水文・水資源学会誌
J. Japan Soc. Hydrol. & Water Resour.
Vol. 11, No. 3 (1998) pp. 201-209

線形化モデルによる地表面熱フラックスの集約化 I：領域平均地表面フラックス算定式と集約化規範の導出

Aggregation of Surface Heat Balance by Means of the Linear Model
I: Derivation of Equations of Spatially-Averaged Surface Heat Fluxes and
Their Aggregation Criteria

仲江川敏之*・沖 大幹*・虫明功臣* (東京大学生産技術研究所)

Tosiyuki NAKAEGAWA・Taikan OKI・Katumi MUSIAKE *Institute of Industrial Science, University of Tokyo*

This research studies the aggregation of surface heat balance by means of the linear model, and discusses the derivation of an equation of regionally averaged surface heat fluxes and their aggregation criteria. We derive an equation of regionally averaged surface heat fluxes and their aggregation criteria in this paper which is the first part in the two parts, and the following conclusions are obtained; (i) derived equations consist of equations by parameter mean method and, variance and cross moment terms of surface parameters which represent the effect of their distribution, (ii) the aggregation criteria are expressed as the tolerance range of variance and more higher order moment with a single parameter distributed, (iii) the criteria for the latent heat are more strict than for the sensible one, and it is enough to check the former only, (iv) equations for regional averaged fluxes and their criteria with multiple parameters distributed, are derived, (v) generalized aggregation criteria are the same procedure as the cluster analysis.

Key words: Aggregation, Surface heat balance, Linear heat balance model, Moment method, Distribution of physical quantities, Heterogeneity

本研究は線形化モデルによる地表面熱フラックスの集約化を研究するために、領域平均地表面フラックス算定式と集約化規範の導出を行ない、不均一な領域における地表面熱フラックスの集約化について検討を行なった。2部構成の第I部である本論文では、線形化モデルから領域平均地表面フラックス算定式と集約化規範を導出し、理論的な検討を加えたところ、以下の知見が得られた。(i)導出されたモーメント法による算定式はパラメータ平均法によって算定されるフラックスに、地表面パラメータの分散並びにクロスモーメント項を加えたものである。(ii)1つのパラメータだけが分布している場合のパラメータ平均法並びにモーメント法の集約化規範はパラメーター分布のモーメントに対する許容範囲として表せる。(iii)顕熱と潜熱に対する集約化規範を比較すると、バルク係数だけ、或は蒸発効率だけが分布している場合、通常、両方とも潜熱に対する規範の方が厳しい。(iv)複数のパラメータが分布している場合のモーメント法による領域平均フラックスの算定式を導き、顕熱、潜熱に対する集約化規範を導いた。(v)一般化された集約化規範は、クラスター分析の考え方と一致し、集約化にはクラスター分析の手法を用いることができる。

キーワード: 集約化, 地表面熱収支, 線形熱収支モデル, モーメント法, 物理量分布, 不均一性

I. はじめに

地表面-大気間の相互作用が気候に与える影響が近年明らかになりつつあり、それと共に陸面を介した全球規模での水循環の役割の重要性が認識されて来ている(沖ほか, 1995)。もう一つの海洋-大気相

互作用と違う特徴のひとつに、地表面の不均一性の問題がある。

地表面熱収支が土地被覆毎に大きく異なることは数々の観測結果から知られている(Long *et al.*, 1964; Yamamoto and Kondo, 1964; McNaughton and Black, 1973)。一様な地表面での観測から境界層のMonin-

*東京大学生産技術研究所 〒106-8558 東京都港区六本木7-22-1 TEL 03-3402-6231
Musiake Laboratory, 5th Division, Institute of Industrial Science, University of Tokyo, 7-22-1, Tokyo 106, Japan

Obkhovの相似則が様々な土地被覆で観測的に検証されて、幾つかの普遍関数が提案されているが、不均一な領域でのフラックスがどのような機構で生じているかは、80年代後半になってようやく観測が始まった。不均一性に着目した観測実験として、Amazon Region Micrometeorology Experiment (Shuttleworth *et al.*, 1991)やFirst ISLSCP Field Experiment (Sellers *et al.*, 1992)、琵琶湖プロジェクト (砂田, 1993; 中北, 砂田, 1997)等が行なわれており、異なる地表面が存在することによって、その境界で生じる局地循環、即ち2次循環が境界層の発達に及ぼす影響 (Doran *et al.*, 1995)などが明らかにされたり、また、著者らが行なった地表面温度と土壌水分量の分布が領域蒸発量に与える影響の解析的な評価 (仲江川ほか, 1994; 仲江川ほか, 1995b)も、実際のデータを用いて検証されている (砂田ほか, 1997; 内藤ほか, 1997)。地表面の不均一性の影響については観測のみならず、2次循環が乱流フラックスの2倍に達すること (Avisar and Pielke, 1989)や、領域内で土壌水分が一樣ではなく分布している場合、領域平均フラックスに大きな影響を与えること (Chen and Avisar, 1994a; Chen and Avisar, 1994b)などが数値実験の側からも示されている。

流域スケールでは地表面は複数の土地被覆からなっているのが普通である。流域平均のフラックス算定を行なうには土地被覆毎にフラックスを算定することが適切であるが、広域の場合、領域内での土地被覆が多くなり過ぎ、分布型水循環モデルや大気循環モデルの陸面サブモデルでは実用の観点から必ずしもその様な計算を行なえなす訳ではなく、計算負荷を軽減するために、異なる地表面での過程を集約して扱う必要がある。水文モデルにおけるスケールに関連した問題についてはBloschl and Sivapalan (1995)が詳しい解説を行っており、その中で集約化は「分布値を領域平均値として集約すること」と定義されている。

集約化には大きく2つに分けることができる。一つは分布している単一物理量を、必要最小限のパラメータで適切に表現すること (分布を考慮した等価代表値の算出)であり、もう一つは複数の物理量から算定される物理量を、分布を考慮した等価代表値と必要最小限の複雑さで適切に表現すること (集約値の組み合わせによる領域平均物理量の算定)である。例えば地表面熱収支は気温、比湿、放射量などから算定されるが、これらの等価代表値 (代表例: 面積平均

