河道網特性と貯留関数法に関する研究

館谷 清*・藤田睦博**

Study on the Relation of Storage-Discharge Model to Channel Network Characteristics

Kiyoshi Tateya* and Mutsuhiro Fujita**

Various types of the lumped runoff model have been treated for practical uses. For example, the so-called storage function model, i.e. the model based on storage-discharge relationship, has been widely accepted. The characteristics of the storage function model have been examined empirically in several of the actual watersheds. These have also been discussed theoretically with the help of the kinematic wave method on the mountainside.

However, in the channel regions, the discharge depends on the characteristics of the channel networks. This paper shows that parameters of the storage function model can be estimated by the characteristics of channel networks and the flow velocity.

Key words : Storage-Discharge Relationship, Channel Networks, Link-Magnitude

実用的な流出解析手法として集中定数系の流出モデルが用いられている。貯留関数法は、その代表的手法の一つである。これまで、貯留関数法に含まれるパラメータの評価法としてKinematic Wave法に基づく成果が発表されている。これらは何れも斜面流域を対象としている。本論文は、河道網における斜面流域からの流出量の集水過程をリンク〜マグニチュード方式に基づく河道網理論の立場から論じ、貯留関数法に含まれるパラメータ値と河道網特性の関係について考察したものである。

キーワード : 貯留関数, 河道ネットワーク, リンク〜マグニチュード

I. はじめに

流域は斜面と河道の2要素から構成されている。斜面は降雨量を流量に変換する場であり、河道は斜面からの流出量を合成、運搬する場である。流域の形状や輪郭が流出量に影響するということは、ごく早い時期にSherman¹⁾によって指摘されている。その後、Horton²⁾、Strahler³⁾らによって提案された河道位数化理論に基づく地形則が水文学の分野に導入された。例えば、分岐比の大小によって流出形態を分類する試みも提案されているが、定性的な段階にとどまっている⁴⁾。一方、我国においても石原、高樟ら⁵⁾によって河道配列構造に関する先駆的な研究がなされている。以上の研究は、河道の位数化理論に基づいているが、藤田^{6,7)}、岩佐、小林^{8,9)}らは、位数化理論では高位河道に低位の河道が合流しても位数に変化がなく、河道の合流にともなう連続関係の成立しない不合理性を指摘して、リンク〜マグニチュード理論の利用を提案している。

一方、貯留関数法は実流域における流出解析法の代表

的手法の一つである。これまで、貯留関数法に含まれるパラメータ値と流域特性を関連づけようとする試みがなされているが、斜面流域を対象とした解析が多い^{10,11)}。

本論文は河道網における集水過程に貯留関数法を適用した。すなわち、これまでに得られている河道網理論の成果に基づいて、貯留関数法に含まれる代表的なパラメータである貯留係数、遅れ時間などの評価を行なった。

II. リンク〜マグニチュード理論に基づく河道網特性^{6,7)}

河道網を形成する最大の営力は雨水の作用である。河道網形成の期間を考えるならば、相当広範囲の地域にわたって降雨量が等分布していると仮定できる。したがって、現在の河道網特性は、専ら流域の地形、地質および地被物(植生等も含む)等の諸要素の総合的な影響を反映しているものと考えられる。

リンク〜マグニチュード理論は、水源を有する河道を外部リンク、合流点間を結ぶ河道を内部リンクと区別するもので、河道網内に含まれる外部リンク数をマグニチュードと呼んでいる。左支川、右支川の区別をしないと、図-1に示すような河道網配列パターンを得る。()

