3次元離散渦法による Weis-Fogh メカニズムにおける流れの解析^{*1}Analysis of Flowfield in the Weis-Fogh Mechanism by
the Three-dimensional Discrete Vortex Method葛 原 道 久^{*2}・村 上 泰 城^{*3}

Michihisa TSUTAHARA and Hiroki MURAKAMI

Key Words: Unsteady Flow, Numerical Simulation, Three-dimensional Flow, Vortex Method, Wings**Abstract**

Three-dimensional flowfield about the wings in the Weis-Fogh mechanism is simulated by the discrete vortex method. The flat wings are approximated by vortex panels represented as vortex flames, and shed vortices are expressed by vortex sticks. Viscous effect is simulated by the method of core spreading. The flows at the fling and the rotating stages are calculated, and the vortex distributions, velocity fields and the force on the wings are obtained. The complex structure about the wings is clarified and the flow patterns agree well to those by flow visualizations. The lift is reasonable comparing with some previously reported results. The relationship between the lift and moment and the opening angle of the wing is also clarified.

1. は じ め に

Weis-Fogh メカニズムは、Weis-Fogh¹⁾が *Encarsia formosa* と呼ばれる体長 1 mm 程度の小バチの空中静止飛行を観察することにより発見した、効率のよい揚力発生機構である。このメカニズムを用いることにより、小バチはレイノルズ数 $Re=20\sim30$ において平均 2 から 3 の揚力係数を得ることができるとされており、多くの研究がなされている²⁻⁷⁾。

小バチは体をほぼ垂直に立てた状態で静止飛行を行うとともに、翼をほぼ水平面内において回転運動させている。また翼の動きは約 400 Hz である。ここでは一連の翼運動が、第 1 図に示すように大きく 5 つの過程より構成されると考え、以下ではそれぞれの過程を (a)clap, (b)fling, (c)rotating stage, (d)flip, (e)returning stage と呼ぶこととする。

Weis-Fogh メカニズムでは両翼を背中で打ち合わせた (a)clap の後に後縁を接したまま翼を V 字形に

開く (b)fling を行うことにより双方の翼周りに互いに逆向きの強い循環を生成することができる。これにより翼後縁からの出発渦を必要とすることなく、翼は十分な循環を持って次の (c)rotating stage へと進む。ここでは翼はある一定迎角を保ったまま胴体を中心に水平面内を回転する。この回転の最後に翼は上方へ振られるとともに (d)flip と呼ばれる急な反転により再び逆方向への運動を行い、この際に翼周りで先述の回転とは逆の循環が形成され、同時にやや水平面より下方へ振り下ろすことで揚力を得ている。最後に両翼は再び胴体後方で打ち合わされ (clap)、少し上方へ持ち上げられて (a)の状態に戻る。以下この運動を繰り返すことで小バチは静止飛行を行う。

これまでの研究は 2 次元モデルを中心とした解析と、模型を用いた 3 次元流れの実験的な研究のみであり、3 次元解析は試みられていないようである。しかしながら、このメカニズムにおける流れ場は 3 次元性の強いものであり、また流れの境界が時間的に大きく変動する、極めて非定常性の大きな流れで、数値的であれ 3 次元非定常流れ場の解析を必要としていた。

ここでは、境界の形状が、すなわち 2 枚の翼の相対位置が時間的に変化する場合などに、特に有用なパネル法および 3 次元離散渦法を用いて、このメカニズムにおける流れ場をシミュレートし複雑な渦構造を明らかにするとともに、fling および rotating stage における翼に働く揚力を求めた。

2. 3次元離散渦法による定式化および計算手法

2.1 Stick 法とリング状渦による定式化 渦糸のモデル化としてここでは Stick 法⁸⁻¹²⁾を用いた。Stick 法は第 2 図で示されるように、渦糸を断片的な円筒形渦要素で近似するモデルである。各渦要素は番号付けをされており、 i 番目の渦要素は中心位置 r_i 、

