岩石の動弾性係数と静弾性係数について

林 田 精 郎*

On the Dynamic and Static Modulus of Rocks

Yoshiro HAYASHIDA

要 旨

岩石の弾性係数は測定のために加えられた応力の大きさと応力速度の関数である。応力速度が大きい程、応力が小さい程見掛けの弾性係数が大きくなる。このような力学的特性をもつ岩石は、塑性要素と遅延要素とが連続的に分布する力学的モデルで代表させることができる。この場合、個々の要素の定数は応力の大きさ、応力速度などによって変るのでそれ程大きな意味はもっていない。

岩石は固結の程度によって塑性的性質の顕著に現われる応力領域がある。これは岩石を力学的に研究する場合に重要なことである。

1. はじめに

岩石の弾性係数は、それを測定するために加えられた応力の大きさや応力の速度の関数であることは、従来よりの多くの研究結果を検討することによって明らかになってきたが、それがどのような原因によるものかは現在でも不明のことが多い。この研究はそれらの解明のために少しでも役に立てばという試みから行なわれたもので、従来より用いられていた岩石の力学的モデルをより発展させて多要素モデルで説明しようとしたものである。

岩石の力学的特性の説明のために用いられる力学的モデルで要素の定数を求めることがよく行なわれているが、要素定数は測定の方法や加えられた応力の大小などによって変るので、要素定数そのものにはそれ程の意味がない。しかし、岩石の力学的性質を解り易い方法で表現するには力学的モデルを用いるのが最もよい。いろいろな応力の大きさ、いろいろな応力速度による岩石の力学的反応を明らかにするためには、カケガネ要素と遅延要素が無限に分布したモデルを考えないと実際の岩石のそれを十分に説明することができない。ここでは主として動

弾性係数と静弾性係数のちがいについて考察した。

2. 実験方法

(1) 供試体の処理

この研究に用いた供試体は、径 50 mm、長さ約 100 mm の円柱状試料で、両端面は自動式試料整形機で研磨して、端面が軸に直角に近く、できるだけ平行になるようにした。このとき、目安として、ノギスを用いて、試料の長さを任意の場所で測定して、誤差が 0.1% 以内になるようにした。

試料の比重、間隙率などの測定において、固結度が低い中新世の堆積岩などでは、岩石が生成して以来今日まで、105°C 以上の加熱を経験していないものがあることを考慮して、また、大気中での加熱乾燥は試料の変質を招くことを考慮して、十分とは云えないが、試料が変質するよりはよいと考え、2 mmHg 程度の真空中で 24 時間以上処理したものを乾燥試料とした。湿潤試料は、従来より行われているように、48 時間以上水中で処理したものである。これら各試料の各状態における重量は最大 1000 gr、最小目盛 0.01 gr の天秤によって測定し、比重、間隙率などは計算によって求め、これらの値は動ヤング率の計算に利用された。

(2) 一軸圧縮試験の方法

a) 応力制御方法、岩石の力学的性質、強度、ヤング率などを議論する場合に、応力速度またはひずみ速度を一定にすることは最も重要なことで、それらの異なる結果を、それを無視して比較することは無意味なことである。この研究に用いた圧縮試験機は応力速度制御、ひずみ速度制御のどちらの機能をもっているが、この研究では 1~2 kg/cm²/sec という応力速度制御を採用し、加荷重時も抜荷重時も一定とした。荷重計の指針の回転軸にはポテンシオメーターが取り付けられていて、この出力は XY 型記録器の Y 軸に接続されている。

b) ひずみの測定。ひずみ測定は、固結度が比較的低く、接着型ひずみゲージの使用できない第三紀の岩石、

* 大阪市立大学理学部

団結度は高いけれども微小な割れ目の多い古生層の岩石については、非接着型の差動トランス型ひずみゲージを使用し、これら以外の岩石では接着型のペーパ・ゲージを用いた。二つの型のひずみゲージは時々比較測定を行ない、差動トランス型ひずみゲージの機械的変形などによる誤差を除くためにペーパ・ゲージ型ひずみ計によって、差動トランス型ひずみゲージを更正した。