* 北海道河川防災研究センター

** 北海道大学工学部

* Foundation of Hokkaido River Disaster Prevention Research Center

** Dept. of Civil Eng. Hokkaido University

の数値は各パターンの生起確率を示している。この生起確率は次のように得られる。河道網を形成する営力が流域全体にわたって等分布しているならば、河道が新しく発生する確立はどのリンクにおいても均一と考えられる。例えば、図-2ではマグニチュード3の河道網に新しく河道が発生して(破線の河道)マグニチュード4の河道網になる過程を説明している。5通りの組み合わせがあり、これを整理すると図の下段の河道網となり、確立 $4/5$ 、 $1/5$ を得る。マグニチュード N の河道網において (以後 $Z=N$ の河道網あるいは $Z=N$ の流域と呼ぶ) 異なる河道網パターン数 S_N は、次式で与えられる。

$$S_N = \begin{cases} \sum_{i=1}^{[N/2]} S_i S_{N-i} & (N \neq 2m) \\ \sum_{i=1}^{m-1} S_i S_{2m-i} + \frac{1}{2} S_m (1 + S_m) & (N = 2m) \end{cases} \quad (1)$$

[] : ガウス記号

図-1

実河道網において河道網の配列パターンを実測し、その頻度分布が図-1の生起確率分布に類似していると流域の地形、地質、地被物等の諸要素を総合した流域特性が流域全体にわたって均一であると判断される。しかしながら、 N の増大にともないパターン数は幾何級数的に増大し、実用的には図-1に示すような個々のパターンの生起確率を対象にするのではなく、図-3に示すように $Z=N$ の河道網の最下流の合流点において河道網を二つの河道網に分割し、それぞれ二つの河道網のマグニチュードが i 、 $N-i$ となるパターンの確率 $P(i, N)$ が重要となる。

$$P(i, N) = \frac{N}{2N-3}$$

$$P(1, N) = \frac{2(2i-3)! N! (N-2)! (2N-2i-2)!}{(i-2)! i! (N-i)! (2N-3)! (N-i-1)!} \quad 2 \leq i \leq [N/2], N \neq 2m \quad (2)$$

$$P(m, 2m) = \frac{8m}{(4m-2)!} \left\{ \frac{(2m-1)! (2m-3)!}{m! (m-2)!} \right\}_2$$

図-2

図-3

一方、図-4に示すように本流に合流する支流数は、図-1に示されているように各パターン毎に様々である。 $Z=N$ の河道網における平均支流数 $\bar{M}_N$ は次式により求まる。

$$\bar{M}_N = \sum_{i=1}^{[N/2]} P(i, N) (\bar{M}_{N-i} + 1) \quad (3)$$

$$\bar{M}_1 = \bar{M}_2 = 1, \bar{M}_3 = 2, N \geq 4$$

$$\bar{M}_1 = 0, \bar{M}_2 = 1, \bar{M}_3 = 2$$

ここでは、最下流の合流点からマグニチュードのより大きい河道を遡ることにより本流を定義している。図-4を参照すると本流長は $\bar{M}_N$ 個の内部リンクと1個の外部リンクより構成されている。内部リンク長、外部リンク長のそれぞれの平均値を $\bar{L}_{in}$, $\bar{L}_{ex}$ とすると平均本流長 $\bar{L}_M$ は次のようになる。

$$\bar{L}_M = \bar{L}_{ex} + \bar{M}_N \cdot \bar{L}_{in} \quad (4)$$

図-4

一方、 $Z=N$ の河道網は N 個の外部リンクと $(N-1)$ 個の内部リンクよりなっており、これら内部リンクに付随している平均流域面積を $\bar{A}_{in}$, $\bar{A}_{ex}$ と $Z=N$ の流域の総面積 A_t は、次式で与えられる。

$$A_t = (\bar{A}_{in} + \bar{A}_{ex}) N - \bar{A}_{in} \quad (5)$$

本流長と集水面積間の関係式として次のHackの式が知られている。

$$L_M = \alpha A_t \quad (6)$$

α は定数で、 β は多くの流域で0.5～0.6の値をとるとされている。Shreve¹²⁾は、Hack, LangbeinおよびLeopoldらの実測値を整理して図-5を示している。 β の値は中小流域($1 \sim 10^3 \text{ km}^2$)において0.6程度の値をとり、流域面積の増大($10^3 \sim 10^7 \text{ km}^2$)にともない β は0.5程度まで減少している。