^{*1} 平成 7 年 11 月 10 日原稿受理^{*2} 神戸大学大学院自然科学研究科^{*3} 三菱電機(株)伊丹製作所

第1図 小バチの静止飛行

第2図 渦Stick法の概念図

渦度ベクトル ω_i , 渦核半径 σ_i , 長さ δl_i の8つの量で定義される。

各成分の時間変化は Beale と Majda⁸⁾ および白山⁹⁾ による手法を用いることにより計算した。これは中心位置と渦度ベクトルを各々計算により求めるものである。中心位置の時間変化はビオ・サバルの法則から求められる全渦要素による誘導速度で決定される。任意の位置 $\mathbf{r}_i^t$ における j 番目の渦要素からの誘導速度 $\mathbf{u}_{ij}^t$ は次式により表される。

$$\mathbf{u}_{ij}^t = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\omega_j^t \times (\mathbf{r}_i^t - \mathbf{r}_j^t)}{|\mathbf{r}_i^t - \mathbf{r}_j^t|^3} d\mathbf{r}_j^t \quad (1)$$

ここで積分は1つのstickについて行う。全渦要素からの誘導速度を加えることにより、次の時間における中心位置 $\mathbf{r}_i^{t+\Delta t}$ は

$$\mathbf{r}_i^{t+\Delta t} = \mathbf{r}_i^t + \mathbf{u}_i^t \Delta t = \mathbf{r}_i^t + \sum_{j=1}^n \mathbf{u}_{ij}^t \Delta t \quad (2)$$

となる。また渦度ベクトルの時間変化は、粘性項を省略した渦度方程式

$$\frac{D\omega_i}{Dt} = (\omega_i \cdot \nabla) \mathbf{u}_i = (\omega_i \cdot \nabla) \sum_j \mathbf{u}_{ij} \quad (3)$$

により計算する。粘性効果は後に考える。

次に渦核半径の時間変化は Kelvin の循環定理により

$$\sigma_i^{t+\Delta t} = \sqrt{\frac{|\omega_i^t|}{|\omega_i^{t+\Delta t}|}} \sigma_i^t \quad (4)$$

と求められる。また長さ δl_i の時間変化は連続の式より以下のように表される。

$$\delta l_i^{t+\Delta t} = \left(\frac{\sigma_i^t}{\sigma_i^{t+\Delta t}} \right)^2 \delta l_i^t \quad (5)$$

これで上記8つの量の時間変化が決定した。

渦法に粘性の効果を取り入れる方法についても、多くのアイデアがあるが¹³⁻¹⁷⁾、ここでは粘性効果を渦核半径を大きくすることで取り入れる。ここで粘性拡散による渦核半径の増加量を $\Delta \sigma_i^{t+\Delta t}$ とすると

$$\Delta \sigma_i^{t+\Delta t} = \frac{d^2 \nu}{2 \sigma_i^t} \Delta t \quad (6)$$

と表される¹³⁾。ここで ν は動粘性係数、 d は無限長さの直線渦糸に対する Navier-Stokes 方程式の厳密解から得られる定数 $d=2.242$ を用いる。よって粘性効果も考慮した時の渦核半径は以下になる。

$$\sigma_i^{t+\Delta t} = \sigma_i^{t+\Delta t'} + \Delta \sigma_i^{t+\Delta t} \quad (7)$$

また最後に Kelvin の法則を考慮して粘性効果による渦核半径の増加分に対する渦度ベクトルの変化を計算し直すと

$$\omega_i^{t+\Delta t} = \left(\frac{\sigma_i^{t+\Delta t'}}{\sigma_i^{t+\Delta t}} \right)^2 \omega_i^{t+\Delta t'} \quad (8)$$

