原著論文

階層化ファジィ積分 (HFI) による「もの」「サービス」の総合評価法の提案

— 高齢者施設の選択を例に —

高萩 栄一郎*, 椎塚 久雄**

* 専修大学, ** 一般財団法人ファジィシステム研究所

Proposals for Comprehensive Evaluation using Hierarchical Fuzzy Integrals

— Facility Selection for the Elderly —

Eiichiro TAKAHAGI* and Hisao SHIIZUKA**

* Senshu University, 2-1-1 Higashimita, Tamaku, Kawasaki, Kanagawa 214-8580, Japan

** Fuzzy Logic System Institute, 640-41, Kawazu, Iizuka, Fukuoka 820-0067, Japan

Abstract : This paper uses Hierarchical Fuzzy Integrals (HFI) for comprehensive evaluation models with interaction among evaluation criteria and an extended version of the Analytical Hierarchy Process (AHP) model. First, we show the structure and computational procedure of HFI models on a single-level hierarchy diagram. A sensitivity analysis with interaction degree shows that the selected facility is different depending on the interaction degree. Second, we extend the multi-level hierarchical model and present its computational procedure. We select the model that includes Kansei evaluation items and propose the standard hierarchical relationship and standard interaction degrees using the facility selection model for the elderly. Lastly, we provide some remarks for identifying individual evaluation scores.

Keywords : Hierarchical Fuzzy Integrals (HFI), Multi-level hierarchical diagram, Kansei evaluation

1. は じ め に

人は「もの」や「サービス」を選ぶという意思決定を常に行なっている。意思決定の過程を数値化し説明をしたり、コンピュータにより意思決定を支援したりするとき、意思決定をモデル化することが多い。

AHP (階層分析法) [3] は、意思決定を、目的、評価基準、代替案という階層に分け、主観的な評価基準や評価対象でも一対比較を用いて『言葉』から数値化を行う。各代替案について加重平均で総合評価値を求める。最大の総合評価値の代替案が選択の候補になる。

AHPでは、評価基準間の相互作用を扱うことができない。相互作用とは、評価値間のバランスである。たとえば、洋服の品質を考えると、「素材の良さ」と「縫製の良さ」を同じ重要度で総合評価することを考える。洋服Aが、素材は素晴らしくよく(100点)で縫製は30点であったとしよう。洋服Bは、素材も縫製もほどほどによく(各60点)であったとする。平均値は65点と60点でAが高いが、購入するのであれば洋服Bであろう。これは、洋服Aの縫製の悪さは、洋服Aの素材の良さで補償できないという非補償型の意思決定をしていることによる。

階層化ファジィ積分 (HFI) [7] は、ファジィ測度を用いてこのような非補償型の総合評価や非補償型と補償型(加重

平均)の中間の評価も可能にする。中間の評価とは、洋服Cが、素材80点、縫製50点であれば、縫製の悪さは素材の良さである程度補償でき、洋服A, B, Cの中ではCを選択するというモデルである。HFIで、どのように評価するか(AHPでの重要度に相当)がファジィ測度に、総合評価値の計算(AHPでの加重平均に相当)がショケ積分に対応する。

ファジィ測度は、Sugeno [2] により提案され、総合評価に用いられている。当初、総合評価値の計算(ファジィ積分)には菅野積分 [2] が用いられている。ファジィ積分にショケ積分 [1, 5] を用いることにより、加重平均の計算を含めさまざまな計算を表現できるため多くの分野で使われている。

HFIは、AHPの重要度をファジィ測度のうち λ ファジィ測度 [2] にし、ショケ積分により総合評価値を求めるモデルである。 λ ファジィ測度は、ファジィ測度の相互作用に λ という一つの値で表現するものである。本論文では、基本的に単階層のモデルでしか表現できなかったHFIを拡張し、複数の階層に分けたサブモデルで異なる λ を与え、全体として1つのファジィ測度で表現するモデルを提案する。さらに、基準ごとの代替案の評価値の算出法、 λ の同定方法を検討する。

本論文では、感性に関わる問題 [11, 12]、特に高齢者施設の選択 [10] を例に考察する。

2. AHP

AHPでは、図1のような階層図を作成し、この例では3つの評価基準で、4つの代替案を評価する。また、各評価基準の重要度を求め、加重平均値で総合評価値を求める。図1では、費用、機能、楽しみが評価基準、特養A、B、有料老人ホーム（有老）C、Dが代替案になる。

AHPでは、図2、図3のように、各基準の重要度、各基準についての評価値を一对比較で求める。重要度の一对比較では、各評価基準—費用 機能 楽しみ—から2つの基準を取り上げ、どちらをどの程度重要視するか問い合わせる（図2）。

程度は図2の言葉から選択し、その言葉は図2の程度を表すことばの下にの倍数で表明したと仮定する。例えば、「楽しみを費用より少し重要視する」と回答した場合、「楽しみの重要度は費用の重要度の3倍である」（一对比較値）と回答したものと扱う。これは費用を楽しみより1/3倍（逆数）重要視するとなる。図2のようにすべての基準の組合せについて一对比較を行い、これらの一对比較値と整合性の高い重要度を計算する方法として、本論文では固有値法[3]を用いる。

