岩石の異方性多孔質弾性パラメータの計測および評価手法に関する検討

徳永朋祥*

要 旨

Berea 砂岩の多孔質弾性パラメータを計測する実験を行った。実験では、層理面に平行・直交・45度の方向の試料を準備し、間隙水圧の境界条件として排水・非排水・拘束圧と間隙水圧を同じ値変化させるという3つを設定した。各条件において、拘束圧および軸圧を変化させ、合計で36個の応力-ひずみ、応力-間隙水圧の関係を求めた。ここでは、試料が面内等方性材料であると仮定し、非線形最小二乗法を用いて最適な異方性多孔質弾性パラメータセットを求めた。さらに、実験で得られたデータと最適パラメータセットの値を比較することにより、実験データ相互の整合性および実験データの信頼性の評価を試みた。また、試料に適用したモデル(面内等方性モデル)の妥当性の評価も行った。

Key words : 多孔質弾性論 poroelasticity, 異方性 anisotropy, 室内実験 laboratory experiments

1. はじめに

地盤を構成している材料は、層理面や片理面、マイクロクラックなどが存在するために、一般に異方的に振舞うことが知られている¹⁾。BIOT²⁾は、等方材料に対する多孔質弾性論を異方性材料に拡張し、その後、CAROLL³⁾、THOMPSON and WILLIS⁴⁾、CHENG⁵⁾らは、異方性多孔質弾性体に関する理論的考察を行っている。ところが、異方性多孔質弾性パラメータの計測は、著者らの知る限り AOKI *et al.*⁶⁾によるもののみである。彼らは、面内等方性材料である Trafalgar 頁岩の多孔質弾性パラメータの計測を行っている。しかし、材料が低浸透性であるために、排水条件におけるパラメータは、非排水条件と排水条件におけるパラメータ間の関係を用いて計算したものであった。

本研究では、Berea 砂岩の最適な異方性多孔質弾性パラメータを、できるだけ多くのパラメータの計測と、それらの間の関係を利用した非線形最小二乗法を用いて求めた。この手法は、実験データ相互の整合性および室内実験データの信頼性を評価する指標を提供するものであり、さらに、試料に適用したモデルが適切かどうかを定量的に評価することを可能にするものである。

2. 異方性多孔質弾性論

異方性多孔質弾性材料の構成関係は、以下のように書くことができる⁵⁾。

$$\varepsilon_{ij} = C_{ijkl} \sigma_{kl} + \frac{1}{3} C B_{ij} p \quad (1)$$

$$\zeta = C \left(p + \frac{1}{3} B_{ij} \sigma_{ij} \right) \quad (2)$$

ここに、 ε_{ij} : ひずみ、 C_{ijkl} : 排水条件におけるコンプライアンス、 σ_{ij} : 応力、 C : 三次元貯留係数、 B_{ij} : 一般化された SKEMPTON の B 値、 p : 間隙水圧、 ζ : 多孔質弾性材料単位体積内の流体含有量の変化、である。なお、この定式化においては、引張応力・伸びひずみを正、間隙水圧および流体含有量の増加を正としている。また、応力・ひずみ・間隙水圧・流体含有量の変化は、基準とする状態からの変化である。

異方性を導入することによって発生する興味深い現象の一つは、せん断応力の変化によって間隙水圧の変化が起ることである。逆にいうと、間隙水圧の変化がせん断応力の変化を引き起こすということになる⁵⁾。この特性は、SKEMPTON の間隙水圧係数 A ⁷⁾が、 $A \neq 1/3$ となることを弾性論の枠組みで説明することを可能にするものである。WANG⁸⁾ は、 $A \neq 1/3$ という条件を経験的に導入して、地震時における断層周辺の間隙水圧挙動を説明している。

* 東京大学大学院工学系研究科地球システム工学専攻
 Department of Geosystem Engineering, University of
 Tokyo (会員) E-mail: tokunaga@geosys.t.u-tokyo.ac.jp

また, GWYTHER *et al.*⁹⁾は, ボアホールひずみ計を用いた計測結果から, 季節的な地下水位の変動によってせん断ひずみが発生していることを報告している. これらの現象は, 異方性多孔質弾性材料の上述の特性によるものである可能性がある.

ところで, 応力・ひずみ・流体含有量の関係は, 以下のようにも書くことができる⁵⁾.

$$\varepsilon_{ij} = C_{ijkl}^u \sigma_{kl} + \frac{1}{3} B_{ij} \zeta \quad (3)$$

ここに, C_{ijkl}^u : 非排水条件におけるコンプライアンス, である.

