任意形状凸多面体に対する重心座標を用いた メッシュモデルの形状変形に関する研究*

水野 学** 伊達宏昭*** 金井 理*** 岸浪建史***

Free-Form Deformation for Mesh Models based on Barycentric Coordinates for Convex Polytope

Gaku MIZUNO, Hiroaki DATE, Satoshi KANAI and Takeshi KISHINAMI

In this paper, we present a parametric deformation method for mesh models based on barycentric coordinates for convex polytope. First, we propose a FFD (free-form deformation) based on barycentric coordinates. Arbitrary convex polytope can be used for the deformation handle of the FFD. Next, we propose an automatic handle construction method for the FFD based on definition and classification of deformation types. Deformation handles suitable for user intended deformation types can be automatically constructed by selecting the deformation type and model portions to be deformed. Finally, we propose a parametric handle deformation method driven by the affine transformation. In our method, user can deform the model by selecting deformation type, portions to be deformed, and by manipulating one or two deformation parameters. Moreover, we propose a method for preserving approximated geometric continuity at the boundary between deformed portions and non-deformed portions of the models. For this purpose, we impose geometric constraints derived from analysis of derivatives of barycentric coordinates on the deformation handle for each deformation type.

Key words: free-form deformation, barycentric coordinates, mesh model, parametric deformation, geometric continuity

1. は じ め に

近年、三角形メッシュモデルはCGの分野のみならず工業製品開発の様々な分野で利用されるようになってきた。その理由として、データ構造が単純であること、形状表現自由度が高いこと、計算機の処理能力向上に伴い高密度メッシュによる高精度な形状表現が可能になったことなどが挙げられる。これらの背景のもと、リバースエンジニアリングや3次元モデルデータベースのクエリにより得られる既存メッシュモデルの形状を自由に変形し、所望の形状のモデルを作成することで設計効率を上げたいという要求がある。このようなメッシュモデルの形状変形手法には、設計効率向上という観点から、変形の自由度が高いこと、操作が煩雑でないこと、曲げやねじりといった工学的に有用なためよく用いられる単純な変形が定量的に行えること、変形の計算コストが小さいことなどが望まれる。これまで、主にCG分野を中心に、メッシュモデルの変形を目的とした多くの研究がなされてきた^{1)~6)}。主な手法として、場を変形することで内部のメッシュモデルを変形する手法がある。その代表的なものとしてFFD (Free-Form Deformation) が挙げられる。FFDは、モデルを包含する平行六面体を内分して作られる規則格子(ハンドル)の内部にモデルを埋め込み、ハンドルの頂点とモデル頂点を高次のバーンスタイン基底関数で関連付け、ユーザがハンドル頂点を操作して空間を変形することで埋め込まれたモデルの形状変形を行う手法である¹⁾。この手法は大域的で、直感的な変形を行うことが可能である。しかしながら、ハンドルとして平行六面体の内分点からなる規則格子しか用いることが出来ず、変形に適したハンドルを作成することができない場合があることや、空間を変形するためにハン

ドル頂点を個別に操作するため操作が煩雑であることなどが欠点として挙げられる。これらの問題点のうち、変形に適したハンドル作成の困難さの解決を目的としたいいくつかの手法が提案されている。Coquillartら²⁾はExtended FFD (EFFD)を提案した。EFFDでは、初期格子を結合してハンドルを作成でき、自由度の高い形状変形が実現されている。また吉田ら³⁾はガウス関数に基づく自由形状変形(GFFD)を提案した。GFFDは自由配置された頂点を操作することでモデルを直感的に変形する手法であり、変形操作を行うハンドルとなる頂点を自由に追加・削除できるため変形に適したハンドル作成が可能である。Kobayashiら⁴⁾は独立した三角形の集合からなる制御メッシュを代表表現とし、その制御メッシュ上へのモデル頂点のマッピングと操作に基づく自由形状変形(t-FFD)を提案した。この手法は位相的な制限の無い制御メッシュをハンドルとして利用可能である。そのため変形に適したハンドルを作成しやすい。近年では、Juら⁵⁾が多面体に対するmean value coordinatesに基づいた自由形状変形手法を提案した。この手法では、任意多面体をハンドルとして利用できるため変形の自由度が高い。また変形のための計算コストも低いため対話的な変形を行うことが可能である。しかし、上記5つの自由形状変形手法では、変形操作のため各々のハンドル頂点を個別に操作する必要があるため、依然として曲げやねじりといった単純な変形を行うための操作が煩雑である。また、変形を定量的に規定することができないという問題を残している。