ひずみ計の出力は前述のXY型記録器のX軸に接続して、荷重ひずみ曲線を自動的に記録した。

c) 静ヤング率の求め方。荷重ひずみ曲線から静ヤング率を求める場合、単に静ヤング率としたものは、処女加荷重曲線で、強度の1/2のところでの接線ヤング率、静ヤング率 E^0 としたものは、繰返し加荷重曲線により、先行応力よりも低い応力領域で求められたもので、応力—ひずみの関係は非直線的であることが考慮されている。 E^0 は処女加荷重曲線で、任意の応力値における接線ヤング率を表わしている。岩石の応力—ひずみの関係は一般に非直線的であることから、 E^0 は応力の増加とともに変化してゆく。例えば、塑性要素の強い、上に凸な処女加荷重曲線を示す、固結度の低い岩石では E^0 は応力の増加につれて減少してゆく。

(3) 動ヤング率の測定

動ヤング率とは弾性波の速度から理論的に計算されたヤング率のことを称している。最もよく用いられているものとして、pulse 法による縦波 V_p 、横波 V_s の測定によるものがある。 V_p/V_s から動ポアソン比を求め、無限媒質の理論式を用いてヤング率を求める。試料中を弾性波が伝わる時間はシンクロスコープによって測定するが、Delay 装置を具えていて、 $\pm 0.1 \mu s$ の精度で測定できるものを利用した。

動ヤング率の計算に際して無限媒質中を弾性波が伝わる式を用いると、動ポアソン比の値によって、動ヤング率の値が変化する。この研究に用いた各種岩石の動ポアソン比は、第三紀の岩石については0.27~0.38、和泉砂岩で0.25~0.33、粘板岩で0.25~0.35、花崗岩で0.25~0.36といった値であった。これは一般に弾性論で用いられている値よりも大きい。しかし、静ポアソン比について報告されているように、特定の岩石種について特に大きな値にはなっていない。後に問題に問題になる花崗岩もその動ポアソン比は他の岩石に比して大きな値にはなっていない。

3. 測定結果

この研究の結果も、従来よりいわれていたように、静ヤング率よりも動ヤング率の方が例外はあるが、いつも

図1 神戸層群泥質岩の静ヤング率 E_s と動ヤング率 E_d の関係

図2 神戸層群凝灰岩の静ヤング率 E_s と動ヤング率 E_d の関係

図 3 凝灰角礫岩（有馬層）の静ヤング率 E_s と動ヤング率 E_d の関係

図 5 粘板岩（古生層）の静ヤング率 E_s と動ヤング率 E_d の関係

図 4 和泉砂岩の静ヤング率 E_s と動ヤング率 E_d の関係

図 6 安山岩の静ヤング率 E_s と動ヤング率 E_d の関係

図7 花崗岩質岩石の静ヤング率 E_s と動ヤング率 E_d の関係

大きく、両者の関係は

$$E_d = aE_s + b \quad \dots\dots(1)$$

という式で表わすことができる。ここに E_d は動ヤング率, E_s は静ヤング率, a , b は岩石によって異なる定数である。一般に、固結度の低い、若い堆積岩では、古く、そして固結のより進んだ岩石に比して動ヤング率と静ヤング率の差が大きいといわれている。今回の研究結果もそれと同じような傾向を示している。すなわち、第三紀の神戸層群の各岩石、田辺層群の泥質岩などの固結度の比較的低い岩石では、動ヤング率が静ヤング率の10倍にも達するものがある。これに対して、白亜紀の和泉砂岩また、より固結の進んだ古生層の粘板岩などでは、両者の差はかなり小さくなっている。

花崗岩類は測定誤差によるものだけとは考えられないような傾向を示している。すなわち、動ヤング率の方が静ヤング率よりも小さい場合が多く、さらに他の岩石ではヤング率が増加するにつれて動ヤング率と静ヤング率の比は1に近づいてゆく傾向がみられるが、花崗岩類だけはそのような傾向を示さない。