値)と、最小限の地表面パラメータ分布情報から領域平均熱収支を表すことがこれに当たる。

集約値を組み合わせた物理量の算定を行なうには、分布を考慮した等価代表値の算出をまずしなければならない。この等価代表値は(1)外力の分布を平均値などで表現する (例えば降水) こと、(2)水文パラメータの分布を代表値などで表現する (例えば土地被覆) こと、(3)水文状態量の分布を代表値などで表現する (例えば土壌水分) ことの3つからなる。ここで言う等価代表値は必ずしも、1つの値で表されるものではなく、平均値や分散、時として他の物理量とのクロスモーメントも含まれる。つまり、上の3分類の等価代表値は相互依存した形で求められることになる。このような形で求められた等価代表値を組み合わせることにより、フラックスを始めとする、領域平均物理量を算定することができる。

古くから行なわれている例は降水である。流域平均降水量を求めることは、計られた降水量分布から平均降水量を求めることと言い換えることができ、ある物理量を同一の物理量へと集約化するもので、Thiessen法 (Thiessen, 1911)、Kriging法 (Chua and Bras, 1982)など数多くの有用な集約化手法が提案されている。これは概念流出モデルに平均降雨が必要なため考え出されたものである。

ところが、水文・水資源工学の分野では計測された物理量から異なる物理量を求めること、例えば降水強度と初期土壌水分量、土壌特性等を既知として浸透量、表面流出を求めること等、が非常に多い。

様々な物理量に基づいて算定される水・熱フラックスといった物理量の領域平均値を求める場合には、地表面水文パラメータが一樣であるとみなせる各土地被覆毎に物理量を算定してしまえば、後は降水の場合と同様に、同一の物理量の集約化に帰着することができる。前にも述べたように、一樣とみなせる各土地被覆毎の物理量を算定することは広域を対象とした分布型水循環モデルや大気循環モデルの陸面サブモデルなどでは実用上非常に困難と言える。そこで各土地被覆毎にフラックスを求めてから集約化するのではなく、直接領域平均フラックスを算定できるような集約化手法が必要となってくる。複数の物理量から算定される物理量の集約化手法として、各土地被覆毎にフラックスを算定し、領域積分することから出発する手法と、一樣な物理特性の場成り立つ算定式に領域平均を適切に代表する状態量を適用する手法がある。

前者の手法では、時間積分における各時間ステップでしなければならない積分を如何に回避するかがポイントであり、物理量の分布に統計的分布を採用し、領域平均フラックスの解析解を求めること、あるいは物理量の分布モーメントを用いて領域平均フラックスを算定することを考えなければならない(Band, 1991)。解析解の例として、土壌水分分布を Γ 分布と仮定して、領域平均の表面流出、蒸発散を解析的に求めたものがあり(Entekhabi and Eagleson, 1989)、モーメント法の例として、平均値回りにTaylor展開をした式の領域平均を取って領域平均量をモーメントで記述し、穀物生産量(Bresler and Dagan, 1988a; Bresler and Dagan, 1988b)や浸透量(Chen *et al.*, 1994a; Chen *et al.*, 1994b; 仲江川ほか, 1995a; Nakaegawa *et al.*, 1996)、実蒸発量(仲江川ほか, 1994; 仲江川ほか, 1995b)を算定しているものがある。

後者の手法では一様な領域で成り立つ方程式系が不均一な領域でも成り立つのか、その場合与えられたサブグリッドスケールの物理量分布から領域全体のパラメータはどのようにして算定されるのか(Bloschl and Sivapalan, 1995)という2つの問題に回答しなければならないが、明確な答えは未だ見られない。この例としては数値実験の結果からスケールアップ時の粗度を算定したものがある(Blyth *et al.*, 1993)。

以上は基本的に全ての分布が既知の場合であったが、数値モデル内では、通常状態量の分布は既知ではない。大気の大循環モデルや挟領域モデルには大気と地表面の相互作用を考慮した陸面モデルが組み込まれており、各物理過程は一様な領域で成り立つ式が使われている。数値モデル内で予報・算定される状態量とフラックスはグリッドの等価代表値であり、グリッド内の状態量やフラックス分布の情報は、等価代表値の中に含まれてしまっており、サブグリッドスケールの分布を取り出すことはできない。つまりサブグリッドスケールでの状態量の分散などを予報する式を解かない限り、物理量分布をモデルに取り込めるのは時間変化しない地表面パラメータだけなのである。この点が分布した状態量の観測値からフラックスを求める場合と大きく異なる点であり、陸面モデルに対して地表面パラメータをいかに与えるかが集約化手法の要となるのである。現在の所、この問題を意識した集約化手法の研究は殆んど見られない。

地表面熱収支の集約化に関する研究は、いずれもサブグリッド間の移流が地表面フラックスに与える

影響は小さいという仮定のもとに行なわれている。これはサブグリッド内での土地被覆の配置は影響しないと言い換えることができ、陸域水収支ならびにフラックスの算定をする場合に、パラメータの位置情報を捨てた確率密度関数さえ与えられればよいような領域の閾値として定義されるRepresentative Element Area (REA)の概念と密接な関係を持つ(Wood *et al.*, 1988)。先に述べたように、現在用いられている大気モデルの中では一様な領域で成り立つ式が使われているため、複数の物理量から算定される物理量の集約化としてはいかに適切なパラメータを与えるかが鍵となる。これには、最大の面積率を持つ土地被覆の地表面パラメータを与えるもの(最大面積土地被覆代表法)、地表面パラメータの面積平均を与えるもの(パラメータ平均法)、等価代表値から集約化されたフラックス等を算定できる実効パラメータを求めるもの(実効パラメータ法)などがある。

上記の各集約化手法は集約化パラメータを求める際に、土地被覆分類と一対一に対応する地表面パラメータを基に議論されている。しかしこれまでのところ土地被覆分類をどの程度細かく分類すべきかについて検討されていないし、また同一土地被覆内のパラメータの分布が地表面熱収支に与える影響についても検討がなされていない。更に、今までの集約化手法は集約化した際の誤差についてはまったく議論されていなかった。

