ブレンド面の手続き的な表現手法*

松 木 則 夫**

古 川 慈 之**

木 村 文 彦***

Procedural Representation Method of Blending Surface

Norio MATSUKI, Yoshiyuki FURUKAWA and Fumihiko KIMURA

A solid model representing a product requires filleting or blending, which rounds a specified edge or vertex, in order to make a production model for manufacturing purpose such as mould die model. As a surface representation, current major solid modeling CAD systems use a tensor product surface such as B-spline or NURBS surface. Representing blend surfaces using tensor product surfaces, however, causes several problems in the case such as, blends for meandering shapes or blends degenerate at one side of a surface. We propose a new blend algorithm which makes blend process robust. In this report, we show a procedural blend surface representation that intersections of offset surfaces are represented in procedural curves and basic blend surfaces values, point positions and differentials, are interrogated through that curves. Several examples are shown to verify that procedural blend surfaces have higher quality compared to tensor product surfaces.

Key words: blend, blending, fillet, CAD, solid modeling, procedural surface, procedural curve

1. 緒 言

立体形状の稜線や頂点に丸みをつけるブレンド処理 (blending) は、鋳造モデルなど生産のための CAD のモデリングには必須の機能である。ブレンド処理で作成されるブレンド面 (あるいはフィレット面) は、B-spline 曲面などのテンソル積型の曲面により表現されるのが普通である。しかし、テンソル積型の曲面表現には、蛇行する形状や縮退する頂点において曲面の品質が低下するという欠点がある。また、ブレンド面に高精度が要求される場合には、補間点を多数挿入する必要が生じ、曲面のデータ量が増大する問題が起こる。さらに、テンソル積型の面は、本来の定義に対する近似であるため、ブレンド面の上にブレンド面を作成する処理を繰り返すと、近似誤差が累積し、品質の低下を招くという問題がある。

本研究では、これらの問題を解決するために、明示的な曲面形式を持たず曲面を表現する方法 (手続き的な面) の一手法として、ブレンド対象となる面のオフセット面の交点列でブレンド面を表現する手法を提案する。本手法の特徴は、曲面上の点や接ベクトルなどの曲面情報を、要求があった時点で収束計算などの計算処理を行うことで求めることにある。これにより、テンソル積型面としての表現が不要となり、蛇行する形状の問題や縮退する頂点の問題が発生しない。さらに、近似の累積によるデータ品質の低下を回避することができ、高品質かつデータ量の少ない曲面が実現できる。本論文では、特徴的な形状についてテンソル積型面の課題を示し、本手法の概要を述べ、事例を示して本手法の有効性を検証する。

2. 関連研究

ブレンド面は過去に数多くの研究がなされていた^{1)~5)}が、近年は、頂点ブレンドに関する研究を除くと、研究そのものが少ない。また、それらの研究内容は頂点部分に有理スプライン面⁶⁾や特殊な複数パッチ⁷⁾を作成する研究である。手続き的なブレンド処理 (procedural-blending)⁸⁾あるいは手続き的な面 (procedural surface)⁹⁾についても、その考え方は広く知られてい

Fig.1 Blending surface generation by rolling ball algorithm

るが、実際に論文等で紹介されている例は、微分方程式による表現⁹⁾など限られている。このように、ブレンド面の手続き的な面表現に関する関連研究は少ない。この理由として、一つはブレンド面を含めテンソル積型面の作成手法が成熟した技術として市販 CAD システムにおいて広く利用されているが、手法に関する情報が公開されず、学術研究の対象として取り扱いが困難であるという事実がある。もう一つは、手続き的な面は CAD データとして流通できない、という認識のため⁹⁾、これに取り組む研究が少ないものと思われる。このため、現在では通常、ブレンド面は B-spline あるいは NURBS で表現されている。しかし、テンソル積型面の性質に起因する問題は解決しておらず、ブレンド面が必須である CAM システムにおいては、相変わらずモデリングの課題としてブレンド面の品質が問題となっている。