(1), (2), (3)式を比較することにより,

$$C_{ijkl}^u = C_{ijkl} - \frac{1}{9} C B_{ij} B_{kl} \quad (4)$$

という関係が得られる. CHENG⁵⁾は, 異方性多孔質弾性材料に関するマイクロメカニカルな検討を行い, 以下のような関係を得ている.

$$B_{ij} = \frac{3(C_{ijkk} - C_{ijkk}^s)}{C} \quad (5)$$

ここに, C_{ijkl}^s : 固体粒子のコンプライアンス, である.

(4)および(5)式は, 異なった排水条件におけるパラメータ間の関係を示す式と捉えることができる.

3. 実 験

3.1 実験に用いた試料

本研究では Berea 砂岩を試料として用いた. これは, この砂岩に関して, 今までに排水条件における弾性パラメータのみでなく, それ以外の多孔質弾性パラメータも求められているからである^{10)~12)}.

Berea 砂岩は, 石炭紀に堆積した比較的淘汰のよい中粒砂岩である^{13), 14)}. 構成鉱物は, 石英(約80%), 長石(約5%), カオリナイトを主とする粘土鉱物(約8%), および方解石(約6%)である¹¹⁾. 実験に用いた試料の間隙率は約22%であった.

3.2 実験の手法

層理面が発達している堆積岩は, 面内等方性を持っていると考えることができる. その場合, 8個の独立なパラメータが岩石の多孔質弾性挙動を特徴づける. すべての独立なパラメータを得るためには, 3つの各々違った方向のコアを用い¹⁵⁾, 排水・非排水・拘束圧と間隙水圧の変化を同じにする, という間隙水に関する境界条件を与えた実験を行う必要がある. 本研究では, 層理面に平行・直交・45度傾斜方向の3つの試料を用いた(図-1). コア試料は, 径5.08 cm, 長さ約10cmであり, 間隙は蒸留水で満たした.

実験の手法は, HART and WANG¹²⁾と同様のものであるが, 異方性材料のパラメータを得るために, ひずみゲージの配置を変更した(図-2). また, 間隙水圧の変化を精度よく

図-1 実験に用いた試料の層理面に対する方向

図-2 室内実験における試料の状態

図-3 今回の実験で用いたエンドキャップの詳細

計測するために, 試料キャップも新しく作成した(図-3). 新しく作成した試料キャップは, 3つの違った間隙水に関する境界条件を与えた実験を, 試料を圧力ベッセルから出し入れすることなく行うことができるようにしたものである.

各実験における応力および間隙水圧の初期条件を表-1に示す. 拘束圧は29MPaであり, 間隙水圧は23~27MPaとなっている. 軸圧をかける実験では, 試料とピストンとの接触をよくするために, 封圧よりも大きな軸圧(34.5MPa)

表-1 実験で求められた測定値と非線形最小二乗法による最適パラメータ(計算値)

試料	層面に直交											
間隙水の境界条件	非排水						排水					
応力条件	静水圧			軸圧			静水圧			軸圧		
応力の値	$P_c=29, P_p=25.5$			$P_c=29, P_p=26.8, P_z=34.5$			$P_c=29, P_p=25.5$			$P_c=29, P_p=25.5, P_z=34.5$		
応力-歪, 応力- 間隙水圧の関係	ϵ_x/P_c	ϵ_z/P_c	P_p/P_c	ϵ_x/P_z	ϵ_z/P_z	P_p/P_z	ϵ_x/P_c	ϵ_z/P_c	ϵ_x/P_z	ϵ_z/P_z	ϵ_x/P_c	ϵ_z/P_c
コンプライアンス	$C_{11}^0+C_{12}^0+C_{13}^0$	$2C_{13}^0+C_{33}^0$	$1/3(2B_1+B_3)$	C_{13}^0	C_{33}^0	$1/3B_3$	$C_{11}+C_{12}+C_{13}$	$2C_{13}+C_{33}$	C_{13}	C_{33}	$C_{11}^0+C_{12}^0+C_{13}^0$	$2C_{13}^0+C_{33}^0$
測定値	2.30E-11	2.79E-11	0.728	-2.32E-11	5.91E-11	0.127	6.12E-11	9.17E-11	-1.49E-11	6.15E-11	1.17E-11	1.07E-11
計算値	2.20E-11	2.74E-11	0.622	-1.46E-11	5.65E-11	0.286	3.76E-11	5.41E-11	-7.34E-12	6.88E-11	1.24E-11	1.11E-11
エラー	0.048	-0.019	0.171	0.594	0.046	-0.556	0.626	0.694	1.031	-0.106	0.057	-0.037

