平面宇宙ロボットの2自由度アームによる姿勢制御^{*1}

Attitude Control of a Planar Space Robot Using Two Degrees of Freedom Arm

吉 河 章 二^{*2}・山 田 克 彦^{*2}

Shoji YOSHIKAWA and Katsuhiko YAMADA

Key Words: Spacecraft, Guidance and Control, Space Robot, Attitude Control, Nonholonomic Systems

Abstract: This paper discusses a feedback controller for the planar space robot's attitude and hand position. Two types of feedback controllers are investigated for a robot with a two degrees of freedom arm: control with a sliding plane and control with time-variant terms. The characteristics of the closed system under these controllers are studied using the derived analytical solutions of the state variables. The effects of the estimation error in the robot's mass parameter are also discussed. Numerical simulations are given to show the validity of the controllers.

1. はじめに

宇宙ロボットはアームの運動によって本体の姿勢が変動する。従来は、ロボットアームや衛星間通信アンテナのような可動部の動きに伴って生じるこのような本体の姿勢の変動を、姿勢外乱として扱ってきた。すなわち、動きに伴って生じる姿勢変動分を予測して姿勢制御でフィードバックし、姿勢変動を抑制するのが通例であった^{1,2)}。ここで見方を変えて、アームの運動に伴って生じる姿勢の変動を姿勢制御に利用することを考える。

実際の宇宙ロボットにはモータメントホイールやスラスタのような姿勢制御のためのアクチュエータが搭載されるので、通常の運用形態でアームを用いて姿勢を制御する必要がない。しかし、故障により姿勢制御のためのアクチュエータを使用できない場合の機能冗長として有効である。また、小型の宇宙ロボットの場合には軌道制御と姿勢制御の両方をスラスタで行うことが考えられるが、その場合にサービス対象の近傍においてスラスタによる対象の汚染や外乱などを避けるためにアームで姿勢を微調整することが有効であろう。

さて、このような宇宙ロボットの姿勢をアームの運動によって制御する問題は、アームの軌道計画という開ループ制御の問題として定式化され、文献3, 4)他多くの研究がある。さらに、外乱やモデル化誤差などにロバストであるためには閉ループ制御(フィードバック制御)であることが望ましい。しかし、この問題がいわゆる非ホロノミック系の制御問題に含まれ、連続な状態フィードバックによっ

て平衡点を漸近安定化することができないことが知られている⁵⁾。そのため、さまざまなフィードバック制御則が提案されている。その代表的なタイプとして以下のものが挙げられる。

タイプA: 最初にアームの軌道を計画し、その軌道をたどるようにフィードバックする方法

タイプB: ある特異な点を除いて連続的なフィードバック則を設計する方法

タイプC: 時間に陽に依存する項を導入する方法

タイプD: 離散的にフィードバックする方法⁶⁾

本稿では、2自由度のアームを1本持つ宇宙ロボットの平面運動を考え、タイプBとタイプCの2つの姿勢制御則を検討する。これら2つの制御系の解析解を導出し、収束特性を明らかにする。また、モデル化誤差として質量パラメータの推定誤差が収束特性に及ぼす影響について考察する。数値シミュレーションにより制御則の有効性を確認する。

2. 基礎方程式

2.1 平面宇宙ロボットのモデル 第1図に示すような、2自由度のアームを1本持つ宇宙ロボットの平面運動を考える。宇宙ロボットには外乱が働かないものとする。アームの質量をアーム先端のハンドにおける集中質量で代表できるものとし、またハンドを慣性座標系において任意の位置に動かせるものとする。

記号の定義は以下の通り。

m_s, i_s : 本体の質量および慣性モーメント

m_h : ハンドにおける集中質量

O_I : 系全体の質量中心位置

$O_I-x_Iy_I$: 慣性座標系

O_B : 本体の質量中心位置

^{*1} 1998年5月26日、第21回宇宙技術及び科学の国際シンポジウム(21st International Symposium on Space Technology and Science)にて一部発表。平成10年11月19日原稿受理

^{*2} 三菱電機(株)先端技術総合研究所

第1図 平面宇宙ロボットのモデル

$O_B-x_By_B$: 本体に固定した座標系

θ : 本体の姿勢角 (x_B 軸が x_I 軸になす角)

x_1, x_2 : 慣性座標系におけるハンド位置の x, y 成分

$\mathbf{u}=(u_1, u_2)^T$: ハンドの速度指令値

$\dot{w}$: 変数 w の時間微分

この宇宙ロボットの運動は次式で記述される。第1式は、ハンドの速度指令がただちにハンド速度として実現されることを表す。第2式は、角運動量保存則を表す。第2式において α は質量パラメータの一種で、アームの運動が生じる姿勢変動の大きさを表す。

$$\dot{x}_1 = u_1, \quad \dot{x}_2 = u_2 \quad (1)$$

$$\dot{\theta} = \alpha(-\dot{x}_2 x_1 + \dot{x}_1 x_2) \quad (2)$$

$$\alpha \equiv \frac{m_h(m_s + m_h)}{i_s m_s}$$

2.2 問題設定 制御の目標は、アームの初期位置が (x_{1s}, x_{2s}) で本体の初期姿勢が θ_s のときに、アームが目標位置 (x_{1f}, x_{2f}) に移動して本体の姿勢が θ_f になるような適切な速度指令値 $\mathbf{u}$ を生成することである。