一方で、操作の煩雑さを解決することを目的とした変形手法も提案されている。Huaら⁶⁾はスカラー場にモデルを埋め込み、スカラー場を変化させることで埋め込まれたモデルを変形する自由形状変形手法(s-FFD)を提案した。スカラー場はスケッチ情報の入力により操作されるため、変形操作が容易かつ直感的である。この手法では変形を定量的に行うことができないため、設計などの工学的な応用には不向きである。このように従来の変形手法は、設計などの工学的な応用を考慮した場合、

* 原稿受付 平成18年12月15日

** 学生会員 北海道大学大学院情報科学研究科(札幌市北区北14西9)

*** 正会員 北海道大学大学院情報科学研究科(札幌市北区北14西9)

Fig.1 An overview of our method

対応できる変形タイプが多いが変形操作が煩雑、変形操作が容易であるが対応できる変形のタイプが少ない、定量的な変形を行うことができないなどという問題点を持つ。

そこで本研究ではこれらの問題点を解決するため、工学的な設計の観点からユーザが望む変形タイプを明確にし、自由形状変形手法の必要十分な自由度のみを残したパラメトリック形状変形手法を提案する。本手法は、変形操作が容易で十分な変形自由度をもち、なおかつ定量的な変形が可能なメッシュモデルの形状変形手法である。始めに、重心座標を用いたメッシュモデルの自由形状変形手法を提案する。この手法では、任意形状の凸多面体をハンドルとして用いることができ、ハンドル形状の設計自由度が高い。また、変形はリアルタイムに行えるため、ユーザは対話的な変形を行える。次に、ユーザが望む変形タイプを調査し、重心座標を用いたパラメトリック形状変形手法を提案する。この手法では、ユーザが曲げ、反り、ねじりなどの変形のタイプ、および画面上での長方形入力により変形領域を選択することで、変形に適した凸多面体のハンドルが自動生成される。ユーザが変形タイプに従った変形パラメータ（例えば曲げ変形における曲げ角 θ ）を操作すると、ハンドル形状が変化してモデルの変形を行うことが可能である。最後に、モデルの変形部分と非変形部分の境界付近で近似的に変形前後の連続性を保つ手法を提案する。そのために、重心座標の導関数を解析し、変形パラメータに対するハンドル形状の拘束条件を導出する。

図1に提案手法の概要を示す。最初にユーザが変形タイプ、連続性、モデルの変形部分を選択すると、システムによりユーザの望む変形に適したハンドルが自動的に生成される（A1）。次に、システムによりハンドルの内部にあるモデル頂点の重心座標が計算される（A2）。最後に、ユーザが変形パラメータを操作するとハンドルが変形し、内部のモデル頂点が重心座標を用いた自由形状変形に基づいて移動する（A3）。ただし本研究では、位相が変化する変形や、変形に伴うモデルの自己干渉の問題を扱わない。

本論文の構成は以下の通りである。第2章では重心座標を用いた自由形状変形手法を提案する。第3章では重心座標を用いたメッシュモデルのパラメトリック形状変形手法を提案する。第4章では変形前後で連続性を保つための条件を導出する。第5章では結果と考察を述べる。第6章では結論について述べる。

2. 重心座標を用いた自由形状変形手法

2.1 重心座標

n 個の頂点を持つ多面体 P （もしくは多角形）が与えられたとき、その i 番目の頂点を $\mathbf{v}_i$ とする。関数 $b_i(\mathbf{x})$ が P 内部の点 $\mathbf{x}$ に対して式(1)～式(3)を満たすとき、 $b_i(\mathbf{x})$ は P の頂点 $\mathbf{v}_i$

に関する重心座標と定義される⁹⁾。

$$b_i(\mathbf{x}) \geq 0 \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n b_i(\mathbf{x}) = 1 \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{v}_i b_i(\mathbf{x}) = \mathbf{x} \quad (3)$$