固結度の比較的高い和泉砂岩や古生層の粘板岩の応力(荷重)—ひずみ曲線はS字形であるが、固結度のより低い第三紀層のそれは、上に凸な領域の多い、塑性の強い形をしている。しかし、これらの固結度の割合低い岩

表1 田辺層群(新第三紀)泥質岩の静ヤング率と動ヤング率

試料 No.	静ヤング率 dyne/cm ²	動ヤング率 dyne/cm ²
730101	1.20×10^{10}	1.75×10^{11}
730102	1.00	1.66
730103	1.43	1.73
730104	1.43	1.70
730105	1.78	1.86
730106	1.33	1.79
730107	1.64	1.81
730108	1.67	1.78

図8 神戸層群凝灰岩の最初の測定における荷重 P —ひずみ $\Delta L/L$ 曲線

図9 神戸層群凝灰岩の二度目の測定における荷重 P —ひずみ $\Delta L/L$ 曲線

表 2 繰返し試験による E^e , E^0 , E^p の値

Uniaxial stress dyne/cm ²	E^e dyne/cm ²	E^0 dyne/cm ²	E^p dyne/cm ²	μ
Izumi sand stone A				
5.88×10 ⁸	4.55×10 ¹¹	4.44×10 ¹¹	188×10 ¹¹	1.08
6.37	4.88	4.76	204	1.08
7.84	5.00	4.87	195	1.08
9.80	4.97	4.34	33.9	0.95
Izumi sand stone B				
4.90	3.65	3.57	166	1.07
5.88	3.91	3.68	98.0	1.07
6.86	3.97	3.84	120	1.07
9.80	4.51	3.71	21.1	0.91
Izumi sand stone C				
2.94	2.98	3.82	61.7	1.05
3.92	3.20	2.98	42.1	1.05
4.90	3.28	3.05	42.5	1.05
5.88	3.38	3.05	30.9	1.05
7.84	3.48	2.95	19.4	0.94
Tuff (Kobe Group) A				
1.47	0.426	0.271	0.744	
1.76	0.438	0.271	0.714	
2.06	0.468	0.270	0.632	
2.35	0.488	0.266	0.583	
2.65	0.458	0.176	0.287	
Tuff (Kobe Group) B				
1.47	0.458	0.424	5.82	
1.76	0.483	0.452	6.95	
2.06	0.503	0.452	4.45	
2.35	0.511	0.424	2.52	
2.65	0.515	0.339	0.99	

 E^e : 繰返し加荷重曲線より求めたヤング率 E^0 : 処女加荷重曲線より求めたヤング率 E^p : 塑性ひずみのヤング率Tuff A: 最初の測定 (E^e と E^0 の差が大)Tuff B: 280 kg/cm² の応力を与えた後の二度目の測定 (E^e と E^0 の差が小さくなり, E^p が顕著に増加している)

石でも、図にみられるように、繰返し载荷により、一定の応力が増えられた後では、応力—ひずみ曲線は容易に S 字形に変化してゆく。このために、静ヤング率も当然大きくなって、動ヤング率との差がだんだん小さくなってゆることが解る。比較的短時間、応力を加えたことによりこのように変化することからみて、若し、もっとより長い時間载荷を行なったとすれば、更に静ヤング率が増加するであろうことが予想される。このような傾向は、整形圧を加えずに固化させたモルタルやコンクリートにおいてもみられる。短時間でしかも常温のもとでの

実験であることから、応力によって内部構造が変化したために発生した現象であって、鉱物学的な変質によるものであるとは考え難い。現象としては、神戸層群 tuff でみられたように、加えられた応力のために、岩石が塑性変形をしたために、いわゆる塑性ひずみのヤング率 [宮村 (1968), 林田 (1969)] が増加して、岩石はより弾性的性質を強く表わすようになったのである。構造岩石学的にみれば、粒子を結合せしめている bind 物質が圧密によって、強度が増加したために、粒子間の結合力が強くなったことを意味していて、新たな bind 物質が生成し