ここで、原点が目標値になるように状態変数を再定義する。

$$X_1 = x_1 - x_{1f}, \quad X_2 = x_2 - x_{2f}, \quad X_3 = \theta - \theta_f \quad (3)$$

このとき運動方程式(1), (2)は次式のように書き直される。

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{u} \quad (4)$$

$$\dot{s} = \alpha(-X_1 \dot{X}_2 + \dot{X}_1 X_2) \quad (5)$$

$$s \equiv X_3 + \alpha(x_{1f} X_2 - x_{2f} X_1) \quad (6)$$

以下では、この問題に対して2つのフィードバック制御則を検討し、閉ループでの系の状態変数の近似解析解を求めて状態変数の収束特性を明らかにする。制御則の設計にあたり、アームの位置 (x_1, x_2) および本体の姿勢角 θ が常に正確にわかるものとする。また、式(6)より質量パラメータ α の推定値に誤差が含まれるときには変数 s の推定値に誤差が含まれるので、 α の推定誤差が収束特性に及ぼす影響について考察する。

3. 滑り面を用いる制御

3.1 制御則の設計 非ホロミックなシステムの制御方法の1つに、滑り面の概念を用いる方法がある。ここで定義する滑り面は、もし初期にその滑り面上にあるときは

第2図 滑り面の幾何学的な解釈

その面に沿って原点まで状態を移すことができるような面である。このとき制御は、滑り面に状態を引き寄せる制御と滑り面上に状態があるときにその状態を原点まで移す制御とから構成される。例えば、移動ロボットのようにシステムがチェーン形式で表される場合について、文献7)で制御則が提案されている。本節では、文献7)の方法を式(4), (5)で表されるようなシステムに適用することを考える。

制御則を以下のように設定する。後述するように、右辺第1項 $\mathbf{u}_s$ が滑り面に状態を引き寄せる制御で、第2項 $\mathbf{u}_v$ が滑り面に沿って状態を原点に移す制御に相当する。定数 σ, k_s はフィードバックゲインで、次節で述べるように安定性の理由から $\sigma > k_s > 0$ とする。

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_s + \mathbf{u}_v \quad (7)$$

$$\mathbf{u}_s = -\sigma \frac{s}{av} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\mathbf{u}_v = -\begin{bmatrix} k_s & 0 \\ 0 & k_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$v \equiv X_1^2 + X_2^2 \quad (10)$$

原点を通り法線ベクトル $(-\alpha x_{2f}, \alpha x_{1f}, 1)$ を持つ平面を滑り面と定義すると、 s は状態と滑り面との距離を表し、 $\sqrt{v}$ は目標点からのアームの位置誤差を表す(第2図を参照)。

制御則(7)をシステム(4), (5)に適用すると

$$\dot{s} = -\sigma s \quad (11)$$

$$\dot{v} = -2k_s v \quad (12)$$

が成り立つ。式(11), (12)より以下のことがわかる。

(1) s と v は0に指数収束する、したがって定義式(6), (10)より X_1, X_2, X_3 も原点に指数収束する。

(2) s の指数収束には制御項 $\mathbf{u}_s$ が、また v の指数収束には制御項 $\mathbf{u}_v$ がそれぞれ単独に寄与している。すなわち、 $\mathbf{u}_s$ が状態と滑り面との距離 s を縮め、 $\mathbf{u}_v$ が距離 s を保ちつつアームの位置誤差を小さくする。したがって、 $\mathbf{u}_s$ が滑り面に状態を引き寄せる制御で、 $\mathbf{u}_v$ が滑り面に沿って状態を原点に移す制御に相当する。

なお、本制御則は2つの制御項の直交性を利用しているので、 n 自由度のアームに拡張するためには適切な直交性

を見いだすことが必要になり、拡張は容易でない。また、式(8)より $v=0$ で $s \neq 0$ のときに制御量 u_s の大きさが無限大になる。すなわち、位置誤差が0で姿勢誤差が0でないとき、アームを目標状態の外にいったん動かす操作が必要である。