そこで本研究では、まず領域平均フラックスを算定する新たな手法を導出し、それを基に集約化に伴う誤差を定量化することのできる集約化規範を提案する。ここでは、物理量の分布モーメントを用いて領域平均フラックスを算定する手法を採用し、また、数値モデルへの導入が可能なよう、取り出すことのできないサブグリッドスケールでの状態量分布を考慮した定式化を行なう。この集約化規範から、解析的に、同一土地被覆内でのパラメータ分布が地表面熱収支に与える影響を調べ、更に複数の土地被覆からなる領域について、既存の集約化手法と提案した集約化手法を比較し、地表面熱収支の集約化とそれに伴う誤差について検討を行なう。

本論文は2部構成で、まずこの第I部では、熱収支線形モデルを基に、サブグリッドスケールの状態量および地表面パラメータの分布を分散およびクロスモーメントで表現したモーメント法によるグリッドスケールの平均フラックス算定手法を導出する。また、集約化に伴う誤差を考慮した集約化規範を提

案し、最後に集約化する際のクラス分析の適用について述べる。

II. 領域平均熱フラックス算定式と集約化規範の導出

以下ではサブグリッドスケールでの物理量分布を考慮した領域平均熱フラックス算定式を解析的に導出する。但し、気象側条件は一定で地表面パラメータだけが分布しているものとする。

ここで導かれる算定式は真値を算定する訳ではなく、領域平均の近似値を与えるものである。算定領域の土地被覆構成によっては、この集約化に伴い非常に大きな誤差を含むことも考えられるので、算定式と共に誤差を検討する必要がある。誤差評価の指標としては、地表面温度などの状態量も考えられるが、地表面と大気との相互作用を考えると、フラックスが重要と考えられるので顕熱・潜熱に対する誤差を評価指標とする。ここでは現状の大気大循環モデルの精度から考えて日平均フラックスの集約化のみを扱うが、時間変化フラックスについてもまったく同様の議論を行なうことができる(仲江川, 1996)。

1. 地表面熱収支線形化モデル

導出に当たっては解析的に地表面熱収支を求めることができ、大気と地表面との相互作用過程を含んだ地表面熱収支線形モデルを用いる。このモデルは地表面熱収支の日変化をフーリエ級数で表すもので、地表面パラメータであるアルベド(α)、バルク係数(C_H)、蒸発効率(β)、地面の熱物理係数と、大気側条件である下向き短波・長波($S \cdot L$)、気温・湿度($T \cdot q$)、風速(u)をフーリエ級数で表したものとを入力値として与えて、地表面温度(T_s)、各種地表面フラックスの日変化をフーリエ級数で表示するものである(近藤, 1993; Kimura and Shimizu, 1994; Matsushima and Kondo, 1995)。

地表面下では地中熱伝導方程式が成り立つものとし、ここでは簡単のため植生などの土地被覆でも地中熱伝導方程式が成り立ち、地温が変化するものとする。今、簡単のために地表面パラメータと風速は日変化せず、また地中への熱フラックスは日平均では正味の出入りはないものとする。地表面フラックスの算定には地表面飽和比湿と地表面からの長波放射量が必要となるが、これらの項には地表面温度の項が含まれるので、この2つを気温を用いて線形化表現している。各周波数毎に熱収支計算を行ない、

その和として顕熱(H)、潜熱(IE)フラックスを次のように表すことができる。

$$H = \sum_{i=0}^n H_i \cos(\omega_i t - \theta_i) \quad (1)$$

$$IE = \sum_{i=0}^n IE_i \cos(\omega_i t - \phi_i) \quad (2)$$

ここに、 H_i , IE_i は顕熱、潜熱の振幅、 ω_i は角速度、 θ_i , ϕ_i は顕熱、潜熱の位相を表し、添字 i は波数、 n はFourier級数の項数を表している。波数0、即ち日平均(添字 M)の熱収支式を解くと日平均顕熱と潜熱は

$$H_M = c_p \rho_a C_H u (T_{s,M} - T_M) = c_p \rho_a C_H u \delta T_M \quad (3)$$

$$IE_M = l \rho_a \beta C_E u \{ (q_s^*(T_M) - q_a) + \Delta \delta T_M \} = \kappa + (\mu - \xi) \delta T_M \quad (4)$$

$$\delta T_M = T_{s,M} - T_M = \frac{R_M - \sigma T_M^4 - \kappa}{\mu} \quad (5)$$

$$R_M = (1 - \alpha) S^{\downarrow} + L^{\downarrow} \quad (6)$$

と表される。ここで、 δT_M は大気と地表面の日平均温度差、 c_p は大気の定圧比熱、 l は水の気化潜熱、 ρ_a は空気密度、 σ はStefan-Boltzman定数、 C_H はバルク係数、 α はアルベド、 β は蒸発効率、 q_s^* は地表面温度に対する飽和比湿、 Δ は飽和蒸気圧曲線の勾配、 R_M は下向きの有効放射量、 $S^{\downarrow}$ は下向き短波放射量、 $L^{\downarrow}$ は下向き長波放射量である。 κ , μ , ξ はそれぞれ、

$$\kappa = l \rho_a \beta C_E u \{ q_s^*(T_M) - q_a \} \quad (7)$$

$$\mu = c_p \rho_a C_H u + l \rho_a \beta C_E u \Delta + 4 \sigma T_M^3 \quad (8)$$

$$\xi = c_p \rho_a C_H u + 4 \sigma T_M^3 \quad (9)$$

である。以上が線形化モデルにおけるフラックス表現で、地表面パラメータ(C_H , α , および β)と大気条件(δT_M , R_M , u , および q_a)で潜熱、顕熱を表すことができた。なお、 α の分布がフラックス算定に直接及ぼす影響は線形であるので(仲江川, 1996)、その分布についての検討は以下では行なわない。