2.2 単体に対する重心座標

単体⁹⁾ P の頂点 $\mathbf{v}_i$ に関する重心座標は、式(4)のように、単体 P の体積と、頂点 $\mathbf{v}_i$ を内部の点 $\mathbf{x}$ で置き換えた単体 P_i の体積の比として計算される。

$$b_i(\mathbf{x}) = \frac{\text{Vol}(P_i)}{\text{Vol}(P)} \quad (4)$$

ここで、 $\text{Vol}(P)$ は単体 P の体積を求める関数である。

2.3 凸多面体に対する重心座標

多面体が単体でない場合、上記の定義を満たす重心座標は複数あり、一意には求まらない。本研究では Warren ら^{7) 8)} による凸多面体に対する重心座標の計算手法を用いる。重心座標は、凸多面体が単純 (simple)⁹⁾ な場合と、単純でない場合に分けて計算される。以下にその計算方法を述べる。

多面体の頂点が、3つの平面の交点である場合（すなわち隣接面を3つ持つ場合）、その頂点は単純である。全ての頂点が単純である多面体は単純な多面体である。単純な場合、内部の点 $\mathbf{x}$ の凸多面体 P に対する重み関数 $w_i(\mathbf{x})$ を、 $\mathbf{v}_i$ の隣接面の単位法線の張る平行六面体体積と、 $\mathbf{v}_i$ の各隣接面と $\mathbf{x}$ の距離の積との比として式(5)のように定義する。

$$w_i(\mathbf{x}) = \frac{\left| \left(\mathbf{n}_{\sigma 1}^i \times \mathbf{n}_{\sigma 2}^i \right) \cdot \mathbf{n}_{\sigma 3}^i \right|}{\prod_{k=1}^3 (\mathbf{v}_i - \mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}_{\sigma k}^i} \quad (5)$$

ここで、 $\mathbf{n}_{\sigma 1}^i, \mathbf{n}_{\sigma 2}^i, \mathbf{n}_{\sigma 3}^i$ は、 $\mathbf{v}_i$ の3つの隣接面の単位法線である。重み関数 $w_i(\mathbf{x})$ を正規化することで、 $\mathbf{x}$ の凸多面体 P に対する重心座標の成分 $b_i(\mathbf{x})$ を式(6)より求めることができる。

$$b_i(\mathbf{x}) = \frac{w_i(\mathbf{x})}{\sum_{j=1}^n w_j(\mathbf{x})} \quad (6)$$

ただし、内部の点 $\mathbf{x}$ が多面体の1つの面分上にある場合、 $b_i(\mathbf{x})$ は、その面分（凸多角形）内での重心座標として計算する⁸⁾。

凸多面体が単純でない場合、凸多面体は単純でない頂点を持つ。その頂点には隣接面が3つ以上あるため、上記の方法で重み関数を求めることはできない。そこで、隣接面をわざとにずらすことによって、単純でない頂点を単純な頂点と隣接面の1つ減った頂点に近似し、この処理を繰り返すことで単純でない頂点を単純な頂点の集合に近似する。全ての単純でない頂点を単純な頂点に近似することで、単純でない凸多面体は単純な凸多面体に近似される。単純でない頂点の重心座標の成分は、近似した単純な頂点それぞれに対する式(6)の重心座標の和として求める。また重心座標は、面のずらし方によらず一意に定まる⁸⁾。

2.4 重心座標を用いた自由形状変形手法

重心座標を用いた自由形状変形 (Barycentric Coordinates-based FFD, 以降 BCFFD とする) の手順を以下に示す。モデルの変形したい部分を覆うような凸多面体のハンドルが作成されると、そのハンドルの内部メッシュモデル各頂点の重心座標が、式(5)及び式(6)により計算される。次にユーザがハンド

ル頂点を移動すると、内部メッシュモデル各頂点 $\mathbf{x}'$ が式(7)に基づいて移動しモデルが変形する (図 2)。

$$\mathbf{x}' = \sum_{i=1}^n \mathbf{v}'_i b_i(\mathbf{x}) \quad (7)$$

ここで $\mathbf{v}'_i$ はハンドルの頂点 $\mathbf{v}_i$ の移動後の位置である。式(7)をハンドル内の全てのメッシュモデル頂点に適用することで、メッシュモデルの自由形状変形が行われる。