3.2 閉ループ系の解析 制御則(8)、(9)を式(4)に代入すると

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = -k_s X_1 - \sigma \frac{s}{av} X_2 \\ \dot{X}_2 = -k_s X_2 + \sigma \frac{s}{av} X_1 \end{cases} \quad (13)$$

となる。一方、式(11)、(12)より s と v の解析解を得る。

$$\begin{cases} s(t) = s_0 e^{-\sigma t}, \quad s_0 \equiv s(0) \\ v(t) = v_0 e^{-2k_s t}, \quad v_0 \equiv v(0) \end{cases} \quad (14)$$

v の定義式(10)より、 X_1 と X_2 の解の形を次式で表す。

$$\begin{cases} X_1(t) = \sqrt{v_0} \cos \nu(t) e^{-k_s t} \\ X_2(t) = \sqrt{v_0} \sin \nu(t) e^{-k_s t} \end{cases} \quad (15)$$

式(14)、(15)を式(13)に代入して整理すると

$$\dot{\nu}(t) = \nu_1 e^{-\lambda t} \quad (16)$$

$$\nu_1 \equiv \frac{\sigma s_0}{av_0}, \quad \lambda \equiv \sigma - 2k_s$$

を得る。積分して

$$\nu(t) = \nu_0 + \frac{\nu_1}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t}) \quad (17)$$

$$\sin \nu_0 \equiv \frac{X_2(0)}{\sqrt{v_0}}, \quad \cos \nu_0 \equiv \frac{X_1(0)}{\sqrt{v_0}}$$

を得る。これを式(6)、(15)に代入して状態 (x_1, x_2, θ) の解析解を得る。

$$x_1(t) = x_{1f} + \sqrt{v_0} \cos \nu(t) e^{-k_s t} \quad (18)$$

$$x_2(t) = x_{2f} + \sqrt{v_0} \sin \nu(t) e^{-k_s t} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \theta(t) = \theta_f + s_0 e^{-\sigma t} \\ + \sqrt{v_0} \sqrt{x_{1f}^2 + x_{2f}^2} \sin(\nu(t) - \nu_f) e^{-k_s t} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\sin \nu_f \equiv \frac{x_{2f}}{\sqrt{x_{1f}^2 + x_{2f}^2}}, \quad \cos \nu_f \equiv \frac{x_{1f}}{\sqrt{x_{1f}^2 + x_{2f}^2}} \quad (21)$$

式(18)、(19)、(20)より以下のことがわかる。

(1) 制御則(8)、(9)のもとで状態 (x_1, x_2, θ) はいずれも速さ k_s で目標状態 $(x_{1f}, x_{2f}, \theta_f)$ に収束する。

(2) 状態 (x_1, x_2, θ) はいずれも振動成分を持つ。この成分は、 $\lambda > 0$ のとき時間とともに周期が長くなり十分時間が経過した後は振動しなくなる。 $\lambda = 0$ のとき周期が ν_1 で一定である。 $\lambda < 0$ のときは時間とともに周期が短くなる。

また、式(4)、(14)、(15)より、制御入力は次式で表される。

$$\begin{aligned} u = -k_s \sqrt{v_0} e^{-k_s t} \begin{bmatrix} \cos \nu \\ \sin \nu \end{bmatrix} \\ - \frac{\sigma s_0}{a \sqrt{v_0}} e^{-(\sigma - k_s)t} \begin{bmatrix} -\sin \nu \\ \cos \nu \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (22)$$

よって制御入力が無限大にならないためには、 $\sigma > k_s$ にと

第1表 状態変数の収束速度(滑り面を用いる制御)

	非振動成分	振動成分
x_1, x_2	—	k_s
θ	σ	k_s
s	σ	—
v	$2k_s$	—

れば十分である。さらに制御入力にチャタリングを生じないためには、 ν の振動周期が発散しないことが必要であり、式(16)より $\sigma \geq 2k_s$ にとればよい。

状態変数の閉ループでの収束特性を第1表にまとめて示す。

3.3 モデル化誤差の影響 滑り面を用いる制御では、 α の推定値に含まれる誤差が滑り面の傾きに現れるが、滑り面に状態を引き寄せるとともに滑り面に沿って状態を原点に移すように制御するため、モデル化誤差に対する感度が低いと考えられる。以下では、 α の推定値に誤差が含まれる場合にも望ましい状態に指数的に収束可能なことを示す。

α の推定値を $\bar{\alpha}$ とする。 $\bar{\alpha}$ に誤差が含まれる場合には、式(6)、(8)が次式のように書き変わる。

$$\bar{s} \equiv X_3 + \bar{\alpha}(x_{1f}X_2 - x_{2f}X_1) \quad (23)$$

$$u_s = -\sigma \frac{\bar{s}}{\bar{a}v} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \quad (24)$$