費用、機能、楽しみの重要度を w_1, w_2, w_3 ただし $w_1 + w_2 + w_3 = 1$ とする。もし、これらの重要度が既知でそれにしたがって回答した場合、費用を楽しみより重要な程度は、 w_1/w_3 となる。下の式のように、他の回答を含めて行列にまとめ、重要度のベクトル $((w_1, w_2, w_3)^t)$ との積を求めると

$$\begin{pmatrix} w_1/w_1 & w_1/w_2 & w_1/w_3 \\ w_2/w_1 & w_2/w_2 & w_2/w_3 \\ w_3/w_1 & w_3/w_2 & w_3/w_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix}$$

となる。この性質に近い重要度の組を求めるのが固有値法である。しかし、重要度が既知ではなく、図2のように主観的に回答する場合、上記の行列のように行列の各要素が重要度

図1 AHP, HFIの階層図の例

	左の項目が圧倒的に重要 (中間)	左の項目がうんと重要 (中間)	左の項目がかなり重要 (中間)	左の項目が少し重要 (中間)	左右同じくらい重要 (中間)	右の項目が少し重要 (中間)	右の項目がかなり重要 (中間)	右の項目がうんと重要 (中間)	右の項目が圧倒的に重要 (中間)
	9	8	7	6	5	4	3	2	1
費用									
機能									
楽しみ									

図2 基準間の一对比較

の比とはならず、次の式の中の行列になる。この行列は一对比較行列と呼ばれる。

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} = p \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix}$$

この一对比較行列に対して、 $(w_1, w_2, w_3)^t$ との積を求めると p 倍の $(w_1, w_2, w_3)^t$ となる $(w_1, w_2, w_3)^t$ が存在する。この $(w_1, w_2, w_3)^t$ は固有ベクトル、 p は固有値と呼ばれる。固有値と固有ベクトルの組は複数あり、そのうち、各重要度が正でその和が1になる重要度のベクトル $((w_1, w_2, w_3)^t)$ と正の値 p の組が存在する。このベクトルを一对比較の回答と整合性が高い重要度とするのが固有値法である。求めた値は、図4の重要度の欄にある。

費用について的一对比較（図3）を行い、この一对比較に整合的な値を求め、評価値（図4の「費用の列」）とする。ただし、計算結果は各代替案の評価値の合計が1になるように正規化されている。同様な一对比較を「機能」、「楽しみ」について行い、図4の評価値を求める。

図4のように、これらの評価値を評価基準の重要度で加重平均を求め、それを総合評価値とする。この総合評価値が高い順に選択の候補となる。

	左の項目が圧倒的に重要 (中間)	左の項目がうんと重要 (中間)	左の項目がかなり重要 (中間)	左の項目が少し重要 (中間)	左右同じくらい重要 (中間)	右の項目が少し重要 (中間)	右の項目がかなり重要 (中間)	右の項目がうんと重要 (中間)	右の項目が圧倒的に重要 (中間)
	9	8	7	6	5	4	3	2	1
特養A(7万)									
特養B(7万)									
有老C(18万)									
有老D(25万)									

図3 費用に関する一对比較

評価値	費用	機能	楽しみ
特養A	0.493	0.054	0.056
特養B	0.351	0.247	0.239
有老C	0.110	0.453	0.131
有老D	0.046	0.247	0.574

× (積)

重要度	0.169	0.387	0.443
-----	-------	-------	-------

図2の一对比較

総合化	費用	機能	楽しみ	総合評価値
特養A	0.083	0.021	0.025	0.129
特養B	0.059	0.096	0.106	0.261
有老C	0.019	0.175	0.058	0.252
有老D	0.008	0.096	0.254	0.358

合計

図4 AHPの総合評価値の計算

階層化ファジィ積分 (HFI) による「もの」「サービス」の総合評価法の提案

3. HFI

HFIは、AHPでは加重平均で計算していた部分をファジィ積分で置き換えたものである。AHPでの加重平均での重要度がHFIではファジィ測度に対応する。ファジィ測度により、評価基準間の相互作用を表現できる。

相互作用の例として、AHPで同じ加重平均値であっても、「ある基準で評価値に良いものもあれば別の基準で悪いものもある」代替案より、「すべての基準の評価値がまんべんなくよい」という代替案の総合評価値を大きくすることができる（優加法的なファジィ測度による総合評価）。逆に、「良い点があるものあれば悪いものもある」代替案の総合評価を高くすることができる（劣加法的なファジィ測度による総合評価）。

加重平均の場合、ある基準の評価値の低さは他の基準の評価値の高さで補うことができる。この意味で「補償的な」総合評価法である。最小値による総合評価では、最小値の基準の評価値が減少すると他の評価基準の評価値の増大で補うことができない。この意味で「非補償型」の総合評価法である。

HFIは、相互作用として優加法的または劣加法的の度合いを強めると非補償型の総合評価法に近くなり、弱めて加法的に近づけると補償型の総合評価法に近くなる。

優加法的なファジィ測度での総合評価は、最小値の値の減少を他の評価基準の評価値の増大で少ししか補えない。この意味で、優加法的なファジィ測度は補償型と非補償型の中間の総合評価法である。

同様に、最大値での総合評価法では、最大値をとる基準の評価値の減少は、他の基準の評価値の増大で補うことができず、「非補償型」の総合評価法であり、劣加法的なファジィ測度は、最大値の基準の評価値の減少を他の基準で少ししか補えないので、補償型と非補償型の中間の評価法である。

