：z方向拡大

を使った設計の有効性の見通しが得られた。

今後は、より干渉の強い流れ場や三次元性の強い問題に適用して、本方法の拡充を図りたいと考えている。

本研究を行うにあたり、科学技術庁航空宇宙技術研究所空力性能部故高梨進計算空力研究室長とは数々の有益なディスカッションをさせて頂きました。ここに、更めて感謝の意を表するとともに、ご冥福を御祈り致します。

参 考 文 献

- 1) Laburujere, Th. E. and Slooff, J. W.: Computational Methods for the Aerodynamic Design of Aircraft Components, Annu. Rev. Fluid Mech., **25** (1993), pp.183-214.
- 2) Dulikravich, G. S.: Shape Inverse Design and Optimization for Three-Dimensional Aerodynamics, AIAA-95-0695 (1995).
- 3) Reuther, J. and Jameson, A.: Control Theory Based Airfoil Design for Potential Flow and a Finite Volume

- Discretization, AIAA-94-0499 (1994).
- 4) Lighthill, M. J.: A New Method of Two-Dimensional Aerodynamic Design, ARC R & M 2112, 1945.
- 5) Woods, L. C. and D. Phil, M. A.: Aerofoil Design in Two-Dimensional Subsonic Compressible Flow, ARC R & M 2845, 1952.
- 6) Takanashi, S.: Iterative Three-Dimensional Transonic Wing Design Using Integral Equations, J. Aircraft, **22**, 8 (1985), pp.655-660.
- 7) Fujii, K. and Takanashi, S.: Aerodynamic Aircraft Design Methods and Their Notable Applications, ICIDES-III, 1991, pp.31-45, and References Therein.
- 8) Xia, Z. X., Zhu, Z. Q. and Vu, L. Y.: A Computational Method for Inverse Design of Transonic Airfoil and Wing, AIAA-93-3482-CP (1993).
- 9) Lorentzen, L.: Development of Inverse Airfoil Design for Transonic Applications, FFA TN 1993-37, 1993.
- 10) Hua, J., Yang, Q. Z., Xi, D. K., Zhang, Z. Y., Fu, D. W., Zhang, Z. L. and Wang, L.: Design and Experimental Investigation of Transonic Natural Laminar Flow Wings, ICAS-94-4, 7, 3, 1994.
- 11) Obayashi, S. and Takanashi, S.: Genetic Optimization of Target Pressure Distributions for Inverse Design Methods, AIAA-95-1649-cp (1995).
- 12) Bartelheimer, W.: An Improved Integral Equation Method for the Design of Transonic Airfoils and Wings, AIAA-95-1688-cp (1995).
- 13) Shigemi, M.: A Solution of Inverse Problems for Multi-Element Aerofoils through Application of Panel Method, Trans. Jpn. Soc. Aero. Space Sci., **28**, 80 (1985), pp.97-107.
- 14) Heaslet, M. A. and Spreiter, J. R.: Three Dimensional Transonic Flow Theory Applied to Slender Wings and Bodies, NACA Report 1318, 1957.
- 15) Fujii, K. and Obayashi, S.: Simulations of Transonic Flows over a Practical Wing Configuration, AIAA J. **25**, 3 (1987), pp.369-370.
- 16) Fujii, K. and Obayashi, S.: High Resolution Upwind Scheme for Vortical Flow Simulations, J. of Aircraft, **26**, 12 (1989), pp.1123-1129.
- 17) Private communication with Dr. Susumu Takanashi.
- 18) Hirose, N., Takanashi, S. and Kawai, N.: Transonic Airfoil Design Based on Navier-Stokes Equation to Attain Arbitrarily Specified Pressure Distribution—an Iterative Procedure, AIAA-85-1592 (1985).