式(5)に制御則(9)、(24)を代入して式(23)を用いて整理すると次式を得る。

$$\dot{s} = -\frac{\sigma \bar{s}}{\bar{a}} \{ \alpha - \bar{\alpha}(x_{1f}X_2 - x_{2f}X_1) \} \quad (25)$$

$$\bar{\alpha} \equiv \alpha - \bar{\alpha}$$

一方、式(4)に制御則(9)、(24)を代入すると

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = -k_s X_1 - \sigma \frac{\bar{s}}{\bar{a}v} X_2 \\ \dot{X}_2 = -k_s X_2 + \sigma \frac{\bar{s}}{\bar{a}v} X_1 \end{cases} \quad (26)$$

を得る。ところで、式(12)は $\bar{\alpha}$ に誤差が含まれる場合にも成り立つので、3.2節同様に X_1 と X_2 の解を式(15)の形で表すことができる。よって、式(25)を以下のように書き換える。

$$\dot{s} + \frac{\alpha \sigma}{\bar{a}} s = \frac{\sigma \alpha \bar{\alpha}}{\bar{a}} \sqrt{x_{1f}^2 + x_{2f}^2} \sqrt{v} \sin(\nu - \nu_f) \quad (27)$$

ここで、右辺の $\sqrt{v}$ が速さ k_s で0に指数収束することから、 s は速さ k_s または $(\alpha \sigma / \bar{a})$ で0に指数収束する。 v と s がともに0に指数収束するので、 $\bar{\alpha}$ に誤差が含まれる場合にも望ましい状態に収束可能である。

4. 時変項を用いる制御

4.1 制御則の設計 非ホロミックなシステムは、自律的な状態フィードバックによって平衡点を漸近安定化することはできないので、本節では時間に陽に依存する項を導入して平衡点を漸近安定化することを考える。

次の形の制御則を用いる⁸⁾。右辺第1項が X_1, X_2 につ

いての比例制御である ($k_t > 0$ は制御ゲイン). 右辺第2項は, 後述するように X_1, X_2 を円周上に沿って動かすことで s に生じる幾何学的位相を利用して s を平衡点に近づける制御である.

$$u = -k_t \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1(s) \cos \omega t \\ f_2(s) \sin \omega t \end{bmatrix} \quad (28)$$

$f_1(s)$ と $f_2(s)$ は $|s|$ に関する単調増加関数で次式を満たすものとする.

$$f_1(0)=0, \quad f_2(0)=0 \quad (29)$$

さて, u が第2項のみでかつ f_1 と f_2 が定数であるとすれば, ω の一周期における s の変化分 Δs は

$$\Delta s = -2\pi \alpha f_1 f_2 \quad (30)$$

となる. よって, f_1 と f_2 の積が s に比例するようにすれば, s の指数収束が期待できる. このことから f_1 と f_2 を式(31)のように定める.

$$f_1 = \varepsilon \operatorname{sign}(s) \sqrt{|s|}, \quad f_2 = \varepsilon \sqrt{|s|} \quad (31)$$

ここで ε は制御パラメータである. $\operatorname{sign}(s)$ は, s が負のときに -1 を, s が正の時に 1 を, s が 0 のときに 0 を出力する符号関数である.

なお, 本制御則は前述の制御則のような特異な点を持たないので, 位置誤差が 0 で姿勢誤差が 0 でない場合にもそのまま適用できる. また, 本制御則では, アームが閉曲線を辿るときに生じる姿勢変動をその時点の状態変数から式(30)で予測し, 予測値に基づいて姿勢誤差をフィードバックしている. n 自由度のアームについても同様に姿勢変動を予測できると考えられるので⁶⁾, 本制御則を n 自由度のアームに拡張できる可能性がある.

4.2 閉ループ系の解析 制御則(28)を構成するにあたり, 右辺の f_1 と f_2 が ω の一周期で一定と見なすことができるとする仮定をおいた (仮定 A). 本節では, f_1 と f_2 が一定と見なして X_1 と X_2 の一般解を求め, その解を用いて f_1 と f_2 が時変であるとして状態変数の近似解析解を導出する. 導出した近似解析解から仮定 A を満たすための条件を明らかにする.