HFIでは、 λ ファジィ測度を使い、1つの相互作用の度合いを表すパラメータ λ を与えて、優加法的、劣加法的な総合評価を可能にしている。

3.1 ファジィ測度とショケ積分

本節では簡単化のため、英語(E)と数学(M)の2基準の総合評価($n=2$, n は評価基準の数)の例で説明する。また x_e, x_m を英語と数学の得点(評価値)とする。

加重平均の場合、英語と数学の重要度を x_e, x_m 、ただし $w_e + w_m = 1$ とすると、総合評価値 z は

$$z = w_e x_e + w_m x_m$$

で計算できる。 w_e は英語の得点 x_e が1増えたときの z の増分(効果)を表す。同様に、 w_m は数学の得点 x_m が1増えたときの z の増分を表す。

HFIの場合、英語単独の効果 $g(\{e\})$ 、数学単独の効果 $g(\{m\})$ 、英語と数学の効果を合併した効果 $g(\{e,m\})$ の3つで表す(集合関数表記)。この効果をあらわす g をファジィ測度と呼ぶ。ただし、 $g(\{e,m\})=1$ とする。これは、加重平均の $w_e + w_m = 1$ に対応する。このようにファジィ測度では、単独の効果と

図5 ショケ積分の計算

2つが合併した効果すべてに値を与える。

総合評価値の計算は、ショケ積分で計算する(図5)。この計算では、効果と同様に、評価値(得点)も単独の評価値、合併した評価値に分けて求める(v)。図5は、英語が80点、数学が60点の場合の計算例である。英語が数学に比べて20点高いので、英語の単独の得点($v(\{e\})$)を20点とし、数学の60点と英語の残りの60点を英語と数学の合併した得点($v(\{e,m\})$)とする。数学単独の得点は0($v(\{m\})=0$)とする。

それぞれの単独の効果、合併した効果($\{e\}$, $\{m\}$, $\{e,m\}$)の評価値(得点) (v) と効果を表すファジィ測度(g)の積を求め、その合計をショケ積分の出力値とする。

3.2 優加法的性, 劣加法的性, 加法的性

単独の効果の和($g(\{e\})+g(\{m\})$)と合併した効果($g(\{e,m\})$)の大小関係で、HFIの性質が異なってくる。

$$\text{加法的} \quad g(\{e\})+g(\{m\})=g(\{e,m\})$$

$$\text{優加法的} \quad g(\{e\})+g(\{m\})<g(\{e,m\})$$

$$\text{劣加法的} \quad g(\{e\})+g(\{m\})>g(\{e,m\})$$

図6は3つのファジィ測度の比較である。二重線より上は、得点とそれを単独($\{e\}$ および $\{m\}$)、合併した部分($\{e,m\}$)に分けた部分で、3つの場合で共通である。二重線より下で点線により3つの場合の合計、総合評価値を計算している。それぞれ、 v の値と各場合の g の値との積和を計算して総合評価値を求めている。3つの場合で比較を容易にするため、2人の総合評価値の和を1にする正規化を行っている。

中段の加法的 g の場合、単独の効果の和と合併した効果の和が等しい。したがって、英語と数学のあいだに相互作用がない。したがって、従来の加重平均と同じで、両人の総合評価値は50、正規化してもともに、0.5である。

上段の優加法的な場合、 $g(\{e\})+g(\{m\})<g(\{e,m\})$ となる。 $g(\{e,m\})=1$ として固定しているため、 $g(\{e\})$ や $g(\{m\})$ の値は相対的に小さな値を取るようになる。したがって、2人の得点差(単独の部分 $v(\{e\})$ または $v(\{m\})$)に係る効果は小さな値になる。得点差が小さいほど、高い総合評価値になる。実際、得点差が小さいBさんの方が、高い総合評価値となっている。したがって、「悪い点がないこと」を重要視する評価法となる。

	英語 e	数学 m	
Aさん	80	20	
Bさん	40	60	

v	{e}	{m}	{e,m}
Aさん	60	0	20
Bさん	0	20	40

優加法的 g	0.2	0.2	1
Aさん	12	0	20
Bさん	0	4	40

合計 正規化	32	0.421
	44	0.579

加法的 g	0.5	0.5	1
Aさん	30	0	20
Bさん	0	10	40

合計 正規化	50	0.500
	50	0.500

劣加法的 g	0.8	0.8	1
Aさん	48	0	20
Bさん	0	16	40

合計 正規化	68	0.548
	56	0.452

図6 優加法・加法・劣加法的ファジィ測度の比較

下段の劣加法的な部分では、 $g(\{e\})+g(\{m\}) > g(\{e,m\})$ となる。 $g(\{e,m\})=1$ としているので、 $g(\{e\})$ や $g(\{m\})$ の値は相対的に大きな値を取ることになる。したがって、2人の得点差（単独の部分 $v(\{e\})$ または $v(\{m\})$ ）に係る効果は大きな値になる。得点差が大きいほど高い総合評価値になる。実際得点差が大きいAさんの方が、高い総合評価値となっている。したがって、「よい点があること」を重要視する評価法となる。