2. バルク係数だけが分布している場合

まず簡単のためにバルク係数だけが分布している場合について考える。領域での平均値を $\overline{C_H}$ とすると、領域内の任意の地点での値は $C_H = \overline{C_H} + C_H'$ と書き表すことができる。ここで C_H' は平均からの偏差を表している。今、大気の状態は領域内で一定とし、地表面温度と気温の日平均温度差、式(5)を3次の項までTaylor展開すると、

$$\begin{aligned}\delta T_M &= \frac{R_M - \sigma T_M^4 - \nu\beta(\overline{C_H} + C_H')}{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau\beta)(\overline{C_H} + C_H')} \\ &= \frac{(R_M - \sigma T_M^4 - \nu\beta\overline{C_H}) - \nu\beta C_H'}{\{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau\beta)\overline{C_H}\} + (\nu + \tau\beta)C_H'} \\ &= -\frac{\nu\beta}{\nu + \tau\beta} \\ &\quad + \left(\frac{R_M - \sigma T_M^4 - \nu\beta\overline{C_H}}{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau\beta)\overline{C_H}} + \frac{\nu\beta}{\nu + \tau\beta} \right) \\ &\quad \times \left\{ 1 - \frac{\nu + \tau\beta}{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau\beta)\overline{C_H}} C_H' \right. \\ &\quad + \left(\frac{\nu + \tau\beta}{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau\beta)\overline{C_H}} \right)^2 C_H'^2 \\ &\quad + \left(\frac{\nu + \tau\beta}{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau\beta)\overline{C_H}} \right)^3 C_H'^3 \\ &\quad \left. + O(C_H'^3) \right\} \\ &\approx \Lambda_{C_H} + \Psi_{C_H} (1 - \Gamma_{C_H} C_H' + \Gamma_{C_H}^2 C_H'^2 \\ &\quad - \Gamma_{C_H}^3 C_H'^3) \quad (10)\end{aligned}$$

となる。ここで、 ν , τ , ν はそれぞれ

$$\nu = c_p \rho_a u \quad (11)$$

$$\tau = l \rho_a u \Delta \quad (12)$$

$$\nu = l \rho_a u \{q_{sat}(T_M) - q\} \quad (13)$$

である。また Taylor 展開した式では

$$\Lambda_{C_H} = -\frac{\varepsilon\beta}{\nu + \tau\beta} \quad (14)$$

$$\Psi_{C_H} = \frac{R_M - \sigma T_M^4 - \nu\beta\overline{C_H}}{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau\beta)\overline{C_H}} + \frac{\nu\beta}{\nu + \tau\beta} \quad (15)$$

$$\Gamma_{C_H} = \frac{\nu + \tau\beta}{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau\beta)\overline{C_H}} \quad (16)$$

と置き換えている。

顕熱の日平均を表す式(3)に式(10)を代入すると、

$$\begin{aligned}\frac{H_M}{\nu} &= (\overline{C_H} + C_H') \delta T_M \\ &\approx (\overline{C_H} + C_H') \\ &\quad \times \{ \Lambda_{C_H} + \Psi_{C_H} (1 - \Gamma_{C_H} C_H' + \Gamma_{C_H}^2 C_H'^2 \\ &\quad - \Gamma_{C_H}^3 C_H'^3) \} \\ &= \Lambda_{C_H} \overline{C_H} + \Psi_{C_H} \overline{C_H} - \Psi_{C_H} \Gamma_{C_H} \overline{C_H} C_H' \\ &\quad + \Psi_{C_H} \Gamma_{C_H}^2 \overline{C_H} C_H'^2 - \Psi_{C_H} \Gamma_{C_H}^3 \overline{C_H} C_H'^3 \\ &\quad + \Lambda_{C_H} C_H' + \Psi_{C_H} C_H' - \Psi_{C_H} \Gamma_{C_H} C_H'^2 \\ &\quad + \Psi_{C_H} \Gamma_{C_H}^2 C_H'^3 - \Psi_{C_H} \Gamma_{C_H}^3 C_H'^4 \quad (17)\end{aligned}$$

となる。潜熱についても全く同様にして、

$$\begin{aligned}\frac{LE_M}{\tau\beta} &= (\overline{C_H} + C_H') \left[\frac{q_s(T_M) - q}{\Delta} + \delta T_M \right] \\ &\approx \left[\frac{q_s(T_M) - q}{\Delta} + (\Lambda_{C_H} + \Psi_{C_H}) \right] \overline{C_H}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}& - \Psi_{C_H} \Gamma_{C_H} \overline{C_H} C_H' + \Psi_{C_H} \Gamma_{C_H}^2 \overline{C_H} C_H'^2 \\ & - \Psi_{C_H} \Gamma_{C_H}^3 \overline{C_H} C_H'^3 \\ & + \left[\frac{q_s(T_M) - q}{\Delta} + (\Lambda_{C_H} + \Psi_{C_H}) \right] C_H' \\ & - \Psi_{C_H} \Gamma_{C_H} C_H'^2 + \Psi_{C_H} \Gamma_{C_H}^2 C_H'^3 \\ & - \Psi_{C_H} \Gamma_{C_H}^3 C_H'^4 \quad (18)\end{aligned}$$

となる。ここで領域平均を取り、更に 4 次以上の項は高次の項として無視すると、

$$\begin{aligned}\frac{H_M}{\nu} &\approx (\Lambda_{C_H} + \Psi_{C_H}) \overline{C_H} \\ &\quad + \Psi_{C_H} \Gamma_{C_H} (\Gamma_{C_H} \overline{C_H} - 1) \overline{C_H}^2 \\ &\quad - \Psi_{C_H} \Gamma_{C_H}^2 C_H (\Gamma_{C_H} \overline{C_H} - 1) \overline{C_H}^3 \quad (19)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{LE_M}{\tau\beta} &\approx \left[\frac{q_s(T_M) - q}{\Delta} + (\Lambda_{C_H} + \Psi_{C_H}) \right] \overline{C_H} \\ &\quad + \Psi_{C_H} \Gamma_{C_H} (\Gamma_{C_H} \overline{C_H} - 1) \overline{C_H}^2 \\ &\quad - \Psi_{C_H} \Gamma_{C_H}^2 C_H (\Gamma_{C_H} \overline{C_H} - 1) \overline{C_H}^3 \quad (20)\end{aligned}$$

となり、バルク係数だけが分布している場合の 3 次まで近似したモーメント法による領域平均フラックス算定式が求まる。これを 3 次のモーメント法と呼び、上式で 3 次の項を落したものを 2 次のモーメント法と呼ぶ。この両式の右辺第 1 項はパラメータ平均法で計算される領域平均フラックスであり、第 2, 3 項はバルク係数が分布している影響を表すモーメント項である。