一方、式(4), (5)において、 $\bar{L}_{in} = \bar{L}_{ex} = \bar{L}$, $\bar{A}_{in} = \bar{A}_{ex} = \bar{A}$ とすると、式(4), (5)より次式を得る。

$$\bar{L}_M = (1 + \bar{M}_N) \bar{L} \quad (7)$$

$$\bar{A}_t = (2N - 1) \bar{A} \quad (8)$$

となる。図-6は、 $\bar{L} = 1$, $\bar{A} = 1$ として A_t と $\bar{L}_M$ の関係をプロットしたものである。図-5の実測値の傾向を説明していることがわかる。

式(6)のHackの式として式(9)を用いる¹³⁾。

$$L_M = 1.273 A_t^{0.6} \quad (9)$$

L_M : 本流長 (km), A_t : 集水面積 (m^2)

$\bar{L}_M = L_M$ と仮定し、実流域における流域面積 A_t , マグニチュード N を実測するならば、式(8), (9)より $\bar{L}$, $\bar{A}$ を求めることができる。

$$\bar{L} = \frac{1.273 A_t^{0.6}}{(\bar{M}_N + 1)} = \frac{1.273 A_t^{0.6}}{(\bar{M}_N + 1)} \quad (10)$$

$$\bar{A} = \frac{A_t}{2N - 1} \quad (11)$$

図-5

図-6

表－1は、北海道内の留萌川、後利志別川、渚滑川を対象に地形図より実測した河道網の特性量と上述の河道網理論より得られた結果と比較したものである。同一の流域であっても地形図の縮尺が異なると河道網のマグニチュードも異なるので1/2.5万、1/5万地形図及び国土地理院で整備されている国土数値情報(KS-272, KS-273, 1/20万地形図相当)を用いて比較検討した。

地形図の河道は、平水時流水幅1.5m以上、図上長1cm(1/1万地形図)あるいは、図上長2cm(1/5万

地形図)以上の河道を対象としている。地形図上での測定にあたって、地形図に表示されている河道の上流端を水源の位置とした。地形図に示されている水線記号のみを河道と認めると $\bar{A}_{ex}$, $\bar{L}_{ex}$ の方が $\bar{A}_{in}$, $\bar{L}_{in}$ より大きく評価されることになる。表－1にもその傾向が認められる。しかし、後述するように以後の解析に最も重要な平均内部リンク長 $\bar{L}_{in}$ に関して、式(10)に推定値と実測値がよく一致していることがわかる。

表－1 河道網理論と実測値の比較

流 域 名	留 萌 川				後 志 利 別 川				渚 滑 川			
	国土数値情報		1/25,000地形図		国土数値情報		1/50,000地形図		国土数値情報		1/50,000地形図	
	実 測	河道網理論	実 測	河道網理論	実 測	河道網理論	実 測	河道網理論	実 測	河道網理論	実 測	河道網理論
流域面積(km ²)	268.7		276.2		705.2		714.7		1231.8		1229.2	
本流長(km)	42.8	36.5	34.2	37.1	75.2	65.1	73.2	65.7	71.1	91.0	84.7	90.9
本流に合流する支流数	11	8.4	24	23.1	22	16.7	32	36.1	24	21.5	53	48.6
$\bar{A}_{ex}$ (km ²)	13.7	10.0	2.3	2.1	14.0	9.2	2.3	2.5	12.6	10.5	2.8	2.5
$\bar{A}_{in}$ (km ²)	5.8		1.9		4.3		2.6		8.6		2.1	
$\bar{L}_{ex}$ (km)	8.6	3.9	1.9	1.5	10.4	3.7	1.7	1.8	7.8	3.8	2.0	1.6
$\bar{L}_{in}$ (km)	3.8		1.8		2.7		2.1		3.6		1.6	
マグニチュード	14		67		39		146		59		251	
平均河道長(km) L_{ME}	18.3	19.2	23.6	19.6	22.9	34.3	30.2	34.6	41.6	48.0	49.4	47.9

