柔軟宇宙構造物に対する H_∞ 制御における最悪な外乱について (第1報)*1

理論的考察

Worst Disturbance in H_∞ Control for Flexible Space Structures (Part 1)

Theoretical Aspects

藤井 裕 矩*2・井戸川 理 一*3

Hironori A. FUJII, Riichi IDOGAWA,

大塚 敏 之*4・浦田 真次郎*5

Toshiyuki OHTSUKA and Shinjiro URATA

Key Words: H_∞ Control, Flexible Space Structures, Worst Disturbance

Abstract

Objective of the present study is to clarify the characteristics of the worst disturbance on flexible space structures. "The worst disturbance" is defined as a disturbance which most effectively causes the vibration of a dynamical system and is formulated theoretically by using the idea of H_∞ control theory and the optimal control problem. Flexible structures are modeled by an Euler-Bernoulli beam and the worst disturbance on the flexible space structure model is obtained mathematically by numerical simulation.

1. は し が き

軌道上ステーションなどの大型宇宙構造物は微小重力環境で建設、運用される。地上からの資材運搬の労力を大幅に軽減する要求から、軽量な低剛性の構造物で建設することにより、このような構造物はその剛性が、地上構造物と比較して非常に小さい¹⁻³⁾。

このような大型軽量、低剛性の構造物は、当然ながら非常に柔軟なものとなり、そのため大型宇宙構造物はその特徴として、低周波域に稠密な固有モードを有し、かつ小さな構造減衰のみをもつことになる。また軌道上では大気中のような空気による粘性減衰が期待できないため、こうした構造物は一度振動が始まると長時間にわたってその振動が持続する、という好ましくない性質をもつ。このような構造物は、構造物の内外から様々な外乱によって加振を受けるため、実用化

に際しては振動の抑制、制御は必要不可欠である。

宇宙構造物に加わる外乱は、その振動源は様々であり、また特性は、振幅の大きさ、スペクトル、継続時間など非常に広範囲にわたることが予想される。こうした宇宙構造物の実用化、運用ということを考えた場合、ある構造物がどのような外乱に最も影響を受けやすいか、またどのような外乱が加わることを避けるべきか、という点を明らかにすることは非常に有用である。本研究では、ある動的システムに加わる外乱のうち最もシステムに悪影響を与える外乱を「最悪な外乱」^{4,5)}と呼ぶことにして、ある柔軟宇宙構造物における「最悪な外乱」がどのようなものであるか、という点を明らかにすることが目的である。

「最悪な外乱」の具体的な定義には、 H_∞ 制御^{6,7)}の考え方を利用した。 H_∞ 制御理論は、LQG (Linear-Quadratic-Gaussian) 理論にかわるものとして近年注目され、幅広い分野で応用されている。LQG理論とは最適レギュレータとカルマンフィルタ(オブザーバ)を中心とする制御理論で、現在では制御の様々な分野で幅広く用いられている。LQG理論は、与えられたスペクトルをもったただ一つの外乱に対して最適性を保証するものであり、現実の制御系に加わるような様々なスペクトルをもつ多様な外乱に対して、一様な制御性能を保持することはできない。そこで、この様々なスペクトルの外乱に対応した制御を実現するために、周波数領域におけるループ整形の考えをもとに、LQGの2次形式の評価関数に代わり、閉ループの外乱から制御量への伝達関数の最大値を評価関数にとることとする。この新しい評価関数は伝達関数の H_∞ ノルムとして表される。評価関数としてとった、外乱から制御量への伝達関数のノルムの最大を

*1 平成8年5月15日原稿受理

*2 東京都立科学技術大学工学部航空宇宙システム工学科

*3 群馬女子短期大学、東京都立科学技術大学大学院工学研究科博士課程

*4 筑波大学構造工学系

*5 東京都立科学技術大学大学院工学研究科修士課程力学系システム工学専攻

最小にすることは、言い換えればシステムにとって最も都合の悪い外乱が加わったときの影響を最小にすることと等価である。つまり、 H_∞ ノルムはシステムに最も都合の悪い外乱が加わったときの伝達関数の一般化された意味でのゲインを表しており、その値を最小にするような制御器を求めるのが H_∞ 制御の目的である。この H_∞ 制御におけるシステムにとって最も都合の悪い外乱を、本研究では最悪な外乱と定義し、この定義にしたがった最悪な外乱の特性を明らかにするために H_∞ 制御における最悪な外乱を定式化した。