図 2 に本手法によりウサギの耳を変形した結果を示す。重心座標計算は Pentium4 3.4GHz の一般的な計算機を用いて 10000 頂点程度のモデルに対して 0.01 秒以下で行われ、十分に高速であるといえる。また、変形は 100 万頂点程度のモデルに対して 10FPS 以上のフレームレートで行われ、リアルタイムな変形が実現されている。

しかしながら BCFFD は変形の自由度が高い反面、ハンドルの各頂点を個別に移動させなければならず変形操作が煩雑である。そこで、本研究では設計段階で必要とされる変形をモデル化・分類することで、ユーザの望む変形タイプに必要な変形自由度のみを残したハンドルを自動的に作成する手法、ならびに曲げ角などといった変形パラメータの操作のみでハンドルを変形し、内部のモデルを変形する手法を提案する。

3. メッシュモデルのパラメトリック形状変形手法

3.1 空間の定義と変形の分類

本研究では、変形を分類するために、変形に対して図 3 のように内部頂点がアフィン変換として定量的に記述できる空間を制御空間、内制御空間に追従して移動をする空間を変形空間、変形前後で内部頂点の移動しない空間を固定空間と定義し、変形前後の制御空間の位置関係を記述するアフィン変換の種類と各空間の配置によって変形のタイプ进行分类する。既存の研究^{2)~6), 10)}で行われている変形、市販の CG ソフト¹¹⁾で行われている変形は表 1 のように 6 種類 (a) 曲げ (b) ねじり (c) 伸縮 (d) 反り (e) 部分拡大縮小 (f) 部分移動) に分類される。例えば曲げ変形は固定、変形、制御空間が直列に配置され、制御空間が回転変換によって移動する変形であり、変形パラメータとして曲げ角 θ が定義される。

3.2 ハンドルの自動生成とパラメトリック操作

変形空間内のモデルは BCFFD に従って変形されるため、変形空間は凸多面体によって定義される必要がある。我々の手法では、変形空間の境界となる幾つかの長方形を画面上で入力することで各々の空間を定義し、ハンドルを自動生成する。

曲げ、ねじり、伸縮については図 3(a) のように長方形を 1 つ入力する。これらの変形では変形空間は図 3(b) のように入力した長方形を、その内側に含まれるモデル部分の奥行だけ奥行方向に押し出して得られる六面体の内部の空間として定義され、ハンドルは押し出しの結果得られた六面体となる。変形空間内のモデルを挟む部分はそれぞれ固定空間内モデル、及び制御空間内モデルとなる。どちらが固定空間内モデルになるかは頂点入力の順に従う。

反り、部分移動、部分拡大縮小については図 3(d) のように一方が他方の内部に含まれる 2 つの長方形を入力する必要がある。これらの変形では図 3(e) のように 2 つの長方形の間を、それらの内側に含まれるモデル部分の奥行だけ奥行方向に押し出して得られる空間が変形空間となり、ハンドルはその空間を分割した 4 つの六面体となる。また各々長方形の外側を固定

Fig.2 Barycentric coordinates-based FFD

Fig.3 Definition of the spaces

Fig.4 Parametric deformation based on BCFFD

Table1 Classification of deformations

Deformation type	Spaces	Deformation parameter	Translation of control space
Bend		θ	$Rot(\mathbf{k}, \theta)$
Twist		θ	$Rot(\mathbf{v}, \theta)$
Stretch		h	$Trans(\mathbf{v}, h)$
Warp		h	$Trans(\mathbf{k}, h)$
Partial scaling		s	$Scale(\mathbf{k}, \mathbf{v}, s)$
Partial Moving		h	$Trans(\mathbf{v}, h)$

■ Fixed spaces □ Control spaces — Deforming spaces
 $\mathbf{v}$: A vector from Fixed space to control space
 $\mathbf{k}$: A vector vertical to $\mathbf{v}$

空間、内側を制御空間として定義する。

変形は以下のように行われる。はじめに、ユーザが変形タイプを選択する。次に、メッシュモデル上の変形対象部分を囲う長方形を画面上で入力する。すると自動的にハンドルが生成され、モデル各頂点の変形空間に対する重心座標が計算される。最後にユーザが 3.1 節で定義された変形パラメータの値を変えると、選択された変形タイプを定義するアフィン変換で制御