Aさん、Bさんともに、劣加法的な総合評価値の方が優加法的な総合評価値より高くなっている。これは、劣加法的な場合の単独の効果が大きいためである。このように、劣加法的にすると全体的に高い総合評価値になるので、図6のように正規化をして結果を解釈した方が誤解は少ない。正規化とは各代替案の総合評価値の合計を1にするもので、ある代替案の総合評価値は、各代替案の総合評価値の合計値で割った値である。例えば、劣加法的な場合でのAさん正規化した総合評価値は $68/(68+57)=0.548$ となる。

3.3 λファジィ測度

英語と数学の例では、2科目($n=2$)で、等重みとしてきた。しかし、評価基準が3つ以上ある場合や等重みでない場合どのようにファジィ測度を割り与えるのが問題となる。この場合よく使われるファジィ測度の割り当て方法がλファジィ測度である。

すべての関係（単独の効果同士、合併した効果同士、単独の効果と合併した効果との合併）で同じ程度の優加法性、劣加法性をもつファジィ測度を求める。これがλファジィ測度である。λファジィ測度は、

$$g(A \cup B) = g(A) + g(B) + \lambda g(A) g(B)$$

（ただし、 $A \cap B = \emptyset, \lambda > -1$ ）である。図1で費用(c)、機能(f)、楽しみ(d)であるので、全体集合を $X = \{c, f, d\}$ とする。

$$g(\{c, f\}) = g(\{c\}) + g(\{f\}) + \lambda g(\{c\}) g(\{f\})$$

$$g(\{c, d, f\}) = g(\{c, f\}) + g(\{d\}) + \lambda g(\{c, f\}) g(\{d\})$$

のような関係（他にもたくさんある）が1つのλで成立しているファジィ測度である。 $g(\{c, d, f\})=1$ であるので、優加法的であれば、それ以外のgの値は小さな値、劣加法的であれば大きな値となる。

重要度(w_c, w_d, w_f)をどう考えるかによって、λファジィ測度の条件を満たすファジィ測度はいくつか種類がある[8]。本論文では、入力の数基準(φ_s 変換[4]モデル)を用いる（オリジナルのHFI[7]では、ファジィ測度比率基準）。

φ_s 変換は重要度（および重要度の和）と相互作用の指標ζからファジィ測度の値を割り当てる関数である。割り当てられたファジィ測度はλファジィ測度の条件を満たしている。

φ_s 変換の関数の形状を図7に示す。ζは優加法、劣加法の度合いを表し、 $0 < \zeta < 1$ の値をとる。1に近いほど劣加法的で、0に近いほど優加法的である。0.5で加法的である。

図7の横軸は、重要度(w)で縦軸はその重要度のファジィ測度の値である。ζの値により曲線が異なる。

ζ=0.5の曲線は、加法的な場合で、wの値と同じ値を出力する関数である。

ζ=0.2（かなり優加法的な総合評価法）で、 $w_c=0.5, w_f=0.2, w_d=0.3$ の場合、楽しみ単独のファジィ測度は、ζ=0.2の曲線で $w=0.3$ の値 $\varphi_s(0.3)=0.087(g(\{d\})=0.087)$ となり、費用と機能が合併した効果 $g(\{c, f\})$ は、費用と機能の重要度の和 $w=0.5+0.2=0.7$ から $\varphi_s(0.7)=0.398(g(\{c, f\})=0.398)$ となる。 $(g(\{d\})+g(\{c, f\})=0.484) < (g(\{c, f, d\})=1)$ と優加法的になっている。

図7の重要度と重要度の和、相互作用の指標ζ（決め方は後述）からファジィ測度の値を求める計算式は次のようになる。

$$\varphi_s(w) = \frac{s^w - 1}{s - 1}$$

$$s = \frac{(1 - \zeta)^2}{\zeta^2}$$

ただし、ζ=0.5のとき $\varphi_s(w)=w$ である。λファジィ測度との関係では $s=\lambda+1$ である。

図7 φ_s 変換

階層化ファジィ積分 (HFI) による「もの」「サービス」の総合評価法の提案

表1 優加法性, 劣加法性と感性語

λ	$0 < \lambda$	$-1 < \lambda < 0$
ξ	$0 < \xi < 0.5$	$0.5 < \xi < 1$
ファジィ測度 評価方法	優加法的 補完的 相乗効果	劣加法的 代替的 相殺効果
感性語	バランス重視 消極的な 慎重な 悲観的な 保守的な 悪い点がないことを評価 確実性重視	個性重視 積極的な 大胆な 楽観的な 冒険的な よい点があることを評価 可能性重視
極端な場合	最小値に近い評価	最大値に近い評価

3.4 優加法性, 劣加法性と感性語

表1は, ξ などの指標と感性語の関係を示したもので, [8]の表を基にして語を一部追加削除した. ξ の値が0や1に近づく, その感性語が強くなる.

ファジィ測度・評価方法は, 一般に使われている表現方法である. 感性語については, 本論文のように複数の基準間で相互作用を考える総合評価法の場合, 「悪い点がないことを評価」「よい点があることを評価」があてはまる. 試験での複数科目の得点の相互作用を考えて総合評価する場合, 科目間の得点の「バランスを重視」したり, 1科目の得点がよいことを重視する「個性を重視」したりする. また, 一つの対象を複数の人が評価し, その総合評価値を求めるとき, 悪い評価値を重視する「消極的」「慎重な」「悲観的な」「保守的な」があてはまり, 逆により評価値を重視する「積極的な」「大胆な」「楽観的な」「冒険的な」という感性語が対応する.