試料	層面に平行											
間隙水の境界条件	非排水						排水					
応力条件	静水圧			軸圧			静水圧			軸圧		
応力の値	$P_c=29, P_p=25.3$			$P_c=29, P_p=23.4, P_x=34.5$			$P_c=29, P_p=24.3$			$P_c=29, P_p=24.3, P_x=34.5$		
応力-歪, 応力- 間隙水圧の関係	ϵ_x/P_c	ϵ_z/P_c	P_p/P_c	ϵ_x/P_x	ϵ_y/P_x	ϵ_z/P_x	P_p/P_x	ϵ_x/P_c	ϵ_z/P_c	ϵ_x/P_x	ϵ_y/P_x	ϵ_z/P_x
コンプライアンス	$C_{11}^0+C_{12}^0+C_{13}^0$	$2C_{13}^0+C_{33}^0$	$1/3(2B_1+B_3)$	C_{13}^0	C_{12}^0	C_{33}^0	$1/3B_1$	$C_{11}+C_{12}+C_{13}$	$2C_{13}+C_{33}$	C_{11}	C_{12}	C_{13}
測定値	2.47E-11	2.93E-11	0.735	3.83E-11	-1.41E-11	-1.05E-11	0.0808	5.17E-11	6.82E-11	4.33E-11	-1.17E-11	-7.26E-12
計算値	2.20E-11	2.74E-11	0.622	5.09E-11	-1.44E-11	-1.46E-11	0.168	3.76E-11	5.41E-11	5.51E-11	-1.01E-11	-7.34E-12
エラー	0.125	0.070	0.182	-0.247	-0.026	-0.279	-0.519	0.373	0.260	-0.214	0.154	-0.011

試料	層面に45度											
間隙水の境界条件	非排水						排水					
応力条件	静水圧			軸圧			静水圧			軸圧		
応力の値	$P_c=29, P_p=25.3$			$P_c=29, P_p=24.5, P_{45}=34.5$			$P_c=29, P_p=23$			$P_c=29, P_p=23, P_{45}=34.5$		
応力-歪, 応力- 間隙水圧の関係	ϵ_x/P_c	ϵ_{45}/P_c	P_p/P_c	ϵ_x/P_{45}	ϵ_{45}/P_{45}	ϵ_{-45}/P_{45}	P_p/P_{45}	ϵ_x/P_c	ϵ_{45}/P_c	ϵ_x/P_{45}	ϵ_{45}/P_{45}	ϵ_{-45}/P_{45}
コンプライアンス	$C_{11}^0+C_{12}^0+C_{13}^0$	$1/2(C_{11}^0+C_{12}^0+C_{13}^0)+1/2(2C_{13}^0+C_{33}^0)$	$1/3(2B_1+B_3)$	$1/2(C_{12}^0+C_{13}^0)$	$1/4(C_{11}^0+C_{12}^0+C_{13}^0)+2C_{13}^0+C_{44}^0$	$1/4(C_{11}^0+C_{12}^0+C_{13}^0)+2C_{13}^0-C_{44}^0$	$1/6(B_1+B_3)$	$C_{11}+C_{12}+C_{13}$	$1/2(C_{11}+C_{12}+C_{13})+1/2(2C_{13}+C_{33})$	$1/2(C_{12}+C_{13})$	$1/4(C_{11}+C_{33}+2C_{13}+C_{44})$	$1/4(C_{11}+C_{33}+2C_{13}-C_{44})$
測定値	2.32E-11	2.61E-11	0.642	-1.65E-11	4.10E-11	-1.57E-11	0.158	5.14E-11	6.36E-11	-1.15E-11	4.44E-11	-9.75E-12
計算値	2.20E-11	2.47E-11	0.622	-1.45E-11	5.49E-11	-1.58E-11	0.227	3.76E-11	4.59E-11	-8.74E-12	6.27E-11	-8.05E-12
エラー	0.057	0.058	0.033	0.141	-0.254	0.006	-0.304	0.365	0.386	0.316	-0.292	0.212