今、パラメータ平均法で領域平均フラックスを代表させることができるということは、2 次のモーメント(分散)項がある許容誤差より小さければ良く、同様に 2 次のモーメント法では 3 次のモーメント項が許容誤差より小さければ良い。顕熱、潜熱に対する集約化誤差を各々 δH_M , δLE_M と表すと、バルク係数の許容範囲は、パラメータ平均法に対しては、

$$\overline{C_H}^2 < \frac{1}{|\Psi_{C_H} \Gamma_{C_H} (\Gamma_{C_H} \overline{C_H} - 1)|} \frac{\delta H_M}{\nu} \quad (21)$$

$$\overline{C_H}^2 < \frac{1}{|\Psi_{C_H} \Gamma_{C_H} (\Gamma_{C_H} \overline{C_H} - 1)|} \frac{\delta LE_M}{\tau\beta} \quad (22)$$

となり、パラメータ平均法で精度の良い領域平均が算定される規範は、分散がある値より小さければ良いことになる。またモーメント法に対しては、

$$|\overline{C_H}^3| < \frac{1}{|\Psi_{C_H} \Gamma_{C_H}^2 C_H (\Gamma_{C_H} \overline{C_H} - 1)|} \frac{\delta H_M}{\nu} \quad (23)$$

$$|\overline{C_H}^3| < \frac{1}{|\Psi_{C_H} \Gamma_{C_H}^2 C_H (\Gamma_{C_H} \overline{C_H} - 1)|} \frac{\delta LE_M}{\tau\beta} \quad (24)$$

となり、3 次モーメントがある値より小さければ良いことになる。

ここで、式(21)と式(22)の右辺の比を取り更に許容誤

差が等しい($\delta \overline{H_M} = \delta \overline{I_{E_M}}$)とすると、両式のうちより制約的な方が一意に定まる。両式の比 $\tau\beta/\nu = \beta\Delta/c_p$ が1より大きければ潜熱に対する許容範囲、式(22)の方がより厳しい制限となる。即ち、

$\beta\Delta < 0.401 \times 10^{-3}$ の時、式(21)が厳しい

$\beta\Delta \geq 0.401 \times 10^{-3}$ の時、式(22)が厳しい

で、 $\beta = 1$ とすると日平均気温がおよそ6℃以下の時、顕熱に対する条件式(21)の方が厳しく、それ以上の場合には潜熱に対する条件式(22)の方が厳しくなる。この値は式(23)と式(24)の右辺の比を取れば分かるように、パラメータ平均法、モーメント法いずれの方法でも同じである。

3. 蒸発効率分布している場合

次に地表面パラメータのうち蒸発効率 β だけが分布している場合を考える。式展開に関しては2.とほぼ同じで、蒸発効率の領域平均 $\bar{\beta}$ とそれからの偏差 β' で任意の地点での値を $\beta = \bar{\beta} + \beta'$ と表しておいて、式(5)をTaylor展開すると、

$$\begin{aligned} \delta T_M &= \frac{R_M - \sigma T_M^4 - \nu C_H (\bar{\beta} + \beta')}{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau) C_H (\bar{\beta} + \beta')} \\ &= \frac{(R_M - \sigma T_M^4 - \nu C_H \bar{\beta}) - \nu C_H \beta'}{\{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau) C_H\} + (\nu + \tau) C_H \beta'} \\ &\approx -\frac{\nu}{\tau} + \left(\frac{R_M - \sigma T_M^4 - \nu C_H \bar{\beta}}{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau) C_H} + \frac{\nu}{\tau} \right) \\ &\quad \times \left\{ 1 - \frac{\tau C_H}{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau) C_H} \beta' \right. \\ &\quad + \left(\frac{\tau C_H}{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau) C_H} \right)^2 \beta'^2 \\ &\quad - \left(\frac{\tau C_H}{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau) C_H} \right)^3 \beta'^3 \\ &\quad \left. + O(\beta'^4) \right\} \\ &\approx \Lambda_\beta \\ &\quad + \Psi_\beta (1 - \Gamma_\beta \beta' + \Gamma_\beta^2 \beta'^2 - \Gamma_\beta^3 \beta'^3) \end{aligned} \quad (25)$$

となる。 Λ_β , Ψ_β , Γ_β は各々、

$$\Lambda_\beta = -\frac{\nu}{\tau} \quad (26)$$

$$\Psi_\beta = \left(\frac{R_M - \sigma T_M^4 - \nu C_H \bar{\beta}}{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau) C_H} + \frac{\nu}{\tau} \right) \quad (27)$$

$$\Gamma_\beta = \frac{\tau C_H}{4\sigma T_M^3 + (\nu + \tau) C_H} \quad (28)$$

である。顕熱と潜熱のバルク式(1)、式(2)に式(25)を代入すると、

$$\begin{aligned} \frac{H_M}{\nu C_H} &= \delta T_M \\ &\approx \Lambda_\beta + \Psi_\beta (1 - \Gamma_\beta \beta' + \Gamma_\beta^2 \beta'^2 \\ &\quad - \Gamma_\beta^3 \beta'^3) \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \frac{I_{E_M}}{\tau C_H} &= (\bar{\beta} + \beta') \left\{ \frac{q_s(T_M) - q}{\Delta} + \delta T_M \right\} \\ &= \left\{ \frac{q_s(T_M) - q}{\Delta} + \Lambda_\beta + \Psi_\beta \right\} \bar{\beta} \\ &\quad - \Psi_\beta \Gamma_\beta \bar{\beta} \beta' + \Psi_\beta \Gamma_\beta^2 \bar{\beta} \beta'^2 \\ &\quad - \Psi_\beta \Gamma_\beta^3 \bar{\beta} \beta'^3 \\ &\quad + \left\{ \frac{q_s(T_M) - q}{\Delta} + \Lambda_\beta + \Psi_\beta \right\} \beta' \\ &\quad - \Psi_\beta \Gamma_\beta \beta'^2 + \Psi_\beta \Gamma_\beta^2 \beta'^3 \\ &\quad - \Psi_\beta \Gamma_\beta^3 \beta'^4 \end{aligned} \quad (30)$$