III. 河道網における集水過程

集水過程を考える場合、図－7に示すように河道網の末端から等しいリンク数だけ離れている小流域数を求めると便利である。ここで小流域は各リンクに付随している流域と定義している。図はマグニチュード4の河道網を対象にしており、リンクA, B, C, Dは河道網の末端よりそれぞれ4, 3, 2, 1個だけリンクを遡った位置にある。このようなリンク数は、対象とする河道網のマグニチュードあるいは図－1に示すように各河道網パターンによって様々である。C(N, J)をマグニチュードNの河道網において、河道網末端よりJ個だけリンクを遡った位置にある平均小流域数と定義すると、次式を得る。

図－7

$$C(N, J+1) = \sum_{i=1}^{[N/2]} P(i, N) \{C(i, J) + C(N-i, J)\} \quad (12)$$

$$2 \leq J \leq N-1, N \geq 4$$

$$C(N, 1) = 1, C(N, 2) = 2,$$

$$C(N, J) = 0, N < J$$

マグニチュード N の河道網は $(2N-1)$ 個のリンクより構成されているので、 $C(N, J)$ は次式を満足している。

$$\sum_{J=1}^N C(N, J) = 2N-1 \quad (13)$$

図-8は、 $C(N, J)$ の計算結果を示している。 J の値は流域末端からの河道長に比例し、 $C(N, J)$ は流域面積に比例すると考えられるので、図-8を $Z=N$ の流域の平均面積集中図とも解釈できる。

各リンクに付随している小流域を単位流域と考え、単

位流域からの比流量 $q_u(t)$ ($\text{m}^3/\text{sec}/\text{km}^2$) が河道を一定の伝播速度 V で流下するものと仮定すると、マグニチュード N の流域末端における流量 $Q(t)$ (m^3/sec) は $C(N, J)$ を用いると次のようになる。

$$Q(t) = A \sum_{j=1}^N q_u \left(t - \frac{(J-1)L}{V} \right) C(N, J) \quad (14)$$

A, L は式 (10), (11) で与えられる。一方、マグニチュード N の実河道網に関して次式を得る。

$$Q(t) = \sum_{i=1}^{2N-1} A_i q_u \left(t - \frac{L_i}{V} \right) \quad (15)$$

ここに、 A_i は i 番目の単位流域の面積、 L_i は単位流域の出口から流域末端まで到達する距離である。 $q_u(t)$ として図-9に示す三角形の流出ハイドログラフを与え、表-1の各流域を対象に式 (14), (15) の計算結果 ($T_1=10, T_2=20\text{hr}$) を図-10・11に示す。

図-8

図-9

図-10

図-11

式 (14) を用いた計算では、洪水流の伝播速度 V の値によって $Q(t)$ が異なっているが、マグニチュード N の値に $Q(t)$ が存在していないことを示している。

式 (15) を用いた計算は、実河道網を対象としているので、伝播速度の他に河道網のマグニチュード（地形図の縮尺に依存）により $Q(t)$ が異なっている。逆に言えば、式 (14) は地形図の縮尺に依存しない普遍的な河道網における集水過程を記述しているものと解釈できる。

一方、実流域の流出解析法として貯留関数は、本邦で採用されている代表的手法の一つである。周知のように貯留量 $S_L(t)$ 、および貯留関数は次のように与えられる。