注：太字は、最小二乗法を適用する時に、独立であるとしたパラメータ。

斜字は、最小二乗法を適用する時に、小さな重みを与えたパラメータ（本文参照）。応力の単位はMPa、応力-歪の関係の単位はPa⁻¹。

をかけている。実験条件における TERZAGHI 有効応力（拘束圧と間隙水圧の差）は小さいので、本実験は、比較的浅い深度もしくは過剰間隙水圧が発生している条件に対応するものと考えられる。各実験では、拘束圧もしくは軸圧を ±1 MPa 変化させ、ひずみと間隙水圧の変化を計測した。

多孔質弾性パラメータは、間隙水圧・拘束圧に依存することが考えられるために、各々の実験における初期条件を一定にすることが重要である。しかし、本実験では、間隙水圧の変化を精度よく測定することを目的とし、非排水条件の実験では、新しく作成したエンドキャップを用いることによって、間隙水圧供給用のラインと間隙流体とを遮断し、余分な流体の体積をできるだけ減らすこととした。そのために、媒体内の流体の量を精密に制御することができず、各々の実験における初期条件を完全に一定にすることができなかった。この点は、今後改善すべき問題であると考えている。

4. 実験結果

実験によって得られた応力-ひずみのデータの例を図-4 に示す。このようなデータを用いて得られた応力-ひずみ・応力-間隙水圧の関係は表-1 に示されている。応力-ひずみの関係は、非排水条件における実験(図-4a)においても排水条件における実験においても面内等方性を示すようである。

したがって、今回用いた試料に対して、面内等方性の異方性多孔質弾性論を適用することは適切であると考えられる。

ところで、拘束圧と間隙水圧の変化を同じにした実験においては、試料は等方的に振舞っているように見える(図-4b)。このことは、砂岩は岩石としては面内等方性を持った材料として振舞うが、構成粒子は等方的であることを示唆していると考えられる。

a) 非排水条件において拘束圧を静水圧的にかけた場合

b) 拘束圧と間隙水圧を同じ値だけ変化させた場合

図-4 実験時の応力-ひずみの関係の例

5. 最適なパラメータセットを求めるための手法

3つの試料を用いた実験結果から、36個の応力-ひずみ、応力-間隙水圧の関係が求められた。これらの関係は、コンプライアンスと SKEMPTON の B 値を用いて表現することが可能である(表-1)。ここでは、応力-ひずみの関係をマトリックスの形で表現したものをを用いている。例えば、非排水条件においては、

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_x \\ \gamma_y \\ \gamma_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{pmatrix} \quad (6)$$

となる⁵⁾。なお、ここでは、 x - y 面が面内等方性を持つとしている。非排水条件における応力-ひずみの関係は、排水条件におけるコンプライアンスを非排水条件におけるそれに書きかえることによって同様に示される。また、非排水条件において、応力と間隙水圧の関係は、

$$P = -\frac{1}{3}(B_1 B_2 B_3 0 0 0) \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{pmatrix} \quad (7)$$

となる⁵⁾。これらのパラメータのうち、8つのものが独立なものとなる。したがって、実験結果で得られたデータと、パラメータ間の関係式を用いた非線形最小二乗法を適用してやることにより、お互いに整合性のとれたパラメータセッ

トを求めることができる。

ここで、36個の計測されたデータを用いてデータベクトル $\mathbf{b}$ を作る。また、そのうちの8つのパラメータを独立であるとし、それからなるベクトル $\mathbf{x}$ を作る。今回は、表-1中に太字で示されているパラメータを独立なものとした。独立なパラメータを用いて計算されるモデルベクトル $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ は、独立なパラメータと従属なパラメータの両方から構成されることになる。今回の実験の結果では、軸圧をかけた場合の応力-間隙水圧の関係が、拘束圧をかけた場合のその関係の値よりもかなり小さく求まっているので、それらのデータの重みを小さくして非線形最小二乗法を用いた評価を行った。このような取り扱いの適否については次節で議論される。モデルベクトルとデータベクトルの残差ベクトル $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ は、 $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{M}(\mathbf{x}) - \mathbf{b}$ と定義される。 $(i+1)$ 回目の繰り返し計算における NEWTON 法の式は、

$$\mathbf{x}^{i+1} = \mathbf{x}^i - [\mathbf{F}'(\mathbf{x}^i)]^{-1} [\mathbf{F}(\mathbf{x}^i)] \quad (8)$$