となる。この両式の4次以上の項を無視し、領域平均を取れば領域平均フラックスは次のように表される。

$$\frac{\overline{H_M}}{\nu C_H} = \Lambda_\beta + \Psi_\beta (1 - \Gamma_\beta^2 \bar{\beta}'^2 + \Gamma_\beta^3 \bar{\beta}'^3) \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \frac{\overline{I_{E_M}}}{\tau C_H} &= \left[\frac{q_s(T_M) - q}{\Delta} + \Lambda_\beta + \Psi_\beta \right] \bar{\beta} \\ &\quad + \Psi_\beta \Gamma_\beta (\bar{\beta} \bar{\beta}' - 1) \bar{\beta}'^2 \\ &\quad - \Psi_\beta \Gamma_\beta^2 (\bar{\beta} \bar{\beta}' - 1) \bar{\beta}'^3 \end{aligned} \quad (32)$$

これが蒸発効率だけが分布している場合の3次のモーメント法による領域平均フラックス算定式である。上式中の右辺第1項はパラメータ平均法によって求められる領域平均フラックスであり、2次のモーメント法では2次の項までを扱うので、3次の項は無視される。

ここでパラメータ平均法で集約化が精度良く行なわれる規範は、許容誤差を各々 $\delta \overline{H_M}$, $\delta \overline{I_{E_M}}$ とすると、バルク係数の時と同様に、蒸発効率の分散に対して、

$$\bar{\beta}'^2 < \frac{1}{|\Psi_\beta| \Gamma_\beta^2 \nu C_H} \frac{\delta \overline{H_M}}{\nu C_H} \quad (33)$$

$$\bar{\beta}'^2 < \frac{1}{|\Psi_\beta \Gamma_\beta (\bar{\beta} \bar{\beta}' - 1)| \tau C_H} \frac{\delta \overline{I_{E_M}}}{\tau C_H} \quad (34)$$

と表すことができる。また2次のモーメント法による集約化規範は

$$|\bar{\beta}'^3| < \frac{1}{|\Psi_\beta| \Gamma_\beta^3 \nu C_H} \frac{\delta \overline{H_M}}{\nu C_H} \quad (35)$$

$$|\bar{\beta}'^3| < \frac{1}{|\Psi_\beta \Gamma_\beta^2 (\bar{\beta} \bar{\beta}' - 1)| \tau C_H} \frac{\delta \overline{I_{E_M}}}{\tau C_H} \quad (36)$$

と表すことができる。

2.で行なったように、式(33)と式(34)のうちどちらが厳しい条件かを見るために、 $\delta \overline{H_M} = \delta \overline{I_{E_M}}$ として、

式(33)を式(34)で割ると

$$\frac{\delta H_M}{\nu C_H |\Psi_\beta| T_\beta^2} \frac{\tau C_H |\Psi_\beta T_\beta (T_\beta \bar{\beta} - 1)|}{\delta E_M} = \frac{\tau |T_\beta \bar{\beta} - 1|}{\nu T_\beta} \quad (37)$$

のようになる。潜熱に対する条件式(34)の方が厳しい場合、上式は1より大きくなるが、実際、式(37)を変形すると

$$\text{式(37)} = 1 + \frac{4\sigma T_M^3}{\nu C_H} > 1$$

となって、常に潜熱に対する集約化規範の方が厳しいことが分かる。これは2次のモーメント法についても同様である。

4. 3つの地表面パラメータが分布している場合
複数の地表面パラメータが分布している場合についても1つのパラメータだけが分布している場合と同様にして、モーメント法による領域平均フラックス算定式を導くことができる。Taylor展開近似をすると、式(5)は形式的に

$$\delta T_M = G_0 + G_1 C_H' + G_2 C_H'^2 + G_3 \beta' + G_4 \beta'^2 + G_5 \beta' C_H' + G_6 \alpha' + G_7 \alpha' \beta' + G_8 \alpha \beta'^2 + G_9 \alpha' C_H'^2 + G_{10} \alpha' \beta' C_H' \quad (38)$$

と表すことができる。ここで G_i はモーメント項の係数で、大気条件と領域平均パラメータで表される。これを式(3)と式(4)に代入し、高次の項は無視し、領域平均を取ると、領域平均フラックスは、

$$\frac{\overline{H_M}}{\nu} = H_0 + H_{C_H} \overline{C_H'^2} + H_{\beta} \overline{\beta'^2} + H_{C_H \beta} \overline{C_H' \beta'} + H_{\alpha C_H} \overline{\alpha' C_H'} + H_{\alpha \beta} \overline{\alpha' \beta'} + H_{\alpha C_H^2} \overline{\alpha' C_H'^2} + H_{\alpha \beta^2} \overline{\alpha' \beta'^2} + H_{\alpha \beta' C_H} \overline{\alpha' \beta' C_H'} \quad (39)$$

$$\frac{\overline{E_M}}{\tau} = E_0 + E_{C_H} \overline{C_H'^2} + E_{\beta} \overline{\beta'^2} + E_{C_H \beta} \overline{C_H' \beta'} + E_{\alpha C_H} \overline{\alpha' C_H'} + E_{\alpha \beta} \overline{\alpha' \beta'} + E_{\alpha C_H^2} \overline{\alpha' C_H'^2} + E_{\alpha \beta^2} \overline{\alpha' \beta'^2} + E_{\alpha \beta' C_H} \overline{\alpha' \beta' C_H'} \quad (40)$$

のようになって、日平均潜熱と顕熱は地表面パラメータの分散やクロスモーメントの和として、近似することができる。ここで H と E は各パラメータのモーメントに対する係数である。この両式の右辺第1項は領域平均パラメータ法によって求められるフラックスに等しい。