3. テンソル積型のブレンド面表現の課題

テンソル積型の面とは、例えば、B-spline 曲面の場合、2 次元のパラメータ空間 (u, v) から 3 次元空間への写像として、

$$S(u, v) = \sum_i \sum_j P_{i,j} N_i(u) N_j(v) \dots (1)$$

のように、各パラメータに対応した基底関数 $N_i(u)$ 、 $N_j(v)$ の積で表現されるものである。 $P_{i,j}$ は 3 次元の制御点である。

ブレンド面とブレンド処理の対象となる面との境界はトリムライン(trimline)と呼ばれる⁹⁾。ブレンド面のトリムライン方向のパラメータを v とするとき、2 つのトリムライン $T_0(v)$ 、 $T_1(v)$ は図 1 のように v の関数として表現される。パラメータ u の範囲が $u_0 \leq u \leq u_1$ のとき、 $T_0(v)$ 、 $T_1(v)$ は、面の式(1)にそ

* 原稿受付 平成 19 年 5 月 14 日

** 正 会 員 産業技術総合研究所(茨城県つくば市並木 1-2)

*** 正 会 員 東京大学大学院(東京都文京区本郷 7-3-1)

それぞれ u_0 , u_1 を代入した,

$$T_0(v) = S(u_0, v) = \sum_j (\sum_i P_{i,j} N_i(u_0)) N_j(v) \dots (2)$$

$$T_1(v) = S(u_1, v) = \sum_j (\sum_i P_{i,j} N_i(u_1)) N_j(v) \dots (3)$$

と表現され, v に関する同じノットベクトルを有する B-spline 曲線となる。

新たにブレンド面を作成するときはこの逆の手順を行う。トリムライン相当の $T_0(v)$, $T_1(v)$ を算出し, これから $S(u, v)$ を求める。すなわち, トリムラインを同じノットベクトルを有する B-spline 曲線として表現することがブレンド面のテンソル積型面作成に必要な手順である。

Rolling Ball アルゴリズム¹⁰⁾によるブレンド面作成処理では, トリムラインは球の接触点の軌跡である。2つのブレンド対象面をオフセットした交線, 一般にスパイン(spine)⁵⁾と呼ばれる曲線から接触点列を求め, これを通過点とする曲線としてトリムラインを計算する。スパイン曲線が蛇行する場合には, 図2のようにトリムラインは通過点間の間隔が大きく異なる場所が2つ以上できる。このため, どのようにノットベクトルを選んでも, どちらか一方のトリムラインでは通過点のパラメータ列とノットベクトルとの傾向が大きく異なる場所ができてしまう。B-spline 曲線の一般的な性質として, 通過点のパラメータ列とノットベクトルが類似した傾向を持つことが品質の良い曲線の条件である。通過点の間隔とノットベクトルの傾向が大きく異なる場合には, 曲線が振動するなど品質が低下する問題が起こる¹¹⁾。このため, 蛇行する形状のトリムラインは曲線品質に問題が起こり, ブレンド面の品質が低下する。曲面の品質低下は, 曲面演算の不安定化, CAM データ作成不良などの問題を引き起こす。

実際に蛇行するテンソル積型面を作成し, その品質を検証する。図3(a)に示す例は, 図2に示した平面上の円弧と線分からなるスパイン曲線に半径 1.7 の半円弧を当てはめて作成した 5 次の B-spline 曲面である。トリムラインの通過点は半円弧の両端点であり, 図2のように, 対応する位置での通過点の間隔の比率が大きく異なっている。曲面の v 方向のノットベクトルは平均法¹¹⁾によりスパイン曲線の通過点の間隔から決めた。計算上, 図3(b)の A 点と B 点で, それぞれ面の曲率半径は 3.7 と 0.3 となるため, その長さの線分を面法線方向に伸ばした図形を作成した。この結果, 表示例からも明らかなように曲面品質の低下が顕著に見られる。