3.5 高齢者施設の例 (1階層の基準)

図1の高齢者施設の選択の例で, ファジィ測度を優加法的(悪い点がないことを評価)の $\xi=0.2$ で計算してみる(図8). 各基準の重要度, 評価値は図4と同じ値を用いる.

図8の v の部分の表は, 単独, 合併した部分の得点である. 施設Aを例に説明すると, 費用 c の評価値が一番高く, 2位との差異, $0.493 - 0.056 = 0.437$ が, 費用単独の評価値 $v(\{c\})$ になる. 他の単独の評価値 $v(\{f\}), v(\{d\})$ は0とする. 2位は楽しみ d であるので, 3位との差異が, 費用と楽しみが合併した評価値 $v(\{c,d\}) = 0.056 - 0.054 = 0.002$ となる. 他の要素数2の v の値は0である. 全部が合併した $\{c,f,d\}$ の v の値は, 3位の値 $v(\{c,f,d\}) = 0.054$ である.

これらの v の値に ファジィ測度 g を掛け, その総合計(積和)0.072が, HFIの総合評価値になる. AHPなどとの比較のために, 全総合評価値を正規化した値も表示している.

図4のAHPの場合, 施設Dが1位であった. しかし, 施設Dは, 楽しみで高い評価値(1位)であるが, 費用では低い評価値(4位)である. よい点(楽しみ)もあれば悪い点(費用)もある代替案である. 一方, AHPで2位の施設Bは, 費用(2位), 機能(1位), 楽しみ(3位)と悪い点がない代替案である. そこで, 図8の $\xi=0.2$ という「悪い点がないことを評価」という評価法で総合評価すると施設Bが1位になる.

評価 値	費用 c	機能 f	楽しみ d
A	0.493	0.054	0.056
B	0.351	0.247	0.239
C	0.110	0.453	0.131
D	0.046	0.247	0.574

重要 度			
	0.169	0.387	0.443

v	{c}	{f}	{d}	{c,f}	{c,d}	{f,d}	{c,f,d}
A	0.436	0	0	0	0.002	0	0.054
B	0.104	0	0	0.008	0	0	0.239
C	0.000	0.322	0	0	0	0.021	0.110
D	0.000	0	0.327	0	0	0.200	0.046

$\xi = 0.20$							
w	0.169	0.387	0.443	0.557	0.613	0.831	1.000
g	0.040	0.128	0.161	0.245	0.298	0.601	1.000

$v \times g$							
	{c}	{f}	{d}	{c,f}	{c,d}	{f,d}	{c,f,d}
A	0.017	0	0	0	0.001	0	0.054
B	0.004	0	0	0.002	0	0	0.239
C	0	0.041	0	0	0	0.012	0.110
D	0	0	0.053	0	0	0.120	0.046

総合 評価値	正規化
0.072	0.103
0.245	0.350
0.164	0.234
0.219	0.313

図8 高齢者施設の選択の例 (1階層の基準)

4. 相互作用の指標 (ξ) の決め方

4.1 一対比較による方法

相互作用の指標である $\xi(s, s)$ をどう決めるか問題になる. 著者は, すべての基準が等重要度であることを想定し, 最上位の基準と最下位の基準の一対比較をして, その一対比較値から ξ の値を決めることを提唱する[6].

図9の上は, 最上位の基準と最下位の基準の一対比較である. ただし, 最上位の基準や最下位の基準の具体的な名称を考えずに, どの基準が最上位, 最下位になろうとも関係なく, 最上位, 最下位の基準に対する一対比較である.

この方法は説明が難しく, むしろ表1の対の感性語間の一対比較を使った方がよい[6]と考え, 図9下の一対比較を利用することも考えられる. この一対比較値を α とする. 図9の場合 $\alpha = 1/5$ である.

ξ の求め方は, n (基準の数) により異なる.

$$\varphi_s(1/n): 1 - \varphi_s((n-1)/n) = 1:1/\alpha$$

となる s を求める. $\varphi_s(w)$ は, w を固定したとき, s に関して狭義単調減少性があるので, s を増大せせると α は減少する. この性質を利用して, s を試行錯誤的に増減させて回答した

	圧倒的	うんと	かなり	少し	同じくらい	少し	かなり	うんと	圧倒的	
最上位の基準							○			最下位の基準

	圧倒的	うんと	かなり	少し	同じくらい	少し	かなり	うんと	圧倒的	
よい点があることを重視							○			悪い点がないことを重視

図9 ξ の同定のための一対比較

図10 高齢者施設の例(1階層の基準)の感度分析

α に一致する s を求める。例えば、3基準($n=3$)で等重みの場合、最上位への重要度は、 $\varphi_s(1/3)$ であり、最下位への重要度は $1-\varphi_s(2/3)$ であるので、図9の場合

$$\varphi_s(1/3): 1-\varphi_s(2/3) = 1:5$$

となる s を求めると、 $s=11.11$ ($\xi=0.2306$)となる。

4.2 感度分析

どれくらいの ξ が適当か把握するため、また、 ξ の変化がどのように総合評価値に影響するのかを把握するため、 ξ を $0 < \xi < 1$ の範囲で変化させ、各代替案の総合評価値を計算し、グラフ化する(図10)。ただし、優加法的にすると総合評価値は減少し、劣加法的にすると増大する傾向がある。そこで、AHPでの総合評価値の合計が1であることと同様に、HFIによる総合評価値の合計を1に正規化してグラフ化する。