式(39)と式(40)の近似精度が充分高ければ、モーメント項の和が許容されるフラックスの算定誤差よりも小さい場合に領域平均パラメータ法で、対象領域を

集約化することができることになる。これを式で表すと、顕熱、潜熱に対する許容誤差を再び δH_M 、 δE_M とすれば、

$$\frac{\delta H_M}{\nu} > H_{C_H} \overline{C_H'^2} + H_{\beta} \overline{\beta'^2} + H_{C_H \beta} \overline{C_H' \beta'} + H_{\alpha C_H} \overline{\alpha' C_H'} + H_{\alpha \beta} \overline{\alpha' \beta'} + H_{\alpha C_H^2} \overline{\alpha' C_H'^2} + H_{\alpha \beta^2} \overline{\alpha' \beta'^2} + H_{\alpha \beta' C_H} \overline{\alpha' \beta' C_H'} \quad (41)$$

$$\frac{\delta E_M}{\tau} > E_{C_H} \overline{C_H'^2} + E_{\beta} \overline{\beta'^2} + E_{C_H \beta} \overline{C_H' \beta'} + E_{\alpha C_H} \overline{\alpha' C_H'} + E_{\alpha \beta} \overline{\alpha' \beta'} + E_{\alpha C_H^2} \overline{\alpha' C_H'^2} + E_{\alpha \beta^2} \overline{\alpha' \beta'^2} + E_{\alpha \beta' C_H} \overline{\alpha' \beta' C_H'} \quad (42)$$

となる。2次のモーメント法に対する集約化規範は3次のモーメント項の和が許容誤差より小さいと言う条件式になり、式(41)と式(42)で、2次の項を落したものとなる。

5. 一般化された集約化規範とクラスター分析

これまで述べた集約化規範はモーメント法にしる、パラメータ平均法にしる、モーメント項の和が許容誤差より小さいと言う条件式となっている。この式の導出に当たっては各パラメータの平均値からの偏差が小さいと言う仮定のもとに導出したので、同一土地被覆内でパラメータが分布している場合の領域平均フラックスの算定や集約化規範の適用には良いが、異なる土地被覆ではその偏差は非常に大きくなり得るので、上記の仮定は成り立たなくなる可能性がある。つまり領域平均フラックスの算定式は近似式として使えるけれども、高次のモーメント項が無視できるほど小さくならないので、上で示したモーメント項で表される集約化規範は適用できなくなる。

こうした場合、各土地被覆毎に計算されたフラックスの面積平均として求められる領域平均フラックス(真値) $\overline{\text{Flux}}$ と集約化手法を用いて求められるフラックス(近似値) Flux_A の差、即ち

$$|\text{Flux}_A - \overline{\text{Flux}}| \quad (43)$$

を集約化規範とするのが良い。この式は、式(41)と式(42)で、無限の高次モーメントまで考えた場合に相当し、逆に両式はこの式を3次の項までで近似し、単純化したものと言える。

複数の土地被覆で構成される領域の集約化では、集約化によって生じる誤差が小さいもの同士を順番に集約化することになる。この考え方は集約化によって生じる誤差を非類似度としたクラスタ分析に他ならない。特に平均化法では集約化規範が分散で

表されるが、これはクラスター分析におけるWardの方法とまったく同じものとなる。従って、地表面熱収支の集約化に当たって、クラスター分析のアルゴリズムや知見をそのまま用いることができる。

Ⅲ. まとめ

2部構成の第Ⅰ部である本論文では、モーメント法による領域平均フラックス算定式を導出した。導出された式はパラメータ平均法によって算定されるフラックスに、地表面パラメータの分散並びにクロスモーメント項を加えて、パラメータ分布の影響を考慮している。

この式から1つのパラメータだけが分布している場合に、パラメータ平均法並びにモーメント法を用いて許容誤差範囲内で集約化可能なパラメータ分布をモーメントに対する許容範囲として表せることを示した。また顕熱と潜熱に対する許容誤差範囲を比較すると、バルク係数だけ、或は蒸発効率だけが分布している場合、通常、両方共潜熱に対する規範の方が厳しいので、パラメータ分散の潜熱に対する許容範囲を調べれば良いことが明らかになった。

さらに、複数のパラメータが分布している場合のモーメント法による領域平均フラックスの算定式を導き、顕熱、潜熱に対する集約化規範を導いた。

最後に、一般化された集約化規範を示し、集約化規範はクラスター分析の考え方と全く同じで、集約化にはクラスター分析の手法を用いることができることを示した。

自然科学におけるモデルとは自然現象の近似であり、その利用目的に応じた範囲内の誤差は許容することによって簡略な定式化を行なうものである。従って、複数の物理量から算定される物理量の集約化というモデル化に伴う誤差を明らかにして合理的に土地被覆の集約を行なうというここで示した手法は、今後の集約化手法研究のみならず、広くモデル化研究に役立つものと期待する。

第Ⅱ部(仲江川ほか, 1998)ではここで導いた領域平均算定式や集約化に対する規範式を用いて、地表面熱収支の集約化について解析的に検討を加える。

謝辞：本研究は文部省科学研究費奨励研究(A)「複数の土地被覆からなる領域の地表面熱収支の集約化に関する研究」および日本学術振興会未来開拓研究推進事業「環境負荷の影響評価と軽減」(代表：虫明功臣)の成果の一部である。ここに記して謝意を表し

ます。

参考文献

- Avisar, R. and R. Pielke (1989): A parameterization of Heterogeneous Land Surface for Atmospheric Numerical Models and Its Impact on Regional Meteorology. *Mon. Wea. Rev.*, 117, pp. 2113-2136.
- Band, L. E. (1991): Distributed Parameterization of Complex Terrain. *Survey in Geophys.*, 12, pp. 249-270.
- Bloschl, G. and M. Sivapalan (1995): Scale Issues in Hydrological Modelling: A Review. in Kalma, J. D. and M. Sivapalan eds., *Scale Issues in Hydrological Modelling*, Wiley, pp. 9-48.
- Blyth, E. M., A. J. Dolman and N. Wood (1993): Effective Resistance of Sensible and Latent-heat flux in heterogeneous terrain. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 119, pp. 423-442.
- Bresler, E. and G. Dagan (1988a): Variability of Yield of an Irrigated Crop and its Causes, 1, Statement of the Problem and Methodology. *Wat. Resour. Resear.*, 24, pp. 381-388.
- Bresler, E. and G. Dagan (1988b): Variability of Yield of an Irrigated Crop and its Causes, 2, Input Data and Illustration of Results. *Wat. Resour. Resear.*, 24, pp. 389-349.
- Chen, F. and R. Avissar (1994a): Impact of Land-Surface Moisture Variability on Local Shallow Convective Cumulus and Precipitation in Large-Scale Models. *Journal of Applied Meteorology*, 33, pp. 1382-1401.
- Chen, F. and R. Avissar (1994b): The Impact of Land-Surface Wetness Heterogeneity on Mesoscale Heat Fluxes. *Journal of Applied Meteorology*, 33, pp. 1323-1394.
- Chen, Z., R. S. Govindaraju and M. L. Kavvas (1994a): Spatial averaging of unsaturated flow equations under infiltration conditions over areally heterogeneous fields1. Development of models. *Wat. Resour. Resear.*, 30, pp. 523-534.
- Chen, Z., R. S. Govindaraju and M. L. Kavvas (1994b): Spatial averaging of unsaturated flow equations under infiltration conditions over areally heterogeneous fields2. Numerical Simulation. *Wat. Resour. Resear.*, 30, pp. 535-548.