と書ける。ここに、 $\mathbf{x}^i$ は i 回目の繰り返しにおけるベクトル $\mathbf{x}$ を、 $\mathbf{F}'(\mathbf{x}^i)$ は $\mathbf{F}(\mathbf{x}^i)$ の微分を意味する。繰り返し計算は、 $\|\mathbf{x}^{i+1} - \mathbf{x}^i\|$ を実験で求められた値で正規化したものが 10^{-10} よりも小さくなった時点で収束したものと判断した。繰り返し計算は、15回以内で収束している。求められた最適パラメータセットは表-1に、最適パラメータから求められた一般的な弾性パラメータの値は表-2に示されている。

6. 議 論

最適パラメータの値と、実験で求められた値との比較は、多孔質弾性体モデルがどの程度実験データを適切に説明できているかを調べる指標となる。実験で求められた値と最適パラメータの差を最適パラメータの値で割ったものが

表-2 最適パラメータセットから求められた一般的なパラメータ

応力の方向	排水条件下のYoung率	排水条件下のPoisson比	非排水条件下のYoung率	非排水条件下のPoisson比	剛性率	SkemptonのB値	固体粒子の線圧縮率	有効応力係数	三次元貯留係数
x	18.1 (GPa)	0.184	19.7 (GPa)	0.282	7.66 (GPa)	0.503	26.9 (GPa)	0.687	0.150 (GPa ⁻¹)
z	14.5 (GPa)	0.107	17.7 (GPa)	0.258	7.07 (GPa)	0.858	30.0 (GPa)	0.772	

注：Poisson比は、等方的な性質を持った面内の歪と、それに直行する方向の歪の比を取っている。また、剛性率は、上の欄の値は、等方的な性質を持った面内での変形に関する値、下の欄の値は、等方的な性質を持った面に直交する面内での変形に関する値を示している。

表-3 拘束圧を静水圧的に変化させた場合のパラメータに関する過去のデータ^{(10),(12)}との比較

	本研究	過去のデータ
排水条件におけるコンプライアンス(Pa ⁻¹)	1.29×10^{-10}	$1.25 \times 10^{-10} \sim 1.50 \times 10^{-10}$
非排水条件におけるコンプライアンス(Pa ⁻¹)	7.14×10^{-11}	$6.25 \times 10^{-11} \sim 7.09 \times 10^{-11}$
拘束圧と間隙水圧を同じ値変化させた場合のコンプライアンス(Pa ⁻¹)	3.59×10^{-11}	$2.78 \times 10^{-11} \sim 3.46 \times 10^{-11}$
SkemptonのB値	0.622	0.56~0.72

表-1に示されている。軸圧をかけた実験における応力-ひずみの関係は、一般に大きな差を示している。これは、軸圧をかける実験において、実験装置の問題からわずかな曲げモーメントがかかっていることによるのかもしれない。間隙水圧-応力の関係もやや大きめの差を示している。これは、SKEMPTONのB値が低有効応力条件下では、有効応力依存性が大きい⁽¹⁰⁾ことを考えると、非排水条件における各々の実験の有効応力の違いがこの原因になっている可能性がある。もう一つの原因として、非線形最小二乗法の計算を行ったときに、軸圧下での応力-間隙水圧の値に小さな重みをかけたことが考えられる。しかし、今回の結果得られた拘束圧の静水圧的な変化に伴うSKEMPTONのB値が過去のデータと調和的であり、この作業をせずに求めたものが過去の値と調和的でないことを考えると、今回用いた方法は正当化されるものと考えている(この議論に関しては補遺を参照のこと)。すなわち、今回求められた拘束圧の静水圧的な変化に関するコンプライアンスとSKEMPTONのB値は、過去に得られた値と調和的である(表-3)が、軸圧をかけた試験を他の試験と同様の重み付けを行って求めた場合には、非常に小さなSKEMPTONのB値が求まってしまう。

これらのことは、今回の実験において、軸圧をかけた試験に何らかの問題があったことを示唆している。具体的には、上述のように、実験装置の問題からわずかな曲げモーメントがかかっている可能性、また、ロードセルを三軸室の外側に置かざるを得なかったことによる問題、が考えられる。このように、本手法を用いた場合、実験の技術的な問題点が存在する箇所を抽出する上でも効果があることがわかる。

理論とデータセットの整合性を評価するもう一つの方法は、残差二乗和を用いる手法である。ここでは、残差二乗和の平方根をデータの数で割ったもの $(\mathbf{r}'\mathbf{r})^{1/2}/N$ を指標として用いた。ここに、 $\mathbf{r}$:最適パラメータで正規化した残