たことによってこのような現象が現われたとは考え難い。このような現象は、金属などで見られる加工硬化とかひずみ硬化、また、モルタルやコンクリートにおける先行応力効果と同じ現象で、主として、応力に支配されるものである。

前述したように、近畿地方の花崗岩類のうちで、特に粗粒なものの静ヤング率が動ヤング率よりも大きいことは、その破壊のしかた、結局、花崗岩類の物理的性質に原因がありそうである。これらの花崗岩類は、鏡下での観察によると、かなり明瞭な微細な割れ目をみることができる。特に、構成鉱物粒のうちで最も強度の大きい石英粒にそれがよく発達している。そして、それらが原因となって、低応力下において接線ヤング率が小さく、応力の増加につれて急速にそれは増大していくこと、また、一軸応力下での実験にもかかわらず、塑性的変形によって破壊することが多いことが知られている。そして、この種花崗岩類では 0.5 以上の静ポアソン比を観測することがある。

通常の載荷速度 $1 \sim 2 \text{ kg/cm}^2/\text{sec}$ で求められた静ヤング率と動ヤング率との関係は載荷速度のちがいが、加えられた応力（ひずみ）の大きさのちがいなどの原因によるものであるという考え方をすることができるので、応力速度が速いときのヤング率を断熱ヤング率 E_s 静的測定のそれを等温ヤング率 E_t とすると両者の間に

$$\frac{1}{E_t} = \frac{1}{E_s} + \frac{T\beta^2}{9 \cdot c_p \cdot \rho} \quad \dots\dots (2)$$

T : 絶対温度, c_p : 比熱, β : 比膨張率, ρ : 密度

のような関係がある。この式で右辺第二項は大きな影響を与えるものではなく、 E_s は E_t より $1 \sim 10\%$ 程度大きな値になるといわれている〔飯田 (1966)〕。

前述したように動ヤング率と静ヤング率だけについて比較していたときには、岩石のヤング率をこの式でもってある程度説明することができたが、載荷速度を変化させたり、ひずみ量の大きさを考慮したりした測定結果、堀部・小林 (1965)、宮村 (1968)、についてはこの式では十分に説明できない、つまり、載荷速度（ひずみ速度）が速くなるとヤング率が大きくなることを説明するためには、断熱ヤング率は載荷速度の関数としなければならないからである。結局、岩石のもつ弾性係数は従来よりいわれていたように応力速度またはひずみ速度に支配されるものである。

4. 測定結果に対する考察

岩石の力学的性質をよりよく説明するために、一つの方法としてレオロジカルな面から考察する必要が生じて

きた。これについて、多くの研究者はそれぞれの研究条件を加味しながら、力学的モデルを用いて考察を行ってきた。それらの一部を引用しつつ筆者の考えを述べてみよう。

粘弾性体は、加えた応力が小さく、応力が作用する時間が短い程より弾性的であり、加えられた応力が大きく大きな変形を生ずる場合には粘性的および塑性的要素が顕著になることが、高分子材料、金属材料について明らかにされている。

応力が比較的大きい静的測定において、岩石は、その領域に大小はあるが、上に凸な応力—ひずみ曲線を示す。上に凸な応力—ひずみ曲線から、繰返し測定でも明らかにレオロジー要素である塑性要素（カケガネ）を導入することになるが、一個のカケガネではなく、強度の異なるカケガネが連続的に分布しているとしなければ岩石の特性を十分に説明できない。カケガネ要素が連続的に分布する物体は繰返し試験によって、先行応力より低い応力領域からそれより高い領域へ加荷重したときに、変形係数が急激に変化し、さらに応力を大きくして繰返し試験を行なうと塑性変形が進み、下に凸な応力—ひずみ曲線の領域が拡大してゆく、このような現象は固結度が低い岩石や soil で常に見られるもので、応力のために強度の小さいカケガネがはずれ、塑性変形が進むと、この応力以下の強度をもった塑性要素はなくなって、弾性的性質の強い領域に移り変わったことを現わしている。このような性質の強い神戸層群の岩石では繰返し試験によって塑性ひずみのヤング率 E^p が $7 \sim 9$ 倍に増加している。やや固結度の高い岩石では処女加荷重曲線が下に凸である領域がかなり広い。そしてこの領域では E^e と E^0 の差は非常に小さく、塑性ひずみのヤング率はかなり大きく、塑性的性質は極めて小さい。これは和泉砂岩で見られるように繰返し試験によっても E^0 と E^e はあまり変化せず、また両者の差が小さいことがよい例である。しかし、このような岩石でも、応力—ひずみ曲線が上に凸な領域では、固結度の低いものと同じように振舞う。