式(28)の f_1 と f_2 を一定と見なすと, 式(4)より X_1 と X_2 の一階の線形常微分方程式を得る. その解の形は次式のような斉次解と特解の線形和で与えられる. ここで, $C_{10}, C_{11}, C_{12}, C_{20}, C_{21}, C_{22}$ は以下のように初期値とパラメータ値で決まる定数である.

$$X_1 = C_{10} e^{-k_t t} + (C_{11} \cos \omega t + C_{12} \sin \omega t) f_1 \quad (32)$$

$$X_2 = C_{20} e^{-k_t t} + (C_{21} \cos \omega t + C_{22} \sin \omega t) f_2 \quad (33)$$

$$C_{10} = X_1(0) - C_{11} f_1(0), \quad C_{11} = C_{22} = \frac{k_t}{k_t^2 + \omega^2}$$

$$C_{20} = X_2(0) - C_{21} f_2(0), \quad C_{21} = -C_{12} = \frac{-\omega}{k_t^2 + \omega^2}$$

上式を式(5)に代入して

$$\dot{s} = \alpha \left\{ (C_{20} f_1 \cos \omega t - C_{10} f_2 \sin \omega t) e^{-k_t t} - \frac{\omega}{k_t^2 + \omega^2} f_1 f_2 \right\} \quad (34)$$

第2表 状態変数の収束速度(時変項を用いる制御)

	非振動成分	振動成分
x_1, x_2	k_t	β
θ	2β	β
s	2β	k_t

を得る. ここで新しい変数 $\chi(t)$ を導入する.

$$\chi = \sqrt{|s|} \quad (35)$$

後述するように s は 0 に指数収束するので次の近似が成り立つ.

$$s \approx \chi^2 \operatorname{sign}(s_0) \quad (36)$$

$$f_1 \approx \varepsilon \operatorname{sign}(s_0) \chi, \quad f_2 \approx \varepsilon \chi \quad (37)$$

この近似を式(34)に代入し, 両辺を $2 \operatorname{sign}(s_0) \chi$ で除して整理すると次式を得る.

$$\dot{\chi} = \frac{\alpha \varepsilon}{2} \{ C_{20} \cos \omega t - \operatorname{sign}(s_0) C_{10} \sin \omega t \} e^{-k_t t} - \beta \chi \quad (38)$$

$$\beta = \frac{\alpha \omega \varepsilon^2}{2(k_t^2 + \omega^2)}$$

式(38)を積分して χ の近似解析解を得る.

$$\chi = C_{30} e^{-\beta t} + (C_{31} \cos \omega t + C_{32} \sin \omega t) e^{-k_t t} \quad (39)$$

$$C_{30} = \chi(0) - C_{31}$$

$$C_{31} = \frac{\alpha \varepsilon}{2} \frac{(\beta - k_t) C_{20} + \omega \operatorname{sign}(s_0) C_{10}}{(\beta - k_t)^2 + \omega^2}$$

$$C_{32} = \frac{\alpha \varepsilon}{2} \frac{\omega C_{20} - (\beta - k_t) \operatorname{sign}(s_0) C_{10}}{(\beta - k_t)^2 + \omega^2}$$

要約すると, 閉ループ系での状態変数の近似解析解は次の5ステップの手順で算出される.

S1: 式(39)より χ を算出.

S2: χ を式(36)に代入して s を算出.

S3: χ を式(37)に代入して f_1, f_2 を算出.

S4: f_1, f_2 を式(32), (33)に代入して X_1, X_2 を算出.

S5: 式(6)より X_3 を算出.

χ の近似解析解(39)において, 右辺第1項は β の速さで収束するが, 第2項は角周波数 ω で振動しその振幅は k_t の速さで収束する. 式(37)より f_1 と f_2 は χ に比例する. したがって, 仮定 A を満たすためには, 式(28)の右辺第1項が f_1 と f_2 よりも十分に収束が早く, f_1 と f_2 の変化が角周波数 ω と比べて十分に遅くなるように制御パラメータを設定すればよい. すなわち, 仮定 A を満足するためには

$$\beta \ll \min(k_t, \omega) \quad (40)$$

とすれば十分である.

閉ループ系の状態変数の収束特性を第2表にまとめて示す. 収束の速さが異なる複数の項がある場合には, 最も遅い値を選んだ.

4.3 モデル化誤差の影響 α の推定値に誤差が含まれる場合には付録に示すように振動成分が減衰せずに残る. そこで, α の推定則を併用する.