次に、Euler-Bernoulli ビームによって簡便化した柔軟宇宙構造物を想定したモデルに適用して、最悪な外乱を数値データとして求めた。同時に、最悪な外乱が加わったときのビームの挙動も求めた。柔軟宇宙構造物を模擬するためには、低周波数部分でモードが稠密である点と、減衰率が非常に小さい点を満たすようにビームのパラメータを設定した。具体的には柔軟宇宙構造物にスペースシャトルがドッキングする、または構造物内のモータ等により構造物が加振されるといった状況を想定している。

2. 理 論

2.1 最悪な外乱の定義 本研究では、 H_∞ 制御の考え方から、最悪な外乱を定義する⁹⁾。

まず H_∞ 制御について簡単に触れる。

制御対象を P 、制御器を K とし、外部入力（ここでは外乱）を w 、 u を制御入力、 y を観測出力、 z を制御量、そして x を制御対象の状態量とする制御系を考える。制御対象は次のように記述される。

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ y \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (1)$$

制御器は次のように表される。

$$u = Ky \quad (2)$$

そして、このとき外乱 w から制御量 z への閉ループ伝達特性を、次のように表す。

$$z = \Phi w \quad (3)$$

この伝達関数 Φ が安定でプロパーな伝達関数であるとすると、その H_∞ ノルムは次のように定義される。

$$\|\Phi\|_\infty = \max_w \bar{\sigma}(\Phi(j\omega)) = \max_w \frac{\|\Phi w\|_2}{\|w\|_2} = \max_w \frac{\|z\|_2}{\|w\|_2} \quad (4)$$

ただし、 $\|\cdot\|_\infty$ は H_∞ ノルム、 $\|\cdot\|_2$ は H_2 ノルム、 $\bar{\sigma}$ は最大特異値を表す。 H_2 ノルムは、ある安定で厳密にプロパーな有理関数 $G(s)$ に対して次の式で定義される。

$$\|G(s)\|_2^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \text{trace}\{G^*(j\omega)G(j\omega)\}d\omega \quad (5)$$

このように定義された外乱 w から制御量 z への伝達関数 Φ の H_∞ ノルムについて、制御系が閉ループ安定で、かつある正の数 γ に対して

$$\|\Phi\|_\infty < \gamma \quad (6)$$

を満足するような制御器 K を求める、というのが H_∞ 制御問題の基本型である。

ここで評価基準として外乱 w から制御量 z への伝達関数の H_∞ ノルム $\|\Phi\|_\infty$ の意味を考えてみる。(4)式は、 $\|\Phi\|_\infty$ が様々なスペクトルの外乱 w の中で、最も $\|z\|_2/\|w\|_2$ を大きくするような、言い換えると外乱 w それ自体の大きさに比して最も効率良く制御量 z を大きくするような外乱 w が加わったときの伝達関数の一般化された意味でのゲインに等しい、ということを表している。そして、それをある値以下に抑えるような制御器 K を求めることで、外乱 w が制御量に及ぼす影響を抑えるというのが H_∞ 制御の考え方である。これは、制御対象のシステムにとって最も都合の悪い外乱が加わった場合に一定の制御性能を保証するということであり、最悪な場合のことを考えておけばその他の場合にも対応できるという「最悪状態設計」の考え方である。

そして、このような H_∞ 制御の考え方の基本である、システムにとって最も都合の悪い外乱を、本研究では最悪な外乱と呼ぶことにした。本研究はこの最悪な外乱に注目し、それが具体的にはあるシステムにとってどのような性質をもつ外乱であるのかという点を明らかにすることが目的である。

ただし、最悪な外乱を求めるにあたって、上記の定義だけでは条件が不十分であるため、次式のような条件をひとつ加えることにする。

$$\|w\|_2 = 1 \quad (7)$$

これは外乱のノルムに関する拘束条件である。この条件の下では(4)式は次のようになる。

$$\|\Phi\|_\infty = \max_w \|z\|_2 \quad (8)$$

この式は、伝達関数の H_∞ ノルムは、(7)式のような条件を満たす外乱のうちで最悪のものが加わった場合の制御量 z の H_2 ノルムに等しいということを表している。