空間が変換され、それに伴う変形空間の変形に従って内部のモデルが2章で述べたBCFFDによって変形する(図3)。図4に本手法による変形結果を示す。

本手法ではモデルの変形部分と非変形部分の境界付近での幾何学的連続性が変形前後で保たれない。そのため変形の結果、入力形状の連続性が失われてしまう。これは、自動生成されるハンドルに六面体を用いていることが原因である。そこで、六面体に形状制御のための頂点を挿入した数種の凸多角柱に対する重心座標の導関数を考察する。次に、これらの結果を用いて、パラメトリック形状変形手法において、境界付近での連続性を変形前後で保つためのハンドル形状の条件を導出する。

4. 変形における幾何学的連続性の制御

4.1 空間境界における幾何学的連続性

一般に、モデルの幾何学的連続性はモデル表面上の接平面や曲率などの連続性として定義される。本研究では変形空間と固定・制御空間との境界で、変形前後の連続性を保つことで間接的に内部に含まれたモデルの変形空間と固定・制御空間との境界での連続性を保つ。

変形空間を定義する凸多面体に対して、原点がその重心であり、 y 軸がその境界面垂直方向である図5(a)のような座標系を考える。このとき変形空間と固定・制御空間との境界面上で連続性を保つ条件を、変形前後で重心座標の y 軸方向の偏導関数が変化しないこと、すなわち式(8)のように、変形パラメータ α に依存しないこととする。

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{\partial \mathbf{x}'_S}{\partial y} \right) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \mathbf{v}_i(\alpha)}{\partial \alpha} \frac{\partial b_i(\mathbf{x}_S)}{\partial y} = 0 \quad (8)$$

ただし、 $\mathbf{x}_S$ は固定空間と変形空間の境界面上の点、 $\mathbf{x}'_S$ は $\mathbf{x}_S$ の移動後位置、 $\mathbf{v}_i(\alpha)$ は変形パラメータ α に対する凸多面体頂点 $\mathbf{v}_i$ の移動後位置である。式(8)より、境界での連続性の保存には重心座標の y 方向導関数値が影響を与えることがわかる。次節では変形空間を定義する凸多面体の候補としていくつかの限定された凸多角柱をあげ、それらに対する重心座標およびその y 方向導関数を求めることで、連続性を保つための条件を導出する。

4.2 重心座標の導関数解析

本節では、図5(a)のような座標系を持つ、四角柱、六角柱、八角柱に対して導関数を計算し、変形前後で連続性を保つことの可能なハンドル形状について考察する。

4.2.1 四角柱に対する解析

図5(a)のように変形空間を定義する四角柱($-1 \leq x, y, z \leq 1$)に対して重心座標の導関数を計算し連続性を考察する。凸多面体の頂点のうち、制御空間との境界上にあるものを制御頂点 $\mathbf{v}_A$ 、固定空間との境界上にあるものを固定頂点 $\mathbf{v}_F$ と定義し、それらに対応する重心座標を b_A 、 b_F とする。図5(b)(c)に式(5)(6)から求めた重心座標とその y 方向導関数を $x=0, z=0$ 上で、 y の変化に対してプロットした結果を示す。結果のグラフより、重心座標は線形であり、重心座標の y 方向導関数が定数であることがわかる。

固定空間の定義より $\mathbf{v}_F$ は α に依存せず、 $\mathbf{v}_A$ は常に α に依存する。そのため式(9)(10)が成り立つ。

$$\frac{\partial \mathbf{v}_F(\alpha)}{\partial \alpha} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_A(\alpha)}{\partial \alpha} \neq 0 \quad (10)$$

Fig.5 Analysis of BC and its derivatives for rectangular prism

Fig.6 Analysis of BC and its derivatives for hexagonal prism

Fig.7 Analysis of BC and its derivatives for octagonal prism

式(9)を固定空間と変形空間の境界で空間連続性を変形前後で保つための条件(式(8))に適用すると式(11)が導かれる。

$$\sum_{\mathbf{v}_i \in V_A} \frac{\partial \mathbf{v}_i(\alpha)}{\partial \alpha} \frac{\partial b_i(\mathbf{x}_S)}{\partial y} = 0 \quad (11)$$