となる。以上が Stick 法の一連の流れであり、詳しくは文献⁹⁾を参照されたい。

また翼面の渦パネルおよび剥離せん断層内の離散渦として、それ自身閉じたリング状の渦糸を用いた。このリング状の渦糸の循環はいたるところ一定値をとる。

まず1枚の翼について説明する。翼は第3図に示す様に翼弦長 $c=1$ を基準として翼幅 $s=2$ の長方形翼と仮定する。1枚の翼は 5×10 のパネルに分割され、各パネルはリング状の渦糸で表現されるとともに、あとで述べるように、最終的にその周囲に配置された翼弦方向と翼幅方向の円筒形の渦要素で近似される。すなわち、ここで用いるモデルは翼面上の境界層に相当する渦面は存在せず、局所的に渦度の集中した渦stickで近似している。したがって後で述べるように、stick以外の点では、翼上下面で流れは連続につながっている。しかし速度ポテンシャルは翼面に相当する面で、有限のとびがあると考ええる。

ここで円筒形の渦要素の渦核半径は各パネルの長さ $l=0.2$ の $1/4$ に相当する大きさ、つまり $\sigma=0.05$ を与えた。この渦核半径の大きさはあまりに小さい場合では、翼に近づいた渦要素に対しかなり大きい誘導速度

第3図 翼面上の渦パネル(矢印の部分の拡大図が第4図に示されている)

第4図 渦リングの渦stickでの近似

を与え発散の原因となる．そのためある程度の大きさが必要であるが， $\sigma=0.025$ から 0.075 に関して流れ場にあまり大きな差が見られなかったためここでは $\sigma=0.05$ として計算を行った．

ここで各パネルの中心点にとった各検査点において与えられる境界条件は

$$\left(\sum_{j=1}^n u_{cp,j} + \sum_{b=1}^{\text{panel}} u_{cp,b} \right) \cdot \mathbf{n} = \mathbf{u}_{mv} \cdot \mathbf{n} \quad (9)$$

ここで $u_{cp,j}$ および $u_{cp,b}$ はそれぞれ自由渦および束縛渦からの検査点における誘導速度を表し， $\mathbf{u}_{mv}$ は翼の移動する速度で $\mathbf{n}$ は翼に垂直な方向の法線ベクトルを表している．計算の簡単化のため，ここではリング状の渦糸を先に述べた円筒形の渦要素に近似して計算を行った．翼面上のリング状の渦糸群と，それらを円筒形の渦要素により表現すると第4図の様になる．

2.2 翼の運動 次に翼の動きについて説明する．翼は fling と rotating stage の大きく分けて2つの動きをする．第5図にその一連の動きを示す．また第6図に fling での Maxworthy のモデルと今回のモデルとの翼の運動を2次元的に示した．前者では前縁を基準に翼が運動しており，今回のモデルは後縁を中心に翼が回転している，両者での揚力係数の違いは後に考察する．

座標は Z 軸を小バチの体の軸に相当すると考え， X 軸， Y 軸を第5図のようにとった．計算では向かって右側の翼のみを考え，左側の翼は XZ 平面に対

第5図 計算における翼の動き

(a) Maxworthy のモデル

(b) 今回のモデル

第6図 Fling での翼の運動

して右側の翼を鏡像として考慮した．また翼は Z 軸より翼弦長と同じ1だけ離れたところにおかれており，fling における翼の開き角は翼と垂直面のなす角 θ で表され，rotating stage における翼の開き角は翼後縁と X 軸がなす角 ϕ で表される．また，翼とともに移動し，翼後縁に沿って平行にとった座標軸を P 軸，これに垂直な座標を Q 軸とする．

2.3 放出渦の決定法 翼の運動において fling では前縁および両端の3辺から放出渦が出され，rotating stage ではそれに加え後縁からも放出渦が出されることとなる．放出渦の循環を決定する方法は，翼縁および翼端において同じであるため，ここでは前縁のみを例にとって説明する．

第7図は，fling 時において前縁が円弧状に回転している時の，翼前縁を正面と側面から見た拡大図である．(a)の状態は放出渦が流れ場中に存在しない初期時刻 t におけるものである．この時には翼を表現するリング状の渦糸の循環，例えば Γ_{ab} と Γ_{ba} が決定される．ここでは図を簡単にするため，2つのパネルについてのみ記しているが，これは翼面上のパネル全体について決定される．そしてそれらは最終的に，翼弦長と翼幅方向に配置された円筒形の渦要素に置き換えられている．次に放出渦の循環の強さを決定するが，本研究では翼周囲の円筒形の束縛渦がそのまま流れ場中へ放出されるものとして計算を行った．つまり，ここでは円筒形の渦要素 A および B が放出渦となる．