(7)、(8)式の H_2 ノルムを時間領域で書き換えると、

$$\|w\|_2^2 = \int_0^\infty \|w(t)\|^2 dt = 1 \quad (9)$$

$$\|z\|_2^2 = \int_0^\infty \|z(t)\|^2 dt \quad (10)$$

ここで制御量と状態量の関係を次式のようにおく。

$$z = Q^{1/2} x \quad (11)$$

ただし $Q^{1/2}$ は対称行列とする。このとき、(10)式は次のような状態量 x の2次形式の時間積分の形で表される。

$$\|z\|_2^2 = \int_0^\infty x^T Q x dt \quad (12)$$

最悪の外乱を求めるにあたって、(12)式を(13)式のような評価関数 J として定義する。

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty x^T Q x dt \quad (13)$$

さらに(7)式を満たし、この J を最大にするような外乱 w を計算する。これには制御入力に拘束のある最適制御問題の解法⁹⁾を参考にした方法を用いる。

2.2 柔軟宇宙構造物モデル 以上のように定義した最悪な外乱を、本研究では、柔軟宇宙構造物を想定し、簡単化のために Euler-Bernoulli ビームで近似したモデルに適用して、その具体的な性質を調べている。

Euler-Bernoulli ビームの運動方程式は次式のように表される¹⁰⁾。

$$m \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] = 0 \quad (14)$$

ここで、ビームの線密度を m 、縦弾性係数を E 、断面2次モーメントを I としている。

想定しているのは宇宙空間に浮かぶ柔軟宇宙構造物であるので、境界条件は両端自由とした。そのため両端点における曲げモーメント、せん断力が0となる。

$$M(L,t) = \frac{\partial}{\partial x} \left[EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right]_{x=L} = 0, \\ M(0,t) = \frac{\partial}{\partial x} \left[EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right]_{x=0} = 0 \quad (15)$$

$$Q(L,t) = k' GA \left(\frac{\partial y}{\partial x} - \varphi \right) \Big|_{x=L} = 0, \\ Q(0,t) = k' GA \left(\frac{\partial y}{\partial x} - \varphi \right) \Big|_{x=0} = 0 \quad (16)$$

いま、次式のように運動方程式をモード展開する。

$$y(x,t) = \sum_{i=0}^n Y_i(x) f_i(t) \quad (17)$$

(17)式は、ビーム形状を表す関数 $y(x,t)$ が、ビームの柔軟 i 次モードのモード形状関数 $Y_i(x)$ と、第 i 次モードの振動を表す関数 $f_i(t)$ の積の重ねあわせの形に表せるという仮定を示している。ただし、 x はビームの長手方向の座標を表すパラメータであり、 y は x 軸に直交する方向のビームの変位を示している。また、 t は時間を表すパラメータである。モード展開の結果、(14)式から、

$$\frac{d^2}{dt^2} f_i(t) + \omega_i^2 f_i(t) = 0 \quad (18)$$

$$\frac{d^4}{dx^4} Y(x) - \beta^4 Y(x) = 0 \quad \left(\beta^4 = \frac{m\omega^2}{EI} \right) \quad (19)$$

が得られる。

(18)式に減衰項と外乱による加振力の項を組込み、減衰比を ζ で表すと、

$$\frac{d^2}{dt^2} f_i(t) + 2\zeta\omega_i \frac{d}{dt} f_i(t) + \omega_i^2 f_i(t) = \frac{w(t)}{m} Y_i(x_f) \quad (20)$$

となり、結局 n 次のモードまでの運動方程式を行列形式で表して次のような運動方程式を得る。

$$M\ddot{f}(t) + C\dot{f}(t) + Kf(t) = w(t)Y \quad (21)$$

ただしここで、 M は質量行列、 C は減衰項の行列、 K はバネ項行列、 $w(t)$ は外乱入力を表している。これを次のような1階の微分方程式の形に表してモデルの状態方程式を得る。

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bw(t) \quad (22)$$

$$x = \begin{bmatrix} f \\ \dot{f} \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ K & -C \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ Y \end{bmatrix} \quad (23)$$

2.3 最悪な外乱の解法 最悪な外乱を求める問題は、以下の式で表される。

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bw(t), \quad x(0) = \text{given}, \quad x(\infty) = 0 \quad (24)$$

$$\|w\|_2 - 1 = \left(\int_0^\infty w^2 dt \right)^{1/2} - 1 = 0 \quad (25)$$

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty x^T Q x dt \quad (26)$$

すなわち、(24)式に対して、(25)式の条件を満たし、(26)式の評価関数を最も大きくするような外乱 w を求めるという問題に定式化する。これを解くにあって、前述のように制御入力に拘束のある最適制御問題の解法を参考にした方法を用いた。