- Chua, S. H. and R. L. Bras (1982) : Optimal Estimators of Mean Area Precipitation in Regions of Orographic Influence. *J. Hydrol.*, **57**, pp. 23-48.
- Doran, J. C., W. J. Shaw and J. M. Hubbe (1995) : Boundary Layer Characteristics over Areas of Inhomogeneous Surface Fluxes. *J. Appl. Meteorol.*, **34**, pp. 559-571.
- Entekhabi, D. and P. Eagleson (1989) : Land Surface Hydrology Parameterization for Atmospheric General Circulation Models Including Subgrid Scale Spatial Variability. *Journal of Climate*, **2**, pp. 816-831.
- Kimura, F. and Y. Shimizu (1994) : Estimation of Sensible and Latent Heat Fluxes from Soil Surface Temperature Using a Linear Air-Land Heat Transfer Model. *J. Appl. Meteorol.*, **33**, pp. 477-489.
- 近藤純正(1993) : 表層土壌水分予測用の簡単な新バケツモデル. *水文・水資源学会誌*, **6**, pp. 344-349.
- Long, I. F., J. L. Montheith, H. L. Penman and G. Szeicz (1964) : The Plant and its environment. *Meteorol Rundsch.*, **17**, pp. 97-101.
- Matsushima, D. and J. Kondo (1995) : An Estimation of the Bulk Transfer Coefficients for a Bare Soil Surface Using a Linear Model. *J. Appl. Meteorol.*, **34**, pp. 927-940.
- McNaughton, K. and T. A. Black (1973) : A study of evapotranspiration from a Douglas fir forest using the energy balance method approach. *Wat. Resour. Resear.*, **9**, pp. 1579-1590.
- 内藤ゆう子・砂田憲吾・坂本国秀(1997) : 水稻灌漑田における蒸発散量の空間分布推定について. *土木学会第52回年次学術講演会講演概要集*, 第52巻, pp. 348-349.
- Nakaegawa, T., T. Oki and K. Musiake (1996) : Development of Regionally Averaged Richard's equation and its Application to the Infiltration. in *Proc. of the Int. Conf. on Water Resour. & Environ. Res.*, Vol. I, pp. 285-292, Water Resource Research Center, Kyoto University.
- 仲江川敏之(1996) : 多様な地表面における物理量分布を考慮した水文モデルに関する研究. PhD thesis, 東京大学.
- 仲江川敏之・沖 大幹・虫明功臣(1994) : サブグリッドスケールの物理量分布を考慮したマクログリッド蒸発量の算定. *水工学論文集*, 第38巻, pp. 167-172.
- 仲江川敏之・沖 大幹・虫明功臣(1995a) : サブグリッドスケールの物理量分布が土壌の水-熱移動に与える影響について. *水工学論文集*, 第39巻, pp. 109-115.
- 仲江川敏之・沖 大幹・虫明功臣(1995b) : サブ領域の物理量分布を考慮した領域蒸発量の算定. *水文・水資源学会誌*, **8**, pp. 57-66.
- 仲江川敏之・沖 大幹・虫明功臣(1998) : 線形化モデルによる地表面熱フラックスの集約化Ⅱ : 不均一な領域における地表面熱フラックスの集約化. *水文・水資源学会誌*, **11**, pp. 210-220.
- 中北英一・砂田憲吾(1997) : 琵琶湖プロジェクト その歩みと現在 -. 第5回水資源に関するシンポジウム, 第5巻, pp. 689-694.
- 沖 大幹・虫明功臣・松山洋・増田耕一(1995) : 大気大循環モデルによる大河川の流域水循環と水収支推定. *土木学会論文集*, 521/II-32, 13-27.
- Sellers, P. J., F. G. Hall, G. Asrar, D. E. Strebel and R. E. Murphy (1992) : An Overview of the First International Satellite Land Surface Climatology Project (ISLSCP) Field Experiment (FIFE). *J. Geophys. Res.*, **D17**, 18, pp. 345-18, p. 371.
- Shuttleworth, W. J., J. H. C. Gash, C. R. Lloyd, C. J. Moore and J. M. Roberts (1991) : Post-deforestation Amazonian climate: Anglo-Brazilian research to improve prediction. *J. Hydrol.*, **129**, pp. 71-85.
- 砂田憲吾(1993) : 琵琶湖プロジェクト試験観測の報告. *水文・水資源学会誌*, **6**, pp. 55-60.
- 砂田憲吾・内藤ゆう子・田中賢治(1997) : 裸地・灌漑水田における蒸発散量空間分布の推定. *水工学論文集*, **41**, pp. 55-60.
- Thiessen, A. H. (1911) : Precipitation Averages for Large Area. *Mon. Weather Rev.*, **38**, pp. 1082-1084.
- Wood, E. F., M. Sivapalan, K. J. Beven and L. Band (1988) : Effects of spatial variability and scale with implications to hydrologic modelling. *Journal of Hydrology*, **102**, pp. 29-47.
- Yamamoto, G. and J. Kondo (1964) : Evaporation from Towada Lake. *J. Meteorol. Soc. Japan*, **37**, pp. 60-70.

(受付: 1997年8月13日, 受理: 1997年12月26日)