差ベクトル、 N :データの個数、上付きの t は、転置ベクトルを表す。今回の結果得られた値は、0.056であった。一方、今回のデータを等方性モデルで評価した場合(独立なパラメータの数は4個)の値は0.075である。このことより、Berea砂岩の今回の実験条件における挙動は、面内等方性モデルの方が、等方性モデルに比べより適切に表現していることが定量的に評価される。

異方性の大きさは、スティフネス(M_{ij})を用いた以下の指標で評価することができる。

$$\varepsilon = \frac{M_{11} - M_{33}}{2M_{33}} \quad (9)$$

$$\delta = \frac{(M_{13} + M_{44})^2 - (M_{33} - M_{44})^2}{2M_{33}(M_{33} - M_{44})} \quad (10)$$

$$\gamma = \frac{M_{66} - M_{44}}{2M_{44}} \quad (11)$$

これらのパラメータの例^{(1), (16)}と、今回得られたデータは表-4に示されている。この結果から、Berea砂岩は、少なくともTERZAGHI有効応力が小さい条件では、異方性材料として挙動することが判明した。最近の研究⁽¹⁷⁾によると、異方性の度合いは、TERZAGHI有効応力の大きさに依存していることが示されている。すなわち、有効応力が小さい条件では、Berea砂岩は異方性材料として振舞うが、有効応力が大きくなると異方性はなくなり、等方的に振舞うようになる。この傾向は、過去の実験結果および今回の結果を整合的に結びつけるものである。このような挙動をする原因については現在検討中である。

ところで、固体粒子部分の線圧縮率は、非常に小さな異方性しか示しておらず(表-1)、固体粒子は等方的であると考えることが可能である。このことは、Berea砂岩の岩石としての異方性は、マイクロクラックや扁平な間隙が一定方向に卓越して分布していることによるものであることを示唆している。

表-4 岩石の排水条件における異方性の度合い^{1),16)}と本研究における結果

岩石名	ε	δ	γ
Cotton Valley shale	0.135	0.205	0.180
Mesaverde mudstone	0.034	0.211	0.046
Pierre shale	0.015	0.060	0.030
Taylor sandstone	0.110	-0.035	0.255
Dog Creek shale	0.225	0.100	0.345
Marine silty clay	0.000	-0.011	0.160
Berea sandstone (68.95MPa)	0.002	0.020	0.005
Berea sandstone (2~6MPa) (本研究)	0.137	0.115	0.042

注：Berea砂岩に示されている値は、実験時のTerzaghi有効応力の値。

7. 結 論

Berea 砂岩を用い、29MPa の拘束圧、23~27MPa の間隙水圧の初期条件のもとで、36個の応力-ひずみ、応力-間隙水圧の関係を求めた。面内等方性材料においては、8個の独立なパラメータが材料の挙動を説明することから、非線形最小二乗法を用いて、最適なパラメータセットを求めた。最適なパラメータセットと実験で得られたデータの比較から、軸圧をかけた実験における応力-ひずみ、応力-間隙水圧に大きな誤差が含まれていることが示された。しかし、残差二乗和を用いた評価では、面内等方性を仮定した方が、等方性を仮定した場合よりも、材料の挙動を適切にモデル化していることが示された。Berea 砂岩は、低有効応力条件では異方的に振舞うが、有効応力が高い場合には、等方的に振舞うことが示されており、異方性の度合いは、有効応力に依存しているようである。

できるだけ多くのパラメータの計測を行い、それらの間の関係を用いた非線形最小二乗法を用いて最適パラメータを求める手法は、評価に用いているモデルが対象を適切に表現しているか、また、実験データがお互いに整合的であるかを評価することができることから、実験データの信頼性を示すうえでも重要なものであると考えられる。

謝辞 本研究は、筆者が Wisconsin 大学滞在中に行ったものである。筆者が1年間の海外滞在をすることを快く認めてくださった東京大学の小島圭二名誉教授、登坂博行助教授には感謝いたします。また、資金的な援助をくださった(財)村田海外留学奨学会には、この場を借りてお礼申し上げます。Wisconsin 大学の HERBERT F. WANG 教授、David J. HART 氏には、実験のサポートをしていただき、また、様々な議論をしていただきました。ここに記して感謝いたします。