(24)～(26)式を便宜上積分の終端時間を T として以下のように書き換える。 T は十分に大きな値をとるものとする。

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bw(t) \quad (27)$$

$$\|w\|_2 - 1 = \left(\int_0^T w^2 dt \right)^{1/2} - 1 = 0 \quad (28)$$

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T x^T Q x dt \quad (29)$$

状態量 $x(t)$ は m 次とし、その初期値は任意に与えられるものとする。また、状態方程式は減衰項をもつ系のものであるとし、 $x(t)$ は漸近的にゼロに近づくものとする。さらに、 Q は評価関数の重み行列で $m \times m$ の準正定な行列であるとする。

まず、便宜的に $m+1$ 番目の状態量 x_{m+1} を導入することによって(28)式を次のように表す。

$$x_{m+1}(t) = \int_0^t w^2(\tau) d\tau \quad x_{m+1}(T) = 1, \quad x_{m+1}(0) = 0 \quad (30)$$

$$\dot{x}_{m+1}(t) = w^2(t) \quad (31)$$

(27)式と(31)式を共状態量 $\lambda(t)$ と $\mu(t)$ を用いて (29)式にくわえ、拡張された評価関数 J^* をつくる.

$$J^* = \int_0^T \left[\frac{1}{2} x^T Q x + \lambda^T(t) \{ A x + B w - \dot{x} \} + \mu \{ w^2 - \dot{x}_{m+1} \} \right] dt \quad (32)$$

ここで Hamiltonian H は次式のようになる.

$$H = \frac{1}{2} x^T Q x + \lambda^T (A x + B w) + \mu w^2 \quad (33)$$

(33)式を用いて(32)式を書き直すと以下のようになる.

$$J^* = -\mu(T)x_{m+1}(T) - \lambda^T(0)x(0) + \int_0^T \{ H + \dot{\lambda}^T x + \dot{\mu} x_{m+1} \} dt \quad (34)$$

J^* が最大値をとるとき J^* の第1変分が停留するという条件から、次のような Euler-Lagrange 方程式が得られる.

$$\dot{\mu} = -\frac{\partial H}{\partial x_{m+1}} = 0 \rightarrow \mu : \text{const.} \quad (35)$$

$$\lambda^T = -\frac{\partial H}{\partial x} = -x^T Q - \lambda^T A, \quad \lambda^T(T) = 0 \quad (36)$$

$$w = -\frac{1}{2\mu} B^T \lambda(t) \quad (37)$$

状態方程式(27)と Euler-Lagrange 方程式から、次のような2点境界値問題が得られる. ただし、(35)式から μ が定数であることがわわっている.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - \frac{1}{2\mu} B B^T \\ Q - A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} \quad \begin{cases} x(0) : \text{given} \\ \lambda(T) = 0 \end{cases} \quad (38)$$

また J^* が最大値をとるとき、その第2変分が負の値をとるという条件から μ について(39)式の条件が得られる.

$$\mu < 0 \quad (39)$$

(38)式の2点境界値問題を解くために次式のような仮定をおく.

$$\lambda(t) = S(t)x(t) \quad (40)$$

この式を時間微分したものと(38)式の2点境界値問題から、次のような行列 Riccati 方程式が得られる.

$$SA + A^T S - \frac{1}{2\mu} S B B^T S + Q = 0 \quad (41)$$

次に(37)式を(28)式に代入する.

$$\int_0^T w^2(t) dt = \int_0^T \frac{1}{4\mu^2} x^T S B B^T S x dt = 1 \quad (42)$$

ここで、(43)式のような V , X を考える.

$$V(x(t)) = x^T X x \quad (43)$$

(43)式の時間微分を考える.

$$\dot{V} = \dot{x}^T X x + x^T X \dot{x} = x^T (A_c^T X + X A_c) x \quad (44)$$

ここで A_c は(45)式のようなものであるとした.

$$\dot{x} = A x + B w = \left(A - \frac{1}{2\mu} B B^T S \right) x = A_c x \quad (45)$$

X を(46)式のような関係を満たすものとする.

$$A_c^T X + X A_c + S B B^T S = 0 \quad (46)$$

(42)式から(47)式のような条件が導ける.