式(2)より姿勢角速度 $\dot{\theta}$ の推定値 $\hat{\dot{\theta}}$ は

$$\dot{\hat{\theta}} = \hat{\alpha}(-u_2x_1 + u_1x_2) \quad (41)$$

となる．よって推定則を次式のように構成する．ここで， $k_a > 0$ は推定ゲインである．

$$\dot{\hat{\alpha}} = \frac{k_a \hat{\theta}}{-u_2x_1 + u_1x_2}, \quad \tilde{\theta} \equiv \theta - \hat{\theta} \quad (42)$$

式(2)，(41)，(42)より推定誤差 $\tilde{\alpha}$ のダイナミクスは

$$\dot{\tilde{\alpha}} + k_a \tilde{\alpha} = 0 \quad (43)$$

となり，速さ k_a で推定誤差が0に指数収束する．

5. 数値シミュレーション例

5.1 シミュレーション条件 本章では，3，4章で検討した制御則および推定則の有効性を数値シミュレーションで確認する．まず，パラメータ推定誤差がない場合についてシミュレーションを行い，状態が目標値に収束することおよび3.2，4.2節で導出した近似解析解がシミュレーション値とよく一致することを示す．次に，パラメータ推定誤差がある場合についてシミュレーションを行い，推定誤差がある場合にも状態が目標値に収束することを示す．

制御目標の数値例として，アームを x 方向に -1.0 [m]， y 方向に 1.0 [m] 移動させてその間に姿勢を 90 [deg] 反時計回りに変化させることを考える．シミュレーションで用いるロボットの質量特性，初期条件と終端条件，ならびに制御パラメータをそれぞれ第3表，第4表および第5表に示す．なお，パラメータ推定誤差がある場合として，本体の慣性モーメント i_s の真値が推定値の初期値よりも50%大きい場合について数値シミュレーションを行う．このとき， α の値は 0.67 になる (α の推定値の初期値 $\hat{\alpha}_0$ は 1.0)．

5.2 滑り面を用いる制御 α の推定誤差がない場合およびある場合について，滑り面を用いる制御を運動方程式(1)，(2)に適用して数値積分した結果を第3図および第

第3表 ロボットの質量特性

項目	記号	数値	単位
本体質量	m_s	50	kg
本体の慣性モーメント	i_s	12	kgm ²
ハンドの質量	m_h	10	kg
質量パラメータ	α	1.0	1/m ²

第4表 初期条件と終端条件

項目	記号	数値	単位
ハンドの初期位置	(x_{1s}, x_{2s})	(1.0, 0.0)	m
本体の初期姿勢	θ_s	0	rad
ハンドの目標位置	(x_{1f}, x_{2f})	(0.0, 1.0)	m
本体の目標姿勢	θ_f	$\pi/2$	rad

第5表 制御パラメータ

項目	記号	数値
滑り面を用いる制御	k_s, σ	0.1, 0.2
時変項を用いる制御	k_t, ω, ε	0.1, 1.0, 0.246
α の推定則	k_a	0.3

単位はすべて [1/s]．

(a) アームの軌道

(b) 状態変数の時間履歴

(実線: シミュレーション, 破線: 解析解 (18), (19), (20))

(c) s, v の時間履歴

(d) 状態空間での軌道

($-x_2$ 軸方向から見た場合)

第3図 数値シミュレーション結果
滑り面を用いる制御 (推定誤差なし)

4図に示す. 数値積分のステップ幅は0.1 [s] とし, 積分には4次のRunge-Kutta-Gill法を用いる.

第3図において, まず, グラフ(a)はアームの軌道(x_1 , x_2)を x_1y_1 座標平面に示したものである. グラフ(b)は, 上から順にアームの位置の x_1 成分 x_1 と y_1 成分 x_2 および本体の姿勢 θ の時間履歴をプロットしたもので, 数値シミュレーション結果を実線で, また解析解を破線で示す. グラフ(a), (b)ともに, 初期状態に記号○を, 目標状態に記号×を付す. グラフ(c)には, 状態と滑り面との距離 s とアームの位置誤差 v の時間履歴を示す. グラフ(d)には, $-x_2$ 軸から眺めたときの状態空間における状態(x_1 , x_2 , θ)の軌道および滑り面($s=0$)を示す. 滑り面はこのとき直線として見えるので, 一点鎖線でプロットする.

第4図のグラフの定義は第3図と同様であるが, グラフ(b)には推定誤差がある場合のシミュレーション結果(実線)の他に, 推定誤差がない場合のシミュレーション結果(破線)を比較のため示す.

なお, 本体の慣性モーメント i_s の真値が推定値の初期値よりも50%小さい場合についても数値シミュレーションを行い, 滑らかに目標状態に収束していることを確認している.

第3図より以下のことがわかる.

(1) (a)より, 目標地点を取り囲むように近づいて目標値に収束している. (d)より, 制御開始後しばらくは滑り面に向かって状態が移動し, その後で滑り面に沿うようにして目標値に収束している.

(2) (b)より, 解析解(18), (19), (20)はシミュレーション結果と重なって区別が付かず, よく一致している.

(3) (c)において, s , v の収束の時定数は5秒程度と読みとれる. この例では式(11), (12)に示される s , v の収束の速さ σ , $2k_s$ がともに0.2 [1/s] (時定数に換算すると5 [s])であることに対応する.