5. 基準が複数階層になる場合

5.1 標準の階層図と相互作用(ξ)

商品やサービスを選択(購入)するとき、多くの評価基準があるだろう。それらを整理すると主に3つ—「費用」、「機能」、「デザインなどの感性」—に分類できると考えている。図11のような、これらの分類を親に各評価基準を置くサブモデル

(M0, M1, M2, M3)の階層図を標準として提案する。

この階層図の問題を4つのサブモデル—M0, M1, M2, M3—にわけて、それぞれのサブモデルの相互作用と各子の評価基準の重要度を与える。M0では、親が「商品の選択」で、子に「費用」、「機能」、「デザイン・感性」があり、M1では、親が「費用」で、子は「初期費用」「運転費用」などが考えられる。

このような階層図の場合、各サブモデルに相互作用を与えるのであるが、4節で指摘したように困難な場合が多い。そこで、標準値を定め、それをデフォルトの値として利用することを提案する。

「費用」(M1)に関しては、「初期費用」と「運転費用」をあげている。費用に関しては、他の費用で補うことができる(補償できる)が、初期費用、運転費の片方が特に低い評価値の場合やりくりが大変になるので、加法的に近い優加法的な相互作用を標準値とできる(例： $\xi=1/3$) [13]。

「機能」(M2)に関しては、必要なものが挙げられているので、1つの悪い点が他の良い点で補償できないと考え、優加法的な相互作用を標準値とできる(例： $\xi=0.18$) [13]。

「デザイン・感性」(M3)に関しては、中途半端に良い点が揃っていることより、1つでも良い点があることがよりよいことが多いので、劣加法的な相互作用を標準値とできる(例： $\xi=0.88$) [13]。

M0に関しては、すべてを満たす必要があるので「機能」ほどではないが、やや優加法的な相互作用を標準値とできる(例： $\xi=0.31$)。

5.2 高齢者施設の例(多階層)

図12は、高齢者施設の選択の例である。 ξ の値は各サブモデルの値である。また、各基準名の下に書かれた数値は、そのサブモデルでの重要度である。

各サブモデルでの相互作用の値(ξ)は、標準値に近い値にしたが、楽しみに関しては、1つよければよいよりも、他の楽しみでもある程度補償できるものとして、0.6667と標準値より、加法的に近い値にした。

この階層図から、HFIで各サブモデルのファジィ測度を求める。求めたファジィ測度は表2のようになる。

図11 商品の選択の階層図

階層化ファジィ積分 (HFI) による「もの」「サービス」の総合評価法の提案

図12 高齢者施設の選択 (多階層)

表2 図12の階層図から求めた各サブモデルのファジィ測度

	{c}	{f}	{d}	{c, f}	{c, d}	{f, d}	{c, f, d}
g₀	0.040	0.128	0.161	0.245	0.298	0.082	1.000
	{c1}	{c2}	{c1, c2}				
g₁	0.107	0.087	1.000				
	{f1}	{f2}	{f3}	{f1, f2}	{f1, f3}	{f2, f3}	{f1, f2, 3}
g₂	0.297	0.057	0.028	0.653	0.470	0.113	1.000
	{d1}	{d2}	{d1, d2}				
g₃	0.391	0.862	1.000				

5.3 全体のファジィ測度の求め方

図12と表2から、全体のファジィ測度 g^* を求める。手順は、ファジィ測度を求める各集合に対して、全体の g^* の重要度を求め、その重要度から全体の相互作用 ξ^* (M0の相互作用 ξ^0 に同じ)を使って全体集合 $\{c1, c2, f1, f2, f3, d1, d2\}$ の部分集合に対するファジィ測度を求める[9]。

この手順は、高齢者施設の例で説明する。変換には、 φ_s 変換の逆関数が必要なので示しておく。 v をファジィ測度の値として、

$$w = \varphi_s^{-1}(v) = \log_s(1 + (s-1)v)$$

で求める。ただし、 $s=1$ のとき、 $w = \varphi_s^{-1}(v) = v$ である。

1つのサブモデル内の要素、例えば、 $\{f1, f2\}$ の全体のファジィ測度 $g^*(\{f1, f2\})$ を求める。

- (1) 図12の $g_2(\{f1, f2\}) = 0.653$ より、この2つの要素で(相互作用を含めて)M2の65.3%占めている。
- (2) $g_0(\{f\}) = 0.128$ であるので、その65.3%が $g^*(\{f1, f2\})$ となる。

$$g^*(\{f1, f2\}) = g_0(\{f\}) g_2(\{f1, f2\}) \\ 0.128 \times 0.653 = 0.084$$

- (3) この0.0839から全体の重要度 $w_{\{f1, f2\}}$ を逆関数を使って求める($s=16, \xi=0.2$)。

$$0.285 = \varphi_s^{-1}(0.084)$$

の値が全体のモデルでの $\{f1, f2\}$ の重要度となる。

- (4) この重要度から、ファジィ測度を求める。

$$0.090 = \varphi_s(0.2859)$$

- (3), (4)では逆変換したものをもとに戻しただけなので、(3), (4)を省略して(2)の0.084を利用する。

次に要素が複数のサブモデルまたがる $g^*(\{c1, f1, f2, d2\})$ を求める。M1, M2, M3にまたがるので、サブモデル毎に所属する要素の重要度を求める。