$$S_L(t) = \int_0^{t-t_L} r(t) dt - \int_0^t Q_h(t) dt \quad (16)$$

$$S_L(t) = KQ^P \quad (17)$$

ここに、 $r(t)$ 、 $Q_h(t)$ は降雨強度と流出高である。 $r(t)$ として、単位流域からの比流量 $q_u(t)$ を用いる。

$$r(t) = 3.6q_u(t) \quad (\text{mm/hr}) \quad (18)$$

$$Q_h(t) = \frac{3.6}{(2N-1)A} Q(t) (\text{mm/hr}) \quad (19)$$

数値計算で遅れ時間 t_L 、貯留係数 K 、及び貯留指数 P の最適解を求めた結果を以下に示す。最適解は、通常行なわれているように $S_L(t) \sim Q_h(t)$ 曲線のループをなるべく偏平化するように t_L を定め、その後の K 、 P を求めた。まず、計算にあたっては、流域面積 A 、伝播速度 V ($0.5 \sim 1.0 \text{ m/sec}$) と適当なマグニチュードを与えて式 (14) は、マグニチュード N に依存しないことを先に確かめている、式 (14) の $Q(t)$ を求めた。 $t_L \cdot V$ は長さの次元を持っており、 $t_L \cdot V$ と次式で定義される L_{ME} は図-12 (○印) に示すように密接に関連している

ことがわかった。

$$t_L \cdot V = 0.131 L_{ME} \quad (20)$$

$$t_L: \text{hr}, V: \text{m/sec}, L_{ME}: \text{km}$$

$$L_{ME} = \frac{L}{2N-1} \sum_{j=1}^N (j-1) C(N, j) \quad (21)$$

L_{ME} は、平均的河道網における各单位地域の出口から河道網末端に至る距離の平均値を意味している。

地形図を実測して得られる L_{ME} は次式で与えられる。式 (21) と区別するために'を付している。

$$L'_{ME} = \frac{\sum_{j=1}^{2N-1} L_j}{2N-1} \quad (22)$$

$K \cdot v$

$t_L(3.6v) (\text{km})$

図-12

L_t については、先に定義している。表-1の最下端に L_{ME} と L'_{ME} を比較している。 L'_{ME} を期待値とするならば L_{ME} はその実現値と考えられる。

式(9)を用いて式(18)を書き直す。

$$L_{ME} = \frac{1.273 A_t^{0.6} \sum_{j=1}^N (J-1) C(N, J)}{(M_N+1)(2N-1)} \quad (23)$$

分子の $1.273 A_t^{0.6}$ を除いた部分を

$$L_{MEI} = \frac{\sum_{j=1}^N (J-1) C(N, J)}{(M_N+1)(2N-1)} \quad (24)$$

と、おいて L_{MEI} と N の関係を図-13に示す。 L_{MEI} の値は N の値が極端に小さい場合を除き、約 0.5 となっている。したがって、 L_{ME} と A_t の関係式として次式を得る。

$$L_{ME} = 0.671 A_t^{0.6} \quad (25)$$

L_{ME} : (km), A_t : (km²)

また、遅れ時間 t_t と集水面積 A_t 間の関係式として次式を得る。

$$t_t = 0.083 A_t^{0.6} / V \quad (26)$$

t_t : (hr), V : (m/s), A_t : (km²)

図-12の△印は貯留係数に関して $K \cdot V \sim L_{ME}$ の関係を図示している。図より次の関係式が求まる。

$$K \cdot V = 0.254 L_{ME} \quad (27)$$

V : (m/s), L_{ME} : (km), K : (mm^{1-P}・hr^P)

K と A_t に関しては、次式を得る。

$$K = 0.17 A_t^{0.6} / V \quad (28)$$

V : (m/s), A_t : (km²), K : (mm^{1-P}・hr^P)

一方、貯留指数 P に関しては、集水面積 A_t や平均距離 L_{ME} 、伝播速度により多少変化するが、 $P = 0.8$ の値を得た。

L_{MEI}

マグニチュード (N)

図-13

図-14は、表-1の後志利別川を対象に、集水面積 $A_t = 714.7$ (km²)、平均河道長 $L_{ME} = 30.2$ (km) を与えて、 $V = 1.0$ (m/s)、 0.5 (m/s) とした時、式(15) (実線) と貯留関数法 (破線) の計算結果を示している。良好な結果が得られている。