また, ブレンド面では, 1 辺が 1 点に縮退するような三角形形状の表現も必要である。縮退するテンソル積型面では, 縮退点で曲面の一方の接ベクトルが理論上 0 になるため法線が定まらない, という問題が起こる。実際には, 誤差の影響で 0 にならず信頼性の低い値が計算される。このため, 縮退点付近では曲面演算が不安定になる。実際に縮退を持つブレンド面を作成し検証する(図4)。この例は, 本論文で提案する手続き的な方法でスパイン曲線とトリムラインを計算し, それらを通過点とする B-spline 曲線から縮退する B-spline 曲面を作成したものである。頂点およびそれ以外の位置で, 法線方向に球の半径を長さを持つ線分を表示する。この結果, 頂点で法線が逆向きにも計算され, 品質が低下していることが分かる。

4. ブレンド面の手続き的な表現

4.1 手続き的な面

手続き的な幾何(procedural geometry)とは, 式(1)のように, 直

Fig.2 Graphs of curve-point distance of trimline and spine curve, and knotvector

Fig.3 B-spline surface of meandering shape

Fig.4 Degenerate B-spline surface

接的な数式表現もそれに伴うデータ表現形式も持たずに幾何を表現する方法の総称で, 手続き的な面と手続き的な線(procedural curve)⁹⁾が代表的な例である。

手続き的な面 $S(u, v)$ とは, 指定された (u, v) に対して, 点の座標値, 接ベクトル, 法線ベクトルなどの幾何学的な属性を答える手続きが定義されたものである。手続き的な幾何にも, (タイプ 1)数式が定義されているもの, (タイプ 2)数式が定義されていないもの, の 2 種類があると筆者等は考える。

タイプ1の代表的な例は、オフセット面 $\tilde{S}$ の手続き的な面表現である。オフセットの元の面を S 、オフセット量を d 、単位法線ベクトルを $N(u,v)$ とすると、

$$\tilde{S}(u,v) = S(u,v) + d \cdot N(u,v) \quad \dots (4)$$

と表現する、よく知られた方法である。このように、対象となる面をテンソル積型面で近似せず、定義式に従って面の座標値、接ベクトルなどを計算する手続きを提供することで、面を表現する手法がタイプ1である。一方、この定義式もなく、ある作成手順に従って幾何量を算出する手続きを提供するものがタイプ2である。

本研究で提案するブレード面の手続き的な面表現はタイプ2に分類される。以下、その詳細を述べる。

4.2 本研究で提案するブレード面の表現手法

提案するブレード面の作成手順を例(図5)により示す。本研究では、Rolling Ball アルゴリズムによるブレード面を、ブレード対象面のオフセット面間の交点列を求めることで作成する。

4.2.1 オフセット面の交線の手続き的な表現

ブレード対象面(図5(a))のオフセット面は式(4)の表現を使う(図5(b))。2つのオフセット面の交線を求める処理を行うが、通常の交線計算のように曲線を求めるのではなく、交線上の点を順次求め、それらを点列として表現する。点列の間隔は2点から決まる線分とオフセット面との離れを評価し、一定距離以内に入るように決めている。図5の例では、オフセット量2.0で離れを0.01で評価している(図5(c))。

本研究ではこの交点列を手続き的な曲線として取り扱う仕組みを構築した。求めた n 個の点列を $p_0, p_1, \dots, p_{n-1}$ とすると、曲線のパラメータ t として、この点列から作られる折れ線の線長パラメータ

$$t \in [0, \sum_{i=0, n-2} \Delta_i] \dots (5)$$

を採用する。ここで Δ_i は、2点 p_i, p_{i+1} の線分長を表す。曲線 $c(t) = (x, y, z)$ の座標値の計算は、折れ線上の t に対応する曲面のパラメータ空間内で行う。点 p_i に対応する曲面のパラメータ空間の点を $\bar{p}_i$ と書くことにする。 t に対応する位置 $\bar{p}$ が $\bar{p}_i$ と $\bar{p}_{i+1}$ を結ぶ線分上にあるとき、この線分に直交する方向に収束計算を行い、オフセット面の交点を求める方法である(図6)。この方法で、スパイン曲線 $c(t)$ が作成される。なお、手続き的な曲線の接ベクトル $\partial c / \partial t$ は、数値微分により計算している。