ここで、 V_A は制御頂点 $\mathbf{v}_A$ の集合である。図5(c)より $\partial b_A(\mathbf{x}_S)/\partial y > 0$ であること、及び式(10)より、式(11)は満たされない。以上より、四角柱で変形空間に用いた場合、境界での空間連続性が保たれない。

4.2.2 内分点を追加した四角柱に対する解析

次に、四角柱の変形空間に、形状を制御するための自由度となる自由頂点 $\mathbf{v}_D$ を四角柱の辺上に挿入して解析する。 $\mathbf{v}_D$ に対応する重心座標を b_D とする。図5(e)(f)に、重心座標および重心座標の導関数をプロットした結果を示す。四角柱の場合と同様、重心座標が線形であること、重心座標の導関数が定数であることがわかる。これは、挿入した頂点 $\mathbf{v}_D$ に対しては、隣接面の法線の張る平行六面体体積が0となるため重み関数の分子が0になり、自由頂点 $\mathbf{v}_D$ に対する重心座標 $b_D(\mathbf{x})$ の値が

0 になることが原因である。この場合も前節同様、固定空間と変形空間の境界で幾何学的連続性を保つ変形は行えない。

4.2.3 六角柱に対する解析

次に、頂点を挿入した多面体に対して $b_D(\mathbf{x})$ の値が 0 にならないよう、図 6(a) のように z 方向に d だけオフセットした六角柱に対して解析を行う。図 6(b)~(e) に $d=2, d=1000$ である場合の解析結果を各々示す。 d を大きくした場合、変形空間と固定空間の境界面 ($y=-1$) では隣接しない頂点 $\mathbf{v}_A$ に関する導関数が 0 に近づいていることがわかる。 d の極限をとると、理論的に式(12)が成り立つ。

$$\lim_{d \rightarrow \infty} \frac{\partial b_A(\mathbf{x}_S)}{\partial y} = 0 \quad (12)$$

従って、 d の値が十分に大きいと仮定し、式(12)、式(9)を式(8)に適用することで、変形空間と固定空間の境界での幾何学的連続性保存のための条件は式(13)となる。

$$\sum_{\mathbf{v}_i \in V_D} \frac{\partial \mathbf{v}_i(\alpha)}{\partial \alpha} \frac{\partial b_i(\mathbf{x}_S)}{\partial y} = 0 \quad (13)$$

ただし V_D は自由頂点 $\mathbf{v}_D$ の集合である。式(13)を満たす解として式(14)を得る。

$$\frac{\partial \mathbf{v}_D(\alpha)}{\partial \alpha} = 0 \quad (14)$$

式(14)より、変形空間と固定空間の境界で連続性を保つ条件は自由頂点 $\mathbf{v}_D(\alpha)$ が変形パラメータの変化に関して移動しないことである。同様に、変形空間と制御空間での連続性を保つ条件は、変形パラメータの変化に対して自由頂点と制御空間の相対位置が変化しないことである。しかしながら、全ての変形タイプに対して両方の境界面で連続性を同時に保つための条件を満たす自由頂点位置は存在しない。このため、六角柱で定義される変形空間でも、境界での連続性が保たれない。

4.2.4 八角柱に対する解析

図 7(a) のように四角柱の辺上に頂点を二層挿入し、頂点を z 方向に d だけオフセットした八角柱に対して解析を行う。ここで、制御空間との境界と隣接した自由頂点を $\mathbf{v}_{DA}$ 、固定空間との境界と隣接した自由頂点を $\mathbf{v}_{DF}$ とする。またそれぞれに対応する重心座標を b_{DA} 、 b_{DF} とする。図 7(b)~(e) に d を変化させて解析した結果を示す。 d を大きくした場合、変形空間と固定空間の境界面では固定頂点に隣接していない頂点 $\mathbf{v}_A, \mathbf{v}_{DA}$ に関する重心座標の導関数が 0 に近づいていることがわかる。 d の極限をとると、理論的に式(15)(16)が成り立つ。

$$\lim_{d \rightarrow \infty} \frac{\partial b_A(\mathbf{x}_S)}{\partial y} = 0 \quad (15)$$

$$\lim_{d \rightarrow \infty} \frac{\partial b_{DA}(\mathbf{x}_S)}{\partial y} = 0 \quad (16)$$

d の値が十分に大きいと仮定し、式(15)、式(16)、式(9)を式(8)に適用することで、変形空間と固定空間の境界で変形前後の連続性を保つための条件は式(17)となる。

$$\sum_{\mathbf{v}_i \in V_{DF}} \frac{\partial \mathbf{v}_i(\alpha)}{\partial \alpha} \frac{\partial b_i(\mathbf{x}_S)}{\partial y} = 0 \quad (17)$$