(b)で時間 $t + \Delta t$ の位置を示すが，放出渦は放出された直後は空間的に移動せず，翼の移動によって翼

第7図 束縛渦と放出渦

から離れるとする。また放出渦はリング状の渦糸として放出されるものと考え、リングの一边を翼内に残した形で流れ場中に伸びているとする。これは、翼から流れに放出される渦は、翼面上の境界層から流れにでてゆくものであり、放出された循環だけ翼周りの循環が減少することを表している。この翼内に残る stick の一边をどこに残すかについては任意性があるが、境界条件から翼面上の渦リングは一意的に決定されるから、どこにおいても同じ流れ場、すなわち同じ強さの渦リングが得られる。また、リング状の渦糸の流れ場中に伸びた部分の渦糸を同じく、円筒形の渦要素Cで近似する。この渦要素の循環は $\Gamma_{Ra} - \Gamma_{Rb}$ である。

(c)は同じく時間 $t + \Delta t$ での束縛渦が決定されたところであるが、この時の翼の束縛渦の循環は先程述べたように放出渦の影響も考慮して決定されている。ここでは誤解が無いであろうから、1つのパネルのみについて記している。この時間ステップに前縁にある渦要素の循環は、新たなパネルの循環を $\Gamma_{Ra}^{t+\Delta t}$ とすると $\Gamma_{Ra}^{t+\Delta t} - \Gamma_{Ra}^t$ となる。

次のステップでは、新しく翼周囲の円筒形渦要素Dが放出渦として流れ場中に出されるわけであるが、次の時間において円筒形渦要素Dはそのままの位置であり、先の放出渦A, B, Cは各々の誘導速度をもって移動するものとする。後は以上の手順の繰り返しに

第8図 圧力計算の概念図

より解析を行うことができる。

さらに、計算中に翼を通過する渦要素に関してはそれらが翼境界層に含まれてしまうものと仮定して、流れ場よりそれらを消去して解析を行った。

2.4 揚力およびモーメントの計算 揚力の計算方法は様々な方法が考えられているが^{14,15)}、ここでは無限小厚さの翼についての計算方法を説明する。

渦度はstick内に局在化しているとして、その外部はポテンシャル流れであると考え、圧力は圧力方程式より求めることができる。

$$p = -\rho \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} u^2 \right) + \text{const} \quad (10)$$

ここでは、翼に働く圧力は前述した流速の境界条件を適用する検査点において評価するものとする。翼面は翼面上の渦度が局所的に集中した渦stickにより近似的に表されているとするので、本来翼面上と見なされる渦stick以外の点においても、流速は一価関数であり、翼の上下の面上において同じ値をとる。しかるに速度ポテンシャルは、任意のstick周りに流速を積分すれば分かるように、多価関数であり翼面上に対応する点で上下に跳びがある。

したがって、翼の上面と下面の圧力の差は、右辺第1項の速度ポテンシャルの差によるものだけであり、次のように評価できる。第8図は翼を正面から見たものと側面から見たものである。放出渦の循環を Γ_f 、パネルa, bにおけるリング状の束縛渦の循環を Γ_{Ra} , Γ_{Rb} としている。ここでは前縁以外のパネルでの圧力の求め方を説明するため、2.3節と異なりパネルbは前縁から1つ内側のパネルを表している。

図において放出渦リングの一部である束縛渦 Γ_b と翼縁を含むパネルaのリング状の束縛渦の循環 Γ_{Ra} の間に、速度ポテンシャルが1価つまり圧力差のない基準点oをとり、翼側面で示すような積分路を考える。すると翼側面図で示す翼パネル点aでは、上側と下側の速度ポテンシャル ϕ_{a1} と ϕ_{a2} の差は、それが飛び