4.2.2 ブレード面の手続き的な表現

スパイン曲線 $c(t)$ の点列の属性として、オフセット面の交点の曲面 $\tilde{S}(u,v)$ のパラメータ値を保持している。このパラメータ値をオフセット前の面 $S(u,v)$ に代入した点は、オフセットの式(4)から明らかに、球の接触点である。すなわち、スパイン曲線を求めることと、トリムライン上の接触点を計算することとは同等である。この結果、手続き的なスパイン曲線から手続き的なトリムラインを容易に定義できる。スパイン曲線上の交点と2つのトリムラインから平面が決まり、その平面上に円弧を作成して手続き的なブレード面が定義できる(図5(d))。

曲面のパラメータ空間を、スパイン曲線の t を v 方向のパラメータとして、円弧の角度を u 方向のパラメータとして定めることで、手続き的なブレード面 $S(u,v)$ が構築できる(図7)。

これらの手順を整理すると、次のようになる。

(STEP1) ブレード対象面に対するオフセット面を手続き的な面として表現する、

(STEP2) オフセット面の交線を、交点列とその間を収束計算で交点を求める処理からなる手続き的な線で表現する、

Fig.5 Example of procedural blend surface generation

Fig.6 Point calculation algorithm of procedural curve

Fig.7 Parameter space for procedural surface and mapped image

(STEP3) 手続き的な線にブレード対象面に接する断面円弧を当てはめ、折れ線長と断面円弧の角度をパラメータとして幾何量を算出する曲面表現を作成する。

以上が本論文で主張するブレード面の手続き的な表現である。なお、手続き的な面は v 方向のパラメータ範囲は確定しているが、 u 方向のパラメータ範囲は、交点列の交点を除いて、確定しておらず、 v を指定することで計算によって初めて決まる、という特徴がある。また、曲面の微分値などはすべて数値微分を行っている。たとえば、 $\partial S / \partial u$ は微量 ε を使い中心差

分 $\partial S / \partial u(u, v) = (S(u + \varepsilon, v) - S(u - \varepsilon, v)) / 2\varepsilon$ 等で計算している。実験システムでは $\varepsilon = 10^{-8}$ とした。

4.2.3 縮退のあるブレンド面

ブレンド面の縮退は、2つのブレンド対象面が接触的に交差するところで起こる。特に、図8に示すように交差するブレンド面間にブレンドを作成する場合に多い。本節ではブレンド面間にブレンドを作成する場合の本手法の特徴を述べる。

スパイン曲線の算出には、接触状態にある2つの面のオフセット面の交点を計算する必要があるが、一般にこの計算は接触している部分、すなわち作成するブレンド面が縮退する点(図8)で、計算が不安定で解が求まらない。しかし、本手法では手続き的な面であることを利用して、接触状態の面の交点計算を行わない手段が使える。以下、ブレンド面間のブレンド面における縮退点算出の概要を述べる。

ブレンド面 b_{01} が面 S_0 と面 S_1 の球の半径 d_0 のブレンド面であり、ブレンド面 b_{02} が面 S_0 と面 S_2 の球の半径 d_2 のブレンド面であるとする(図9(a))。いま、ブレンド面 b_{01} とブレンド面 b_{02} にブレンド面を作成するとする。このとき、トリムラインが面 S_0 で交差している交点が縮退点となるが、これは次の計算で求めることができる。