$$\begin{aligned} \int_0^T x^T S B B^T S x dt &= - \int_0^T x^T (A_c^T X + X A_c) x dt \\ &= - \int_0^T \dot{V} dt \\ &= -x^T X x \Big|_0^T \\ &= x^T(0) X x(0) - x^T(T) X x(T) \\ &= 4\mu^2 \end{aligned} \quad (47)$$

(46)式は Lyapunov 方程式と呼ばれる. ここで $T \rightarrow \infty$ とし、 A_c が漸近安定であると仮定すると、 $x(T) \rightarrow 0$ となり、(47)式から(48)式が得られる.

$$x^T(0) X x(0) = 4\mu^2 \quad (48)$$

(41), (46), (48)式の3つの式に注目すると、これらは未知数 μ と未知行列 X と S の非線形連立方程式の形になっている.

$$SA + A^T S - \frac{1}{2\mu} S B B^T S + Q = 0 \quad (41)$$

$$A_c^T X + X A_c + S B B^T S = 0 \quad (46)$$

$$x^T(0) X x(0) = 4\mu^2 \quad (48)$$

これらを解いて、3つの式を満たすような μ , X と S を見つけることができれば、(37)式から外乱 $w(t)$ を次式のような形で表すことができる.

$$w(t) = -\frac{1}{2\mu} B^T S x(t) \quad (49)$$

最悪の外乱と状態量の間のこのような関係が分かれば、(27)式の状態方程式とあわせて、1階線形微分方程式を解くことで、最悪な外乱を計算することができる.

3. 数値シミュレーション

ここでは、前節で得られた行列 Riccati 方程式と Lyapunov 方程式を含む非線形連立方程式を数値計算により解き、外乱・状態量の時間推移を求める. 数値

第1表 数値計算パラメータ

長さ	$L = 2(\text{m})$
幅	$b = 0.03(\text{m})$
厚さ	$h = 0.001(\text{m})$
縦弾性	$E = 7.05 \times 10^{10}(\text{N/m}^2)$
断面2次モーメント	$I = 0.25 \times 10^{-11}(\text{m}^4)$
単位長さあたり質量	$m = 8.1 \times 10^{-2}(\text{kg/m})$
減衰率	$\zeta = 0.01$
加振力の加わる位置	$x_f = 1.00(\text{m})$

第2表 数値モデルの柔軟モード周波数

柔軟1次モード	1.312 Hz
柔軟2次モード	3.617 Hz
柔軟3次モード	7.091 Hz
柔軟4次モード	11.722 Hz

計算に用いたパラメータを第1表に示す.

外乱を加える位置は, はり中央とした. このため, 2つの剛体モードのうち回転運動を表すモードは生じない. したがって剛体モードは1次のみ, すなわち並進運動のみを考えることにする. また, 柔軟モードを3次まで考慮することとした. したがって, 状態量は4次となり, ベクトル x の次元は8次となる.

このようなビームの柔軟モードの固有振動数は第2表のようになる.

3.1 計算アルゴリズム 前節で得られた連立方程式を解くために, 繰り返し計算による方法を用いた. この連立方程式は非線形であり, 行列 Riccati 方程式と Lyapunov 方程式が連成した複雑な形式であって, 解析的な方法では解くことができないからである.

数値計算のアルゴリズムを以下に示す.

- 1) μ として, 任意の負の値 μ_1 を与える.
- 2) μ_1 により (41) 式の行列 Riccati 方程式を解いて, 解 S を得る.
- 3) 解 S により (46) 式の Lyapunov 方程式を解き, 解として X を得る.
- 4) X を (48) 式に用い, 解として μ_2 を得る.
- 5) μ_1 と μ_2 を比較して, それらの中間の値で新しい μ_1 を定め2)に戻る. $\mu_1 = \mu_2$ ならば, その値が求める μ であり, そのときの S, X が求める解である.