越えるリング状の束縛渦の循環 Γ_{Ra} となるので

$$\Phi_{a1} - \Phi_{a2} = \Gamma_{Ra} \quad (11)$$

となる。

ここで基準点 o において圧力が一価であるのは、次の理由による。すなわち翼面上以外の流れ場は当然圧力が一価であるから、翼縁から放出される渦はリング状につながっているため、リングの外側ではなんら循環の変化がなく、圧力も一価となる。

式(10)の右辺第1項は、速度ポテンシャルの時間微分として表されるので、式(11)を用いて

$$\frac{\Phi_{a1}}{\partial t} - \frac{\Phi_{a2}}{\partial t} = \frac{\Gamma_{Ra}^i - \Gamma_{Ra}^{i-\Delta t}}{\Delta t} \quad (12)$$

で評価される。さらにもう1つ翼内の点 b における速度ポテンシャル Φ_{b1} と Φ_{b2} の差を求める場合は、点 a よりリング状の束縛渦 Γ_{Ra} を再び飛び越えて1価となった状態から、新たに翼パネル b を表現するリング状の束縛渦 Γ_{Rb} を飛び越えるので、それらの時間微分も式(12)と同様の式で与えられる。つまり、各パネル点における速度ポテンシャルの時間変化の翼上下面の差は、各パネルを表現するリング状の束縛渦の時間変化により極めて簡単な形で表されることとなる。

また式(10)の右辺の第2項は、検査点においては翼の上面と下面で流れがつながっていると考えているため、点 a, b において上下面の差を取るとゼロとなる。各パネルにおいて圧力差は、検査点で与えられる値で一定値をとるという近似を用いると、翼全面に働く力 F は

$$F = \int p \, ds = -\rho \sum_{j=1}^n \dot{\Gamma}_{Rj} \Delta S_j \quad (13)$$

で与えられ、任意の軸周りの力のモーメント M は各パネルと考えている軸との距離を d_j として

$$M = \int p \, ds = -\rho \sum_{j=1}^n \dot{\Gamma}_{Rj} d_j \Delta S_j \quad (14)$$

で表される。

いま力等を2次元の場合のように、特異点から求める方法も考えられるが、3次元的な stick に働く力やモーメントを求めるのは困難である。したがって、ここでの解析では翼に働く力を翼面上の圧力を求めて計算している。ここで用いた方法では、いわゆる平板翼に働く、前縁での吸引力を計算できず、翼に働く力は純粋に翼面に垂直となる。しかしここで考えているモデルでは、前縁からの剥離を考慮しており、前述の吸引力は存在せず、この計算法で十分であろうと考えられる。

最後に揚力係数 C_L およびモーメント係数 C_M はそれぞれ

$$C_L = \frac{F \sin \theta}{\frac{1}{2} \rho \dot{\theta}^2 c^2 S} \quad (\text{fling stage}) \quad (15)$$

$$C_L = \frac{F \sin \theta}{\frac{1}{2} \rho \dot{\phi}^2 h^2 S} \quad (\text{rotating stage}) \quad (16)$$

$$C_M = \frac{F \sin \theta}{\frac{1}{2} \rho \dot{\theta}^2 c^3 S} \quad (\text{fling stage}) \quad (17)$$

$$C_M = \frac{F \sin \theta}{\frac{1}{2} \rho \dot{\phi}^2 h^3 S} \quad (\text{rotating stage}) \quad (18)$$

により定義する。ここで θ は翼が垂直面となす角度であり、 $\dot{\theta}$ および $\dot{\phi}$ はそれぞれ fling stage および rotating stage における翼の回転角速度、 c, h はそれぞれ翼弦長、および Z 軸から翼の $1/2$ 軸までの距離、そして S は翼表面積である。

2.5 計算条件 以下に計算条件を示すとともに本計算で行った解析パターンを説明する。まず各パラメータは、翼弦長 $c=1$; 翼幅 $s=2$; rotating stage での代表長さ $h=2$; 回転角速度 $\Omega=\dot{\theta}=\dot{\phi}=1$ (fling, rotating stage に共通); レイノルズ数 $Re=30$; 時間刻み $\Delta t=0.05$; 翼パネル数 10×5 ; 初期渦核半径 $\sigma=0.05$, である。