ただし V_{DF} は制御頂点 $\mathbf{v}_{DF}$ の集合である。式(17)を満たす解として式(18)を得る。

$$\frac{\partial \mathbf{v}_{DF}(\alpha)}{\partial \alpha} = 0 \quad (18)$$

式(18)より変形空間と固定空間の境界で幾何学的連続性を

Fig.8 Constrains for deforming space

Fig.9 Warp

Fig.10 Example of our method for simple model

保つ条件は、自由頂点 $\mathbf{v}_{DF}(\alpha)$ が変形パラメータの変化に対して移動しないことである。同様に、変形空間と制御空間での連続性を保つ条件は、自由頂点 $\mathbf{v}_{DA}(\alpha)$ の制御空間に対する相対位置が変形パラメータの変化に対して変化しないこととなる。以上の条件を同時に満たすことが、境界での連続性を変形前後で保つ条件であるといえる。

4.3 幾何学的連続性を保つハンドル形状の導出

本節では前節の八角形柱に対する解析結果を用いて、変形空間の境界で幾何学的連続性を保つハンドル形状の条件を変形タイプ毎に具体的に導出する。ハンドル生成は、4.2 節で述べた八角柱をモデルの大きさに合わせてスケールリングして適用することで行われる。

4.3.1 曲げ

曲げは、制御空間が z 軸まわりに回転移動する変形である。変形パラメータは回転角 θ である。前節より、変形空間の境界での幾何学的連続性を保つ条件は、図 8(b) のように、各境界に隣接する自由頂点が、境界面に対して相対的に移動しないことである。以上より、幾何学的連続性を保つ自由頂点位置は以下のように書くことができる。

$$\mathbf{v}_{DF}(\theta) = \mathbf{v}_{DF}(0) \quad (19)$$

$$\mathbf{v}_{DA}(\theta) = Rot(z, \theta) \mathbf{v}_{DA}(0) \quad (20)$$

ただし $Rot(z, \theta)$ は z 軸まわりに θ 回転する 3×3 変換行列である。

4.3.2 反り

反りは、図 9 のように変形空間が 2 つある変形である。本論文では対称性を考え、一方の変形空間についてのみ幾何学的

連続性を保つ条件を述べる。反りは制御空間が x 軸方向に h だけ平行移動する変形である。前節同様、変形空間の境界での幾何学的連続性を保つ条件は、図 8(c)のように各境界に隣接する自由頂点が境界面に対して相対的に移動しないことである。そのため、幾何学的連続性を保つ自由頂点位置は以下のように書くことが出来る。

$$\mathbf{v}_{DF}(h) = \mathbf{v}_{DF}(0) \quad (21)$$

$$\mathbf{v}_{DA}(h) = \mathbf{v}_{DA}(0) + (h, 0, 0)^T \quad (22)$$

4.3.3 ねじり

ねじりは、制御空間が y 軸まわりに回転移動する変形である。変形パラメータは回転角 θ である。前節同様、変形空間の境界での幾何学的連続性を保つ条件は、図 8(d)のように、各境界に隣接する自由頂点が境界面に対して相対的に移動しないことである。そのため、幾何学的連続性を保つ自由頂点位置は以下のように書くことが出来る。

$$\mathbf{v}_{DF}(\theta) = \mathbf{v}_{DF}(0) \quad (23)$$

$$\mathbf{v}_{DA}(\theta) = \text{Rot}(y, \theta) \mathbf{v}_{DA}(0) \quad (24)$$