短時期の実験でも、このように塑性ひずみのヤング率が増加することから、地質時代のように長い間連続的に荷重を受けた場合には、受けた最大応力以下の領域内では塑性要素は殆んどなくなるであろう。

このように、連続的に分布するカケガネ要素でその力学的特性を表わすことのできる上に凸な領域の広い応力—ひずみ曲線をもつ新しい堆積岩では、処女加荷重曲線より求めた静ヤング率は非常に小さな値になる。これに反して、応力が小さく、応力速度が大きい動的測定においては、後述するように、何れのカケガネ要素も、遅延

要素も作動しないので、変形は r_0 で示されているスプリング要素だけとなるので、ヤング率は大きくなる。このために、固結度がより小さい岩石では、静ヤング率と動ヤング率の差がより大きくなる。

前述のように、処女加荷重曲線から求めた接線ヤング率は、応力レベルによって異なる。これは応力とひずみの関係が直線的でないことを意味しているの、応力 σ とひずみ ϵ の関係を

$$\sigma = A\epsilon^\mu \quad A: \mu: \text{定数} \quad \dots\dots (3)$$

という式で表わすことができる。この式から $\mu > 1$ は下に凸な形の応力—ひずみ曲線を、 $\mu > 1$ では上に凸な形を、 $\mu = 1$ では応力—ひずみの関係は直線になることが解る。

ある一定の応力を受けたことによって、塑性ひずみが十分に進行したために、その応力までは、応力—ひずみ曲線が $\mu > 1$ である曲線を示すようになり、それより大きい応力領域では、先に加えられた応力を境にして、 $\mu < 1$ の曲線を示すようになることは図から明らかで、この変化は応力だけによって発生するもので、化学的な固結に左右され難いことは前述した。

ここで、処女荷重曲線の変極点 ($\mu > 1$ から $\mu < 1$ へ

表 3 応力—ひずみ曲線から推定された埋没深度

試料	深 度
Izumumi sandstone	meter
Yamanaka 1	3600
2	3800
3	3500
4	3500
5	3500
Tanagawa 1	4400
2	4400
Kimitoge 1	5900
2	5800
Tottoriike	3600
Chichioni	5800
Fukura 1	3500
2	3400
Kobe Group	
Tuff (Shirakawa) 1	370
2	380
Mudstone (Shirakawa)	370
Tuff (Suzurandai) 1	500
2	490
3	510
4	480

の変化点) の応力を、岩石が、この測定の前に受けたであろう先行応力と考え、これをもとに、その岩石の予想される埋没深度を試算してみた。それを表 3 に示している。この結果、和泉砂岩については 3500~6000 m、神戸層群の吉川層については、場所により異なるけれども、350~500 m といった値になっている。和泉砂岩で最も大きな値が紀見峠の試料でみられるが、ここには多くの構造線がみられ、それらの発生したときの応力を受けていること、また、この測定で、温度についての考察がなされていないことなどの理由で、これらの値が直ちに地質学的に意義のあるものとするには多くの疑問があるが、そのようなことを十分に考慮して利用すると、堆積層の堆積時の厚さを知ることができそうである。

弾性波速度から求めた動ヤング率と、通常の 1~2 kg/cm²/sec 程度の応力速度をもつ圧縮試験によって求めた

図 10 和泉砂岩のクリープ変形 (曲げによる測定)