第4図より以下のことがわかる.

(1) (a)より, α の真値が推定値よりも小さい場合には目標点の周囲を回る回数を増やすことで大きな姿勢変動を作り出している. (d)より, 滑り面($s=0$)に近づくように状態が振動しながら目標値に収束している.

(2) (c)において, s は推定誤差のために単調減少ではなくまた収束の速さも遅くなっている. v は, 3.3節で述べたように, 推定誤差がある場合にも同じ速さ $2k_s$ で収束する.

5.3 時変項を用いる制御 α の推定誤差がない場合およびある場合について, 時変項を用いる制御を運動方程式(1), (2)に適用して数値積分した結果を第5図および第6図に示す. 数値積分のステップ幅は0.1 [s] とし, 積分には4次のRunge-Kutta-Gill法を用いる. 4.3節で述べたように, 時変項を用いる制御ではパラメータ推定則を併用する.

各図において, グラフ(a), (b)の定義は前節と同様で

(a) アームの軌道

(b) 状態変数の時間履歴

(実線: 推定誤差あり, 破線: 推定誤差なし)

(c) s , v の時間履歴

(d) 状態空間での軌道
($-x_2$ 軸方向から見た場合)

第4図 数値シミュレーション結果
滑り面を用いる制御 ($\alpha=0.67 \hat{\alpha}_0$)

(a) アームの軌道

(b) 状態変数の時間履歴

(実線: シミュレーション, 破線: 解析解 (39))

(c) s および $\hat{\alpha}$ の時間履歴

(実線: 推定値, 一点鎖線: 真値)

第5図 数値シミュレーション結果

時変項を用いる制御 (推定誤差なし)

ある。グラフ(c)には、変数 s と推定値 $\hat{\alpha}$ の時間履歴を示す。なお、本体の慣性モーメント i_s の真値が推定値の初期値よりも50%小さい場合についても数値シミュレーションを行い、滑らかに目標状態に収束していることを確認している。

第5図より以下のことがわかる。

(1) (a)より、アームの小さな刻みな回転を繰り返しながらその回転半径を少しずつ小さくして目標状態に収束している。

(2) (b)より、解析解(39)はシミュレーション結果と重なって区別が付き、よく一致している。

(a) アームの軌道

(b) 状態変数の時間履歴

(実線: 推定誤差あり, 破線: 推定誤差なし)

(c) s および $\hat{\alpha}$ の時間履歴

(実線: 推定値, 一点鎖線: 真値)

第6図 数値シミュレーション結果

時変項を用いる制御 ($\alpha=0.67 \hat{\alpha}_0$)

(3) (c)において、 s は単調減少ではないがその符号は一定 (この例では負) に保たれており、4.2節で解析解を導出する際に用いた近似「 s の符号は一定」は妥当である。

第6図より以下のことがわかる。

(1) (a)より、 α の真値が推定値よりも小さい場合には回転半径を大きくすることで必要な姿勢変動を作り出している。

(2) (c)において、 s は単調減少ではないがその符号は一定 (この例では負) に保たれており、4.2節で解析解を導出する際に用いた近似「 s の符号は一定」は α に推定

誤差がある場合にも妥当である。

6. 結 論

本稿では、アームの運動によって宇宙ロボットの本体の姿勢が変動することに着目し、アームの運動による姿勢制御について考察した。

2自由度のアームを1本持つ宇宙ロボットの平面運動について、(1)滑り面を用いる制御：ある滑り面を定義して、その面に近づくような制御とその面に沿って目標点に移動するような制御の組み合わせ、(2)時変項を用いる制御：時間に陽に依存する項を導入し、アームを小刻みに回転させることで姿勢誤差を連続的にフィードバック、の2つの制御則を検討した。

各制御則について、閉ループ系の状態変数の解析解を導出し、いずれの制御則においても状態を望ましい状態に指数収束させることができることを示した。また、収束の速さと制御ゲインの関係を明らかにした。モデル化誤差として、質量パラメータの推定誤差の影響について考察した。時変項を用いる制御では推定誤差に対する感度が高いので、質量パラメータの推定則を導入した。滑り面を用いる制御では、推定誤差がある場合でも状態を望ましい状態に収束させることができることを示した。数値シミュレーションにより制御則および推定則の有効性を確認した。