なお、レイノルズ数は翼弦長と fling における前縁回転速度を基準に取り $Re=\Omega c^2/\nu$ で計算した。ここでは実際の小バチの飛行時におけるレイノルズ数(約30)で計算を行った。また、最終的な渦要素数は鏡像となる渦要素の数も含めて約5000個となった。

3. 結果および考察

3.1 fling を $\theta=0$ から π まで行った解析 ここでは fling において $\theta=0$ から π までの流れを第9図に示す。これはチョウなどが飛び立つときの翼の運動のモデルである。左側の図が翼を側面から見たときの渦分布、中央の図が翼を正面から見たときの渦分布で、ともに stick の重心のみをプロットしている。右側の図がその速度ベクトル場を示している。ここで、渦要素分布の YZ 平面図からわかるように、前縁からの剥離せん断層は1つの大きな渦塊となって、翼の近傍に存在している。また、 XZ 平面図に関しては翼端からの剥離渦により、全体として渦分布の断面が上に凸な山形となっているのが確認できる。

第10図に4塩化チタン($TiCl_4$)を用いた可視化写真を示す。レイノルズ数 $Re=380$ である。数値シミュレーションで得られた流れ場は、可視化実験で得られたものとよく一致している。

また、この場合の揚力係数およびモーメント係数の履歴を第11図に示した。開き角が $\theta=\pi/2$ を少しす

第9図 Flingでの渦分布

きたところで揚力係数は最大値を持つが、この傾向は Spedding と Maxworthy の実験と一致している。また平均の揚力係数は約2.7で、これは Spedding と Maxworthy らの揚力測定値の7~8に比べかなり低い値であるように思われるが、ここでの計算には翼の回転は角加速度のない一定角速度の回転をしているのに対し、彼らの実験では、翼の運動には特別な制御をせず、重りを用いて自然に回転する装置で行っており、翼の回転には加速があつて、揚力の大きな部分($\pi/4 \sim 3\pi/4$)での角速度は、平均の角速度の2倍ほどになっている。これは瞬間的な揚力係数を4倍ほど大きくすることになり、単純な比較はできないが、今回得られた値は妥当な値であると考えられる。

モーメント係数は翼を開く際の θ が小さいときと、閉じるときに θ が π に近いときに大きくなる。これは2次元での計算⁶⁾と同様の傾向を示している。

3.2 fling から rotating stage までの解析 渦分布と速度ベクトル場を第12図に示す。これは fling を $\theta = \pi/3$ まで行い、その後 rotating stage で θ を一定に保ったまま $\phi = \pi/2$ まで回転するものである。fling は前節で示したものと同じなので、rotation が始まったところからのものを示している。ここに示す図は、

(a) 翼のスパン方向から見た流れ

(b) 側面から見た流れ

第10図 可視化による Fling での流れ

第11図 Flingでの揚力係数およびモーメント係数
●: 揚力係数, △: モーメント係数

上側より XY 平面, PZ 平面, QZ 平面で見た渦要素分布である。一連の流れは右へと進んでいき、最終の流れ場、つまり $\phi = \pi/2$ における $X=1.0, Y=2.0$ で切った平面での速度ベクトルを右端に示す。

渦要素の分布について考察すると $\phi = \pi/3$ までの fling で作られた渦は rotating stage が進むとともに翼後方かつ外側へと移動しているのが分かる。最終的に $\phi = \pi/2$ では初期の fling の渦は、外側の翼端から生じる渦と干渉し、大きな渦の管となっているのが分かる。その時の XY 平面図では、第13図に示す可視化実験写真でも見られるような、外側の翼端からの渦のつながりと内側からの渦のつながりが存在することが確認できる。