- (1) 図12の $g^*(\{c1\}) = 0.107$ より、 $\{c1\}$ は、M1の10.7%を占めている。M0で、 $\{c\}$ は、 $g_0(\{c\}) = 0.040$ であるので、 $g^*(\{c1\}) = g_0(\{c\}) g_1(\{c1\}) = 0.004$ となる。
- (2) (1)で求めた $g^*(\{c1\}) = 0.004$ をM0での重要度に戻す。ファジィ測度の値から重要度求めるので逆関数を利用する($\xi=0.2$ のとき、 $s=16$)。 $\{c1\}$ の重要度は

$$w_{\{c1\}} = \varphi_s^{-1}(0.004) = 0.022$$

となる。

- (3) $g^*(\{f1, f2\}) = g_0(\{f\}) g_2(\{f1, f2\}) = 0.084$ であるので、M0の重要度に、逆関数($s=16, \xi=0.2$)を利用して戻す。

$$w_{\{f1, f2\}} = \varphi_s^{-1}(0.084) = 0.294$$

- (4) $g^*(\{d2\}) = g_0(\{d\}) g_3(d2) = 0.139$ であるので、M0の重要度に、逆関数($s=16, \xi=0.2$)を利用して戻す。

$$w_{\{d2\}} = \varphi_s^{-1}(0.139) = 0.406$$

- (5) $w_{\{c1, f1, f2, d2\}} = w_{\{c1\}} + w_{\{f1, f2\}} + w_{\{d2\}} = 0.724$ が、 $\{c1, f1, f2, d2\}$ の全体のファジィ測度の計算における重要度に相当する。したがって、M0の $s=16$ ($\xi=0.2$)を使って、

$$g^*(\{c1, f1, f2, d2\}) = \varphi_s(0.724) = 0.427$$

となる。

6. 評価値の求め方

AHPでは、一般に、各基準の評価値も一対比較で求める。しかし、代替案数が多い場合、一対比較が不可能な場合など、直接評価をしたり、その代替案が持つ属性値(価格など)から計算式で評価値を求めたりする。

このとき、HFIでは評価値にどのような性質が求められるのか説明する。

AHPは、加重平均であるので、各評価基準間で、評価値の差異の意味が同じであればよかった。例えば、3科目入試英数国を3:2:1の加重平均で総合評価値を求めるとき、英語が10点満点、数学が100点満点、国語が1000点満点で

あるとすると、重要度が3:2:1であっても、実質的に国語の得点が総合評価値に一番影響する。そこで、すべての教科を100点満点に変換してから、重要度による加重平均で相互評価値を求める。また、科目間で、得点分布が異なると、科目間で1の差の意味が異なってしまうので、標準偏差を10に統一するため、偏差値を各科目の評価値にすることがある。

AHPでは、各基準で評価値の合計を1にするように基準化して、この問題に対処している。

HFIでは、評価基準間で1点の差の意味が、同じであるという条件に加えて、基準をまたいでの評価値の大小関係に意味がなくてはならない。HFIの計算（例えば図8）で、各基準の評価値を大きい順に並べ替え、1番大きな値から2番目に大きな値を引いて、それを1番目単独の評価値としている。図8で、施設Aの費用の評価値から楽しみの評価値の差0.436を費用単独の評価値としている。このとき、費用の評価値が楽しみの評価値よりも高いこと、楽しみの0.056は、もし費用が0.056であれば、同じ程度によい評価値でなくてはならない。この2つの条件を評価単位が等しい（効用理論では、strong commensurability）と呼ばれている。

この2つの条件を満たすための簡易な方法として、代替案数が多い場合、偏差値を評価値としてことがよく行われる。この他の方法として、理想点と満足点を揃えること[9]で対処することもできる。各評価基準で、理想とする代替案を0.9点とし、満足点の代替案を0.5点とするように、変換する方法もある。

7. お わ り に

HFIを使い、「もの」や「サービス」の総合評価を行う標準的な方法を提案した。「もの」や「サービス」では、多くの場合、「費用」、「機能」と「感性に関わる基準」の3つの基準による総合評価である。「感性に関わる基準」には、「デザイン」（「もの」の評価の場合など）、「楽しみ」や「心地よさ」（「サービス」の評価など）などが挙げられる。これら3つの基準の下に、評価対象に応じた基準を置くモデルである。下の基準の統合には、上の3つの基準の性質により、相互作用の度合いが異なる。この相互作用の度合いを一对比較や標準値を採用することを提案した。

「感性に関わる基準」では、すべてのその下の基準で悪い点がない（欠点がない）代替案より、1つでも良い点がある代替案を選択するのではないかと、劣加法的なファジィ測度による評価であると著者らは考えるにいたった。

逆に「機能」については、必要な機能が不足していると使用上不便が生じるので、まんべんなく各機能があるとよいので、優加法的なファジィ測度による評価であると著者らは考えた。