今後は、 n 自由度アームへの拡張を検討する予定である。

参 考 文 献

- 1) 山田克彦, 吉河章二: 可動部を有する人工衛星の適応的な姿勢制御, 計測自動制御学会論文集, 31 (1995), pp. 1678-1685.
- 2) 小田光茂: ETS-VIIによる宇宙ロボットの軌道上実験—衛星搭載ロボットアームと衛星姿勢の協調制御—, 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会講演論文集, 1994, pp. 937-940.
- 3) Vafa, Z. and Dubowsky, S.: On the Dynamics of Space Manipulators Using the Virtual Manipulator, with Applications to Path Planning, J. Astronaut. Sci., 38 (1990), pp. 441-472.
- 4) Longman, R. W.: The Kinetics and Workspace of a Satellite-Mounted Robot, J. Astronaut. Sci., 38 (1990), pp. 423-440.
- 5) 中村仁彦: 非ホロノミック系制御研究の展望, 計測と制御, 36 (1997), pp. 384-389.
- 6) 山田克彦: 宇宙ロボットのアーム運動による本体姿勢のフィードバック制御, システム制御情報学会論文誌, 9 (1996), pp. 296-304.
- 7) Khenouf, H. and de Wit, C.: On the Construction of Stabilizing Discontinuous Controllers for Nonholonomic Systems, Proc. IFAC Nonlinear Control Systems Design, 1995, pp. 667-672.

- 8) M'Closkey, R. and Murray, R.: Nonholonomic Systems and Exponential Convergences: Some Analysis Tools, Proc. IEEE Conference on Decision and Control, 1993, pp. 943-948.

付録：時変項を用いる制御の定常特性 ($\bar{\alpha}$ に誤差がある場合)

α の推定値に誤差がある場合には、式(31)が次のように書き変わる。

$$\hat{f}_1 = \varepsilon \operatorname{sign}(\hat{s}) \sqrt{|\hat{s}|}, \quad \hat{f}_2 = \varepsilon \sqrt{|\hat{s}|} \quad (\text{A.1})$$

仮定 A のもとで X_1, X_2 の解の形が式(32), (33)で与えられる (f_1, f_2 は $\hat{f}_1, \hat{f}_2$ に置き換わる)。

推定値 $\hat{s}$ と真値 s の間に次の関係が成り立つことに注意すると、

$$\hat{s} = s - \bar{\alpha}(x_{1f}X_2 - x_{2f}X_1) \quad (\text{A.2})$$

式(34)が次のように書き変わる。

$$\begin{aligned} \dot{\hat{s}} = & \alpha \left\{ (C_{20}\hat{f}_1c_\omega - C_{10}\hat{f}_2s_\omega)e^{-k_t t} - \frac{\omega}{k_t^2 + \omega^2} \hat{f}_1\hat{f}_2 \right\} \\ & - \bar{\alpha} \{ (-x_{1f}C_{20} + x_{2f}C_{10})k_t e^{-k_t t} \\ & - k_t x_{1f}(C_{11}c_\omega + C_{12}s_\omega)\hat{f}_1 \\ & + k_t x_{2f}(C_{21}c_\omega + C_{22}s_\omega)\hat{f}_2 + x_{1f}\hat{f}_2s_\omega - x_{2f}\hat{f}_1c_\omega \} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

$$c_\omega \equiv \cos \omega t, \quad s_\omega \equiv \sin \omega t$$

新しい変数 χ を導入する。

$$\chi^2 \equiv |\hat{s}| \quad (\text{A.4})$$

このとき式(A.3)は

$$\begin{aligned} 2\chi\dot{\chi} \operatorname{sign}(\hat{s}_0) = & \alpha \left\{ (C_{20} \operatorname{sign}(\hat{s}_0)c_\omega - C_{10}s_\omega)e^{-k_t t} \right. \\ & \left. - \frac{\omega}{k_t^2 + \omega^2} \varepsilon \operatorname{sign}(\hat{s}_0)\chi \right\} \varepsilon \chi \\ & - \bar{\alpha} (-x_{1f}C_{20} + x_{2f}C_{10})k_t e^{-k_t t} \\ & - \bar{\alpha} \{ -k_t x_{1f}(C_{11}c_\omega + C_{12}s_\omega)\operatorname{sign}(\hat{s}_0) \\ & + k_t x_{2f}(C_{21}c_\omega + C_{22}s_\omega) \\ & + x_{1f}s_\omega - x_{2f}\operatorname{sign}(\hat{s}_0)c_\omega \} \varepsilon \chi \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

となる。

4.2節と同様に式(A.5)の両辺を $\chi \operatorname{sign}(\hat{s}_0)$ で除すことを考える。このとき、右辺第3項より減衰のない正弦波成分が残る。なお、右辺第2項については、 $\bar{\alpha}=0$ のときに χ の収束の速さが β であったことおよび $k_t \gg \beta$ が成り立つことから、 $\chi \operatorname{sign}(\hat{s}_0)$ で除して得られる成分も収束して発散することはない。このように、時変項を用いる制御では、 $\bar{\alpha}$ に誤差が含まれる場合に振動成分が残る。