5. 提案手法の適用結果と考察

図 10(f)~(h)に単純な形状のメッシュモデル (103680 面) に対し、4.3 節で定義した連続性を保つハンドルを用いて曲げ、反り、ねじり変形を行った結果を示す ($d=10$ の場合)。同図 10(b)~(d)は変形空間を六面体 (四角柱) により定義した場合の変形結果である。これらの比較から、本手法により幾何学的連続性を保つためのハンドルが自動的に生成されていること、ユーザのパラメータ操作により幾何学的連続性を保った変形が行われていることを視覚的に確認した。また、4 節で述べたオフセット値 d をハンドルの y 方向の長さの 10~100 倍程度にすることで、エンジニアリングでの実用上十分な程度の幾何学的連続性を変形前後で近似的に保つことができることを確認した。図 11 に HDD カバーモデル (約 20000 面) に対して部分拡大/縮小、部分移動変形を適用した結果を示す。図 12 に携帯電話モデル (約 9000 面) に対して本手法を適用した結果を示す。図 13 に CG キャラクタモデル (happy budda, 約 600000 面) に本手法による曲げ、ねじり、反り変形を適用した結果を示す。これらより、本手法が工業製品モデルの設計変更、スタイリングデザイン、アニメーション作成のためのメッシュモデル変形に適用可能であることを確認した。また、パラメトリック形状変形用のハンドル生成は瞬時に行われる。2 節で述べたように BCFD では、重心座標計算と変形はリアルタイムに行われるため、ユーザは複数の変形の組み合わせから構成される一連の変形操作を対話的なスピードで行うことが可能である。

6. おわりに

本論文の結論を以下に述べる。

- (1) 任意凸多面体に対する重心座標を用いた、ハンドル形状を凸多面体として利用可能な自由形状変形手法を提案した。
- (2) 変形における空間の分類とアフィン変換、変形パラメータの種類に基づいて、工学的な設計で望まれる変形を 6 つのタイプに分類した。さらに、各変形タイプに対する自動ハンドル生成法を述べ、メッシュモデルのパラメトリック形状変形手法を提案した。
- (3) 様々なハンドル形状に対する重心座標関数を解析し、変形部と非変形部の境界で幾何学的連続性を近似的に保つため

Fig.11 Example for cover of HDD

Fig.12 Example for cellular phone

Fig.13 Example for happy budda

のハンドル形状の条件を導出した。また、3 つの変形タイプに対して変形前後で幾何学的連続性を保つことが可能なパラメトリック形状変形手法を提案した。

- (4) 計算機実装により、提案手法が、変形に適したハンドルの自動作成が可能であること、パラメータ操作による定量的な変形が可能であること、変形の境界部分で幾何学的連続性を近似的に保つことが可能なこと、リアルタイムな変形が可能であることを確認した。

参考文献

- 1) TW. Sederberg, SR. Pary: Free-Form Deformation of Solid Geometric Models, Proc. SIGGRAPH'86, (1986) 151.
- 2) S. Coquillart: Extended free-form deformation: A sculpturing tool for 3D geometric modeling, Proc. SIGGRAPH'90, (1990) 187.
- 3) 吉田典正, 加納顕也, 北嶋克寛: ガウス関数に基づく Free-Form Deformation, 精密工学会誌, 65, 7, (1999) 971.
- 4) Kazuya. G. KOBAYASHI, Katsutoshi. OOTSUBO: t-FFD: Free-Form Deformation by using Triangular Mesh, Proc. ACM Symposium on Solid Modeling and Applications'03, (2003) 226.
- 5) Tao. Ju, Scott. Schaefer, J. Warren: Mean value coordinates for closed triangular meshes, Proc. SIGGRAPH'05, (2005) 561.
- 6) J. Hua, H. Qin: Free-Form Deformation via Sketching and Manipulating Scalar Fields, Proc. ACM Symposium on Solid Modeling and Applications'03, (2003) 328.
- 7) J. Warren: Barycentric Coordinates for Convex Polytopes, Advanced in computational Mathematics, 6, (1996) 97.
- 8) J. Warren: On the uniqueness of barycentric coordinates, In Computational Mathematics, Proceedings of Algebraic Geometry and Geometric Modeling, (2003) 93.
- 9) 日本数学会編集: 岩波数学辞典 第3版, (1993).
- 10) A. H. Barr: Global and local deformations of solid primitives, Proc. SIGGRAPH '84, (1984) 21.
- 11) 例えば Alias: MAYA, <http://www.alias.co.jp/products-services/maya/>.