このようにして未知数 μ と未知の行列 S, X が得られる. これらを (48) 式に代入し, さらに (27) 式に代入することにより, 最悪な外乱と最悪な外乱が加わったときのビームの挙動が普通の行列1階微分方程式を数値的に解くことで得られる. このとき, ビームの状態量の初期値がその後のビームの挙動と求められる最悪の外乱に影響を与える. ここではこの初期値に以下の値を用いた.

$$x(0) = [0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1] \quad (50)$$

3.2 計算結果及び考察 以上のアルゴリズムに基づき, 数値計算プログラムを MATLAB を用いて作成した. ここではその計算結果を示す. 第1図(a), (b)は最悪な外乱の時間応答で, 表示時間域を変えて示した. 第2図にフーリエ変換した最悪な外乱を, 第3図に最悪な外乱の2乗積分値の時間応答を, 第4図

(a)

(b)拡大

第1図 最悪な外乱の時間応答

第2図 最悪な外乱のフーリエ変換

(a)~(c)に最悪な外乱が加わったときの状態量のうち柔軟1次から柔軟3次モード成分の時間応答を各々示す.

数値シミュレーションの結果として求められた最悪な外乱は, 第1図(a), (b)のような, おもにモデル

第3図 最悪な外乱の2乗積分の時間応答

(a) 柔軟1次

(b) 柔軟2次

(c) 柔軟3次

第4図 最悪な外乱が加わったときの状態量の時間応答

の柔軟1次モードの周波数の振動をその成分にもつ長時間にわたるものとなった。これは、最悪な外乱の定義を状態量の2乗積分値を大きくするものとしたためと考えられる。初期の振動を長時間減衰させないように継続させれば、評価関数にとった状態量の2乗積分値を効率良く大きくすることができることになる。第

2図から最悪な外乱はモデルの柔軟1次と3次のモードの振動を成分とすることがわかる。2次モードが出ていないのはモデルの設定のためである。モデルではビームの中央に外乱が加わるとしたが、ビームの中央は柔軟2次モードの振動の節にあたるため、外乱はビームの柔軟2次モードを加振できないことになり、結果として得られた最悪な外乱は柔軟1次と3次のモードを加振するものとなった。第3図から、2乗積分値が時間とともに1に収束し、(41)式の拘束が満たされていることが確認できる。また第4図から、高次モードほど状態量の持続時間が短く、一定の時間が経過すると柔軟1次モードが支配的になることがわかる。

4. ま と め

動的システムの最悪な外乱を H_∞ 制御の考え方から定式化した。また、これを柔軟宇宙構造物を Euler-Bernoulli ビームで表現したモデルに適用して、数値シミュレーションを作成し、柔軟宇宙構造物の最悪な外乱を数値的に求めた。結果として得られた最悪な外乱は、主にモデルの柔軟1次モードの振動を成分とする、長時間継続する振動であった。これは最悪な外乱を状態量の2乗積分値を大きくするものと定義したためであり、妥当ではあるが興味深い結果が得られたと考えられる。

参 考 文 献

- 1) Nurre, G. S., Ryan, R. S., Scofield, H. N. and Sims, J. L.: Dynamics and Control of Large Space Structures, J. Guidance, Control, and Dynamics, 7 (1984), pp.514-526.
- 2) Sparks, Jr., D. W. and Juang, J.-N.: Survey of Experiments and Experimental Facilities for Control of Flexible Structures, J. Guidance, Control, and Dynamics, 15 (1992), pp.801-816.
- 3) Fujii, H. A., Hatano, S. and Matsuda, K.: Control of a Flexible Beam Using Back Electromotive Force of Motor, J. Guidance, Control, and Dynamics, 19 (1996), pp.135-140.
- 4) 藤井裕矩, 浦田真次郎, 大塚敏之: 柔軟宇宙構造物における最悪な外乱について, 第8回宇宙ステーション講演会予稿集, 1992, pp.29-30.
- 5) 藤井裕矩, 井戸川理一, 浦田真次郎: H_∞ 制御における最悪な外乱についての考察, 第39回宇宙科学技術連合講演会予稿集, 1995, pp.351-352.
- 6) 木村英紀: LQG から H_∞ へ, 計測と制御, 29 (1990), pp.111-119.
- 7) Doyle, J. C., Glover, K., Khargonekar, P. and Francis, B. A.: State Space Solutions to Standard H_2 and H_∞ Control Problem, IEEE Trans. on Automatic Control, 34 (1989), pp.831-897.
- 8) 木村英紀, 藤井隆雄, 森 武宏: ロバスト制御, コロナ社, 1994.
- 9) Bryson, Jr., A. E. and Ho, Y.-C.: Applied Optimal Control, Hemisphere, New York, 1975.
- 10) Meirovitch, L.: Analytical Methods in Vibrations, Macmillan, New York, 1967.