引 用 文 献

- 1) THOMSEN, L. (1986): Weak elastic anisotropy, *Geophysics*, 51, pp. 1954-1966.
- 2) BIOT, M. A. (1955): Theory of elasticity and consolidation for porous anisotropic solid, *J. Appl. Phys.*, 26, pp. 182-185.
- 3) CARROLL, M. M. (1979): An effective stress law for anisotropic elastic deformation, *J. Geophys. Res.*, 84, pp. 7510-7512.
- 4) THOMPSON, M. and WILLIS, J. R. (1991): A reformulation of the equations of anisotropic poroelasticity, *J. Appl. Mech. ASME*, 58, pp. 612-616.
- 5) CHENG, A. H. D. (1997): Material coefficients of anisotropic poroelasticity, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 34, pp. 199-205.
- 6) AOKI, T., TAN, C. P., COX, R. H. T. and BAMFORD, W. E. (1995): Determination of anisotropic poroelastic parameters of a transversely isotropic shale by means of consolidated undrained triaxial tests, *Proc. 8th Intern. Cong. Rock Mech.*, 1, pp. 173-176.
- 7) SKEMPTON, A. W. (1954): The pore pressure coefficients A and B, *Geotechnique*, 4, pp. 143-147.
- 8) WANG, H. F. (1997): Effects of deviatoric stress on undrained pore pressure response to fault slip, *J. Geophys. Res.*, 102, pp. 17943-17950.
- 9) GWYTHYER, R. L., GLADWIN, M. T., MEE, M. and HART, R. H. G. (1996): Anomalous shear strain at Parkfield during 1993-94, *Geophys. Res. Lett.*, 23, pp. 2425-2428.
- 10) BERGE, P. A., WANG, H. F. and BONNER, B. P. (1993): Pore pressure buildup coefficient in synthetic and natural sandstones, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr.*, 30, pp. 1135-1141.
- 11) GREEN, D. H. and WANG, H. F. (1986): Fluid pressure response to undrained compression in saturated sedimentary rock, *Geophysics*, 51, pp. 948-956.
- 12) HART, D. J. and WANG, H. F. (1995): Laboratory measurements of a complete set of poroelastic moduli for Berea sandstone and Indiana limestone, *J. Geophys. Res.*, 100, pp. 17741-17751.
- 13) BRUHN, R. W. (1972): A study of the effects of pore pressure on the strength and deformability of Berea sandstone in triaxial compression. *3rd Interim Rep., U. S. Army Corp. Engrs., Mo. River Div. Lab.*, 64/493.
- 14) WINKLER, K. (1983): Frequency-dependent ultrasonic properties of high-porosity sandstones, *J. Geophys. Res.*, 88, pp. 9493-9499.
- 15) AMADEI, B. (1983): *Rock Anisotropy and the Theory of Stress Measurement*. Springer-Verlag, 478p.
- 16) BERGE, P. A., MALLICK, S., FRYER, G. J., BARSTOW, N., CARTER, J. A., SUTTON, G. H. and EWING, J. I. (1991): In situ measurement of transverse isotropy in shallow-water marine sediments, *Geophys. J. Int.*, 104, pp. 241-254.
- 17) HART, D. J. and WANG, H. F. (1999): Pore pressure and confining stress dependence of poroelastic linear compressibilities and Skempton's B coefficient for Berea sandstone, *Proc. 37th U.S. Rock Mech. Symp.*, pp. 365-371.
- 18) NYE, J. F. (1985): *Physical Properties of Crystals: Their Representation by Tensors and Matrices*. Oxford University

Press, 329p.

- 19) WANG, H. F. (1993): Quasi-static poroelastic parameters in rock and their geophysical applications. *Pure Appl. Geophys.*, 141, pp. 269-286.
- 20) BROWN, R. J. S. and KORRINGA, J. (1975): On the dependence of the elastic properties of a porous rock on the compressibility of the pore fluid. *Geophysics*, 40, pp. 608-616.