静ヤング率との関係は前述したように、連続的に分布する塑性要素によって説明できるが、応力速度を 0.1 kg/cm²/sec から 5×10^5 kg/cm²/sec に変化させて研究した堀部・小林 (1965) の研究結果では応力—ひずみ曲線の直線部分の傾斜が応力速度とともに増加していること、またクリープ変形が波状になることなどから連続的に分布する遅延要素を導入しないと、それらを説明することが困難になる。一般には、応力—ひずみ曲線の直線部分は Hook 弾性領域で、スプリング要素の変形として取扱われている。しかしスプリング要素は応力速度には無関係である、とすると応力—ひずみ曲線の直線部分の傾斜が応力速度によって変化することについて、どのように説明すればよいか。等温弾性率と断熱弾性率といった概念で説明しようとするれば、断熱弾性率は応力速度の関数とならねばならない。そこで前述したことから図のような遅延要素をもった力学的モデルを導入することとなる。

このモデルで応力がある程度大きいと、強度の小さいカケガネが作動するのでダッシュポットは直列になり、

- ~103.
- Gassmann, Fritz (1951): Elastic waves through a packing of spheres, *Geophysics*, Vol. 16, No. 4, pp. 673~685.
- 林田精郎 (1965): 岩石の二, 三の物理的性質, 応用地質 Vol. 6, No. 4, pp. 189~198.
- 林田精郎 (1968): 堆積岩の粘弾性的性質, 応用地質 Vol. 9, No. 3, pp. 105~112.
- 林田精郎 (1969): 和泉砂岩の力学的性質 (I) 応用地質 Vol. 10, No. 3, pp. 111~117.
- 林田精郎 (1970): 和泉砂岩の力学的性質 (II) 応用地質 Vol. 11, No. 4, pp. 127~131.
- 林田精郎 (1971): 岩石の強度, ヤング率および弾性波速度, 応用地質 Vol. 12, No. 3.
- 堀部富男・小林良二 (1965): 各種荷重速度下における岩石の力学的挙動について, 日本材料学会誌, Vol. 14 No. 141, p. 498~506.
- 井上正康・大見美智人 (1969): 超音波伝播速度測定による岩石の圧縮強度の推定, 水曜会誌, Vol. 16, No. 10, pp. 693~696.
- 井上正康・大見美智人 (1970): 岩石の弾性波伝播速度および弾性定数と含水の関係について (I) 応用地質 Vol. 11, No. 4, pp. 132~138.
- 高分子学会 (1965): レオロジー測定法, 共立出版, pp. 196~202.
- Kumay, A. (1968): The effect of Stress rate and temperature on the strength of basalt and granite. *Geophysics*, Vol. 33, No. 3, pp. 501~510.
- 宮村撰三 (1968): 地震・火山・岩石物性・共立出版 pp. 276~336.
- 中川鶴太郎・神戸博太郎 (1959): レオロジー, みすず書房, pp. 410~431.
- 日本材料学会 (1966): 岩石力学とその応用, 丸善 pp. 12~31, 81~95.
- 小野木重治 (1957): レオロジー要論, 槇書店 pp. 81~95.
- 鈴木 光 (1973): 岩盤力学と計測, 内田老鶴圃 pp. 65~76.
- Stagg, K. G. and Zienkiewicz (1968): Rock mechanics in engineering Practice. John Wiley, pp. 4~45.
- Usher, M. J. (1962): Elastic behaviour of rocks at low frequencies, *Geophysical Prospecting*, Vol. 10, No. 2, pp. 119~127.
- Wyllie, M. R. J., Gregory, A. R. and Gardner L. W. (1956): Elastic Wave Velocities in heterogeneous and porous media. *Geophysics*, Vol. 21, No. 1, pp. 41~70.
- Wyllie, M. R. J. Gardner, G. H. F., and Gregory, A. R. (1962): Studies of elastic wave attenuation in Porous media, *Geophysics*, Vol. 27, No. 5, pp. 569~589.
- 山口梅太郎・西松裕一 (1967): 岩石力学入門, 東大出版会 pp. 69~212.