第12図 Rotating 過程での流れ

第13図 可視化による rotating 過程での流れ

3.3 fling での開き角 θ の影響 次に fling における翼の開き角 θ の影響について調べるため、先程の $\theta = \pi/3$ に加え、 $\theta = \pi/4$ と $\theta = \pi/6$ の3つのケースの解析を行った。rotating stage では迎角一定の翼の動きをするものとする。3つのパターンについて、流れにも当然違いはあるがここでは詳細は省略してそれぞれの揚力係数およびモーメント係数について考える。

これら開き角 θ に関するそれぞれの揚力係数、モーメント係数を第14図から第16図に示す。この図で

第14図 開き角 $\theta = \pi/3$ のときの揚力係数とモーメント係数

●: 揚力係数, △: モーメント係数

は fling が $\pi/4$ までの場合は、 $\theta = \pi/4$ の値から $\phi = 0$ の値までとび、途中の値は無視するものとする。fling が $\pi/6$ までの場合も同様である。

この図より、最も fling が長い $\theta = \pi/3$ で揚力の最大の値が得られていることが分かる。次に $\theta = \pi/4$, $\theta = \pi/6$ の順となっており、fling の過程が長いほど大きな揚力係数が得られるものと思われる。しかしながら、 $\theta = \pi/4$ の場合、 ϕ の大きな値に対して大きな揚

第15図 開き角 $\theta = \pi/4$ のときの揚力係数とモーメント係数
●: 揚力係数, Δ : モーメント係数

第16図 開き角 $\theta = \pi/6$ のときの揚力係数とモーメント係数
●: 揚力係数, Δ : モーメント係数

力係数の値を保ち続けている。これは、流れ場では fling で作られた渦塊が rotating stage において翼端付近での強い渦として揚力上昇に貢献するとともに、 $\theta = \pi/4$ の角度(迎え角)がこの渦に翼前縁および翼端からの渦の供給に適しているためと思われる。一方、 $\theta = \pi/3$ では第11図の渦要素分布からも分かるように迎角が小さいため翼面上の渦はほとんど後方へ流されてしまい、このため fling でたとえ大きな揚力係数を得たとしてもこの時に作られた初期の渦は流れ場後方へ流されるので、大きな揚力係数を維持することは困難と思われる。

以上より、 $\theta = \pi/4$ の角度は、流体力学的には rotating stage で高揚力を維持するための最適な角度であると推測できる。しかし、実際的小バチは $\theta = \pi/3$ 付近で翼の rotation を行っている。この理由はモーメント係数をみれば分かるように、 $\theta = \pi/4$ の場合、 $\theta = \pi/3$ の場合に比べ1.5~2倍ほど大きな値と

第17図 Maxworthy のモデルと今回のモデルでの揚力係数のちがい
●: 今回のモデル, ○: Maxworthy のモデル

なっており、小バチの仕事の増加する割には揚力は増加しないことになる。また $\theta = \pi/6$ の場合、モーメントがこれら3つのケースで最大であるが、揚力は最小となる。これらのことから、開き角 $\theta = \pi/3$ 付近が、小バチの飛行にはもっとも好都合であると考えられる。

3.4 Maxworthy のモデルと今回のモデルとの違い
第17図に Maxworthy のモデルと今回の翼運動での揚力係数の違いを示した。今回のモデルが翼の後縁を空間に固定し、それを中心に回転し開くのに対し、Maxworthy のモデルでは、翼は前縁が水平面で離れるに従い、後縁を接して回転するが、その際後縁は上方に移動する。比較のため、翼の回転の角速度は両者同じとしており、Maxworthy のモデルでは、今回のモデルでの移動速度の鉛直成分の符号を変えた $\sin(\theta)\dot{\theta}$ を翼全体に加えることにより翼の運動を決定している。rotating stage においては両者の運動は同一である。

fling において Maxworthy のモデルにおける揚力が、今回の場合に比べて下がっているが、これは前者では、前縁からの放出渦の循環が後者に比べて小さいことと、fling において、後縁が上方に移動し付加質量による力が下方に働くためであると考えられる。しかし rotating stage においては両者の間にはほとんど差異は認められない。