補遺

多孔質弾性材料が非排水条件に置かれた場合には、変形時に媒体内の流体の量は変化することができない。このとき、応力-ひずみの関係は、(3)式より、

$$\varepsilon_{ij} = C_{ijkl}^u \sigma_{kl} \quad (A1)$$

となる。(4)式を(A1)式に代入すると、上式は、

$$\varepsilon_{ij} = \left(C_{ijkl} - \frac{1}{9} C B_{ij} B_{kl} \right) \sigma_{kl} \quad (A2)$$

となる。さらに、(5)式を(A2)式に代入すると、

$$\varepsilon_{ij} = \left[C_{ijkl} - \frac{1}{3} (C_{ijmm} - C_{ijmm}^s) B_{kl} \right] \sigma_{kl} \quad (A3)$$

が得られる。この式は、体積ひずみと垂直応力との関係が、

$$\varepsilon_v = \varepsilon_{ii} = \left[C_{iikk} - \frac{1}{3} (C_{iimm} - C_{iimm}^s) B_{kk} \right] \sigma_{kk} \quad (A4)$$

となることを示している。ここに、 ε_v : 体積ひずみ、である。

ここで、静水圧がかけられた条件を考えると、すべての垂直応力が同じ値になるので、(A4)式は、

$$\varepsilon_v = [C^* - (C^* - C^{s*}) B^*] \sigma_h \quad (A5)$$

となる。ここに、 C^* : 排水条件における拘束圧の静水圧的な変化に関するコンプライアンス、 C^{s*} : 固体粒子部分の拘束圧の静水圧的な変化に関するコンプライアンス、 B^* : 拘束圧の静水圧的な変化に関する SKEMPTON の B 値、 σ_h : 静水圧、である。

拘束圧の静水圧的な変化に関するコンプライアンスと SKEMPTON の B 値は、それぞれ、

$$C^* = C_{ijij} \quad (A6)$$

$$B^* = \frac{1}{3} B_{ii} \quad (A7)$$

である。ここで、 B_{ij} および C_{ijkl} は、それぞれ二階、四階のテンソルであるので、 B^* および C^* は、不変量であり¹⁸⁾、その値は方向には依存しない。非排水条件における体積ひずみと静水圧の関係は、上述の方法と同様な方法を用いることによって、

$$\varepsilon_v = C^{u*} \sigma_h \quad (A8)$$

と書ける。ここに、 C^{u*} : 非排水条件における拘束圧の静水圧的な変化に関するコンプライアンス、である。

(A5)式と(A8)式を比較することによって、拘束圧の静水圧的な変化に関するコンプライアンスと SKEMPTON の B 値との関係が、

$$B^* = \frac{C^* - C^{u*}}{C^* - C^{s*}} \quad (A9)$$

という形で求められる。この式は、等方性多孔質材料に対して示されている式を異方性材料に一般化したものである(例えば、WANG¹⁹⁾の14式を参照のこと)。ここで重要なことは、上述の展開と同様な展開は、スティフネスを用いた場合には成り立たないことである。すなわち、

$$C^* = \frac{1}{M^*} \quad (A10)$$

の関係(ここに、 M^* は体積ひずみに関するスティフネスであり、等方性材料における体積弾性率に相当するもの)は、等方性材料に関してしか成り立たない⁹⁾。

以上の議論からわかるように、拘束圧の静水圧的な変化に関するコンプライアンスは、体積ひずみと静水圧の関係を表現するときに便利なパラメータである。また、材料が等方的であると仮定して求められてきた過去の実験結果と、今回行った結果との整合性を評価するうえでも用いることができるということが示されている。

なお、同様の展開は、BROWN and KORRINGA²⁰⁾によってもなされている。

(1999年11月16日受付, 1999年12月8日受理)

Measurements of Complete Set of Anisotropic Poroelastic Parameters for Berea Sandstone and Evaluation of Experimental Data Sets

Tomochika TOKUNAGA

Abstract

A complete set of anisotropic poroelastic parameters for Berea sandstone at low TERZAGHI effective stress (confining stress minus pore fluid pressure) was obtained for a series of drained, undrained and unjacketed tests using a triaxial vessel. Thirty-six stress-strain and stress-pore pressure slopes were obtained from hydrostatic and uniaxial experiments on three samples whose orientations were parallel, perpendicular, and forty-five degrees to the bedding plane. Stress-strain slopes during hydrostatic experiments indicated that the sandstone's poroelastic behavior was transversely isotropic. A non-linear least-square fitting technique was applied to obtain the complete set of poroelastic parameters. Results show that the sandstone is poroelastically anisotropic at low TERZAGHI effective stress conditions but it is reasonable to assume micro-isotropy. Volumetric compliances obtained from this result with that from previous measurements, which assumed that the sandstone was isotropic, were consistent between each other.

This technique gives us internal consistency checks and a measure of the reliability of the values, and it yields a more reliable set of poroelastic constants.

Key words : poroelasticity, anisotropy, laboratory experiments