高齢者施設の選択の問題でも、この枠組みが適用できると考える。ただ「感性に関わる基準」の「楽しみ」は、高齢者が複数求めることが多いと考え、劣加法的であるが、やや

加法的に設定した。高齢者にとって、楽しみが1つでもあれば、充実した生活がすごせるが、生活の多くの部分を施設で過ごすため、他の楽しみもある程度必要と考え、若干、加法的に近づけた。

今後は、他の例にも適用し、この枠組みの評価を行うことが必要であろう。そのためには、容易に計算できるようなシステム－例えば表計算ソフトウェアのひな形－を開発する必要がある。

謝 辞

本研究は、JSPS科研費16K00346の助成を受けたものである。

参 考 文 献

- [1] G. Choquet: Theory of capacities, Annales de l'Institut Fourier, 5, pp.131-295, 1954.
- [2] M. Sugeno: Theory of fuzzy integrals and its applications, Ph.D. Dissertation, Tokyo Institute of Technology, Tokyo, 1974.
- [3] T. L. Saaty: The Analytic Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation, McGraw-Hill, 1980.
- [4] Y. Takamoto: A Measure Theoretic Approach to Evaluation of Fuzzy Set Defined on Probability Space, J. Fuzzy Math., 2, pp.89-98, 1982.
- [5] T. Murofushi, and M. Sugeno: A theory of fuzzy measure: Representation, the Choquet integral and null sets, J. Math. Anal. Appl., 159, pp.532-549, 1991.
- [6] E. Takahagi: Fuzzy measure identification methods for a multi-level hierarchy diagram by assignment functions, 2017 Joint 17th World Congress of International Fuzzy Systems Association and 9th International Conference on Soft Computing and Intelligent Systems (IFSA-SCIS), DOI: 10.1109/IFSA-SCIS.2017.8023342, 2017.
- [7] 杉山孝男, 椎塚久雄: 階層型ファジィ積分による意思決定法, 日本ファジィ学会誌, 5(4), pp.772-782, DOI:10.3156/jfuzzy.5.4_772, 1993.
- [8] 高萩栄一郎: 重要度と λ による λ ファジィ測度の同定について, 日本ファジィ学会誌, 12(5), pp.665-676, DOI: 10.3156/jfuzzy.12.5_73, 2000.
- [9] 高萩栄一郎: 一对比較によるショック積分の被積分関数（入力値）の同定について, 知能と情報(日本知能情報ファジィ学会誌), 日本知能情報ファジィ学会, 19(1), pp.22-30, DOI: 10.3156/jsoft.19.22a, 2007.
- [10] 岩間泰広, 清須美匡洋, 椎塚久雄: 高齢者施設選択支援プロセスの基礎的考察, 日本感性工学会論文誌, 13(1), pp.203-208, DOI:10.5057/jjske.13.203, 2014.
- [11] 小山雅明, 高橋由樹, 椎塚久雄: ファジィ積分による看板の評価－看板の属性値が示すファジィ測度の単調性－,

階層化ファジィ積分 (HFI) による「もの」「サービス」の総合評価法の提案

日本感性工学会論文誌, 13(1), pp.155-162, DOI: 10.5057/jjske.13.155, 2014.

- [12] 椎塚久雄：現場の感性評価からファジィ積分モデルへ，日本知能情報ファジィ学会，ファジィシステムシンポジウム講演論文集，30，pp.820-825，DOI: 10.14864/fss.30.0_820, 2014.
- [13] 高萩栄一郎，椎塚久雄：ファジィ積分を現場でうまく使うには，日本知能情報ファジィ学会，ファジィシステムシンポジウム講演論文集，30，pp.826-827，DOI: 10.14864/fss.30.0_826, 2014.

高萩 栄一郎（正会員）

1985 年中央大学経済学部卒業。1989 年中央大学経済学研究科博士課程退学。福井工業大学経営工学科助手を経て，現在，専修大学商学部教授。ファジィ測度，ファジィ積分，AHP の研究に従事。日本知能情報ファジィ学会，日本オペレーションズ・リサーチ学会，日本経営数学会等の会員。

椎塚 久雄（正会員）

一般財団法人 ファジィシステム研究所特別研究員。株式会社 椎塚感性工学研究所代表取締役。工学院大学名誉教授。工学博士。中央大学共同研究員。南京航空航天大学客員教授。日本感性工学会元会長。これまでの主

な研究歴：回路構成論，グラフ理論，ペトリネット，システムシミュレーション，ファジィ理論，ソフトコンピューティング，感性工学等に関する研究に従事。現在は主に，感性デザインイノベーションを中心とした研究，特に，感性工学の新研究領域として地域活性化を含めたブランディング関連，超高齢社会におけるサステナビリティ等に関する諸問題にも関心を持って取り組んでいる。主な学会役職歴：1990～1992 年 国際システムダイナミックス学会日本支部理事。1995～1997 年 日本ファジィ学会理事。1997～2001 年 日本ファジィ学会評議員。1999 年～日本感性工学会理事。2001～2003 年 日本ファジィ学会副会長。2002～2003 年 電子情報通信学会コンカレント工学研究専門委員会委員長。2007 年 9 月～2013 年 9 月 日本感性工学会会長（3 期連続）。2013 年～ Chair of ISASE (International Society of Affective Science and Engineering)，2015 年 日本知能情報ファジィ学会名誉会員，2016 年～ アフェクティブイノベーション協会会長，現在に至る。