実際的小バチの静止飛行では、翼をコントロールする軸はほぼ翼の前縁付近を通っており、ダウンストローク(ここでの rotating stage)において小バチの体が若干上昇することからも、翼の運動は Maxworthy のモデルに近いと思われる。しかし先述したように fling は広くチョウの飛行などのモデルとしても考えられており、この場合はここでの後縁を固定し翼を回

転するモデルに近い運動をしているものと思われる。

4. 結 論

Weis-Fogh メカニズムにおける翼周りの3次元非定常流れを、離散渦法を用いて解析した。3次元の渦の構造、および翼に働く揚力が求められ、可視化実験およびこれまで得られている実験と比較し、良好な結果がえられた。2枚の翼が後縁を接して開く fling においても十分大きな揚力が得られること、また翼の開き角の効果、および小バチの飛行での適切な開き角についても考察した。

参 考 文 献

- 1) Weis-Fogh, T.: Quick Estimates of Flight Fitness in Hovering Animals, Including Novel Mechanisms for Lift Production, *J. Exp. Biol.*, **59** (1973), pp. 169-230.
- 2) Lighthill, M. J.: On the Weis-Fogh Mechanism of Lift Generation, *J. Fluid Mech.*, **60** (1973), pp. 1-17.
- 3) Maxworthy, T.: Experiments on the Weis-Fogh Mechanism of Lift Generation by Insects in Hovering Flight, Part 1, Dynamics of the 'Fling,' *J. Fluid Mech.*, **93** (1979), pp. 47-63.
- 4) Haussling, H. J.: Boundary-Fitted Coordinates for Accurate Numerical Solution of Multibody Flow Problems, *J. Comput. Physics*, **30** (1979), pp. 107-124.
- 5) Edwards, R. H. and Cheng, H. K.: The Separation Vortex in the Weis-Fogh Circulation-Mechanism, *J. Fluid Mech.*, **120** (1982), pp. 463-473.
- 6) Spedding, G. R. and Maxworthy, T.: The Generation of Circulation and Lift in a Rigid Two-Dimensional Fling, *J. Fluid Mech.*, **165** (1986), pp. 247-272.
- 7) 葛原道久, 木村雄吉: Weis-Fogh メカニズムの空力特性 (II) 渦糸近似法による計算, *日本航空宇宙学会誌*, **35** (1987), pp. 596-604.
- 8) Beale, J. T. and Majda, A.: Vortex Methods, 1: Convergence in Three Dimensions, *Math. Comp.*, **39** (1982), pp. 1-27.
- 9) 白山 晋: 三次元離散渦法, *数理解析研究所講究録*, No. 539 (1984), pp. 73-93.
- 10) Shirayama, S., Kuwahara, K. and Mendez, R.: A Three-Dimensional Vortex Method, *AIAA Paper 85-1488*, 1985, pp. 14-24.
- 11) 亀本喬司: 乱流モデルとしての渦法の発展性(前編: 渦法の基礎を考える), *数値流体力学*, **2** (1993), pp. 20-29.
- 12) Leonard, A.: Computing Three-Dimensional Incompressible Flows with Vortex Elements, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **17** (1985), pp. 523-559.
- 13) Chorin, A. J.: Numerical Study of Slightly Viscous Flow, *J. Fluid Mech.*, **57** (1982), pp. 785-796.
- 14) 中嶋智也, 木田輝彦: 渦糸近似法についての一考察(N-S方程式からの導出), *日本機械学会論文集 B*, **56** (1990), pp. 3284-3291.
- 15) 大上芳文, 赤松映明: 粘性拡散モデルによるレイノルズ数依存性離散渦法, *日本機械学会論文集 B*, **55** (1989), pp. 2283-2290.
- 16) Winckelmans, G. and Leonard, A.: Improved Vortex Methods for Three-Dimensional Flows, *Proc. Workshop on Mathematical Aspects of Vortex Dynamics*, Leeburg Virginia, April 25-27, 1988, pp. 25-35.
- 17) Anderson, C. and Greengard, G.: On Vortex Method, *SIAM J. Numer. Anal.*, **22** (1985), pp. 413-440.