実線：式(15) 破線：貯留関数法

図-14

IV. まとめ

河道網における集水過程について貯留関数法を適用して、次の結果を得た。

$$t_t = 0.131 L_{ME} / V$$

$$K = 0.254 L_{ME} / V$$

$$P = 0.8$$

$$t_t: (\text{hr}), V: (\text{m/s}), L_{ME}: (\text{km}),$$

$$K: (\text{mm}^{1-P} \cdot \text{hr}^P)$$

ここに、 t_t 、 K 、 P は貯留関数法に含まれる遅れ時間、貯留係数及び貯留指数である。 L_{ME} は流域内の各単位流域から流域末端まで至る平均距離で、 V は洪水流の伝播速度である。これまで、 t_t 、 K を流域の特性量で評価する際に、流域の重心と流域末端までの距離あるいは、主流長などと河道勾配を組み合わせた経験式がいくつか提案されているが⁽¹⁴⁾、本論文の結果はこれらの経験式に理論的根拠を与えるものと思われる。本論文でとり上げた集水過程は、洪水流の伝播速度を一定する極めて単純なモデルである。河道内の流水の平均流速の実測値をみても、下流域ほど大きな値をとっており^(15,16)この点に関しては今後検討したい。

参 考 文 献

- 1) Sherman, L.W. : The Relation of Hydrograph of Runoff to Size and Character Drainage, Trans. A.G.U., 13, 1932
- 2) Horton, R.E. : Erosional Development of Streams and their Drainage Basin, Hydrophysical Approach to Quantitative Morphology, Bull. Geol. Am. Vol.56, pp275-370, 1945
- 3) Strahler, A.N. : Quantitative Geomorphology of Drainage Basins and Channel Networks, in V.T.chow(ed.), Hand Book of Applied Hydrology, Sec. 4-II, McGraw-Hill Book Company, New York, 1964
- 4) Chow, V.T.(ed.) : Handbook of Applied Hydrology, Sec. 4-II, McGraw-Hill Book Company, New York, 1964
- 5) 石原藤次郎, 高棹琢馬, 瀬能邦雄 : 河道配列の統計則に関する基礎的研究, 京都大学防災研究所年報, Vol.12, 1969
- 6) 藤田睦博 : 流域地形構造とその統計則に関する研究, 土木学会論文報告集, Vol. 234, 1975
- 7) 藤田睦博 : 河道網における支流の分布特性に関する研究, 土木学会論文報告集, Vol. 246, 1976
- 8) 岩佐義朗, 小林信久 : マグニチュード理論による統計則と指標, 土木学会論文報告集, Vol. 273, 1978
- 9) 岩佐義朗, 小林信久 : マグニチュード理論に基づく流域地形則およびその位数理論との関連性, 土木学会論文報告集, Vol. 273, 1978
- 10) Md. Sayeedul Islam Khan, Fusetsu, Takagi and Shohei Adachi : On the Storage-Discharge Relationships in the Flat Land, Proc. of JSCE, No.297, 1980
- 11) 藤田睦博 : 斜面長の変動を考慮した貯留関数法に関する研究, 土木学会論文集, 314号, 1981
- 12) Shreve, R.L : Variation of Mainstream Length With Basin Area in River Networks, W.R.R., Vol. 10, No.6, 1974
- 13) 高山茂美 : 河川地形, 共立出版, 1974
- 14) 館谷清・山口甲 : 北海道の治水, (財)北海道河川防災研究センター, 1987
- 15) 山辺功二 : 水流の水理幾何についての一考察, 水温の研究, 15 (2), 1971
- 16) Leopold, L.B.他 : River Channel Patterns : Braided, Meandering and Straight, Geological survey professional paper 282-B, 1957

館谷清

- 昭和28年 : 北海道大学工学部土木工学科卒業
 昭和28年 : 北海道開発局勤務
 昭和58年 : 北海道開発局局長
 昭和61年 : (財)北海道河川防災研究センター理事長

藤田睦博

- 昭和42年 : 北海道大学大学院工学研究土木工学専攻修了
 昭和42年 : 北海道大学工学部講師
 昭和43年 : 北海道大学工学部助教授
 昭和60年 : 北海道大学工学部教授
 工学博士