$S_0(u_0, v_0, d_0)$ を $S_0(u_0, v_0)$ を d_0 オフセットした面と表記すると、式(6)は b_{01} のスパイン曲線を表現し、同時に S_0 のトリムラインを表現している(図9(b))。同様に式(7)は b_{02} の S_0 上のトリムラインを表現する(図9(c))。

$$S_0(u_0, v_0, d_0) - S_1(u_1, v_1, d_0) = 0 \dots (6)$$

$$S_0(u_0, v_0, d_2) - S_2(u_2, v_2, d_2) = 0 \dots (7)$$

したがって、(6)(7)を連立した、変数6個、方程式6個の方程式を解くことで、トリムラインの交点が求まる。求まった交点の S_1 のパラメータを $\tilde{u}_1, \tilde{v}_1$ 、 S_2 のパラメータを $\tilde{u}_2, \tilde{v}_2$ とすると、点 $S_1(\tilde{u}_1, \tilde{v}_1)$ 、 $S_2(\tilde{u}_2, \tilde{v}_2)$ は縮退点に対応する交点となる。

このように、手続き的な手法では、ブレンド対象となる面の作成過程の幾何情報を利用することができ、縮退するブレンド面作成において安定した計算が可能となる。

5. 手続き的なブレンド面の作成例と評価

産業技術総合研究所で開発したMZ Platform システム¹²⁾上に、Java 言語で開発した実験システムによるブレンド作成例を3例示す。1例目は図3で示したテンソル積型面と同じ小さな曲率半径を持つブレンド面の作成例である(図10)。曲率半径相当の0.3の長さの線分表示から(図10(c))、当該部分の品質に問題な

Fig.8 Degenerate point at which two blend surface meets

いことがわかる。2例目は2つの凸稜線と1つの凹稜線が交差する場合のブレンド面の例である(図11)。本例では、半径の微妙に異なるブレンド面の交線が正常に計算され、その線に沿って縮退のあるブレンド面が作成されていることがわかる。図4と同様な線分表示により縮退点において法線ベクトル等の幾何量が正常に計算されていることがわかる。3例目は蛇行するブレンド面の作成例である(図12)。本例は図5と同じもので視点を変えて表示している。シェーディング表示からトリムラインにおいて G^1 連続性が実現できていることがわかる。なお、全ての例において形状間の離れが 10^{-6} 以下になるように評価している。

このように本手法によるブレンド面は従来のテンソル積型面と混在して交線計算およびブレンド面作成が可能であり、かつ、作成されたブレンド面の品質が高いことが分かる。

6. 考 察

本研究で提案している手続き的な曲線と曲面の表現手法の妥当性を考察する。Rolling Ball アルゴリズムは、球の包絡面としてブレンド面を規定し、オフセット面の交点と対応するトリムライン上の点に円弧を作成し、これを掃引することで面を求める計算方法である。本研究では、これを忠実に再現する手順をプログラム化し、Rolling Ball アルゴリズムで規定された包絡面上の点を計算する方法を提供している。このため、本手法のスパイン曲線 $c(t)$ やブレンド面 $S(u, v)$ は、式(1)のような数式表現がある方法のように定式化の有効性を検証することはできないが、その手順の正当性を検証すること、実験による工学的な検証を行うことにより、その方式の妥当性を主張するものである。また Hermann らの研究¹³⁾により、ブレンド対象面が、一般的な面の要件と言える全域 G^1 連続かつ piecewise C^2 であれば、Rolling Ball による面は G^1 連続性を持つことが示されて

Fig.9 Algorithm of calculating intersection of two trimlines

いる。このため、本手法のブレンド面 $S(u,v)$ は代数的な連続性の議論を行うことはできないが G^1 連続性を持つと言える。

次に、本手法と実装技術との関係を考察する。ブレンド処理は CAD の一つの重要な機能で、CAD 技術は計算機上の実装言語と深い関係がある。実際、IGES や STEP などの CAD データに関する国際標準は、暗黙の内に旧来の Fortran のようなデータ構造主体の非オブジェクト指向言語表現が前提になっている。一方、本手法の実装には、オブジェクト指向言語の特徴が大きな役割を果たしている。旧来の言語では、交点列データとブレンド面の計算手順を一体的かつ整合的に取り扱う本手法の仕組みを構築することは言語仕様上困難である。しかし、Java のようなオブジェクト指向言語を利用すると、第 5 章の例のように B-spline 曲面と手続き的な面が混在するような場合でも、これらを同等に取り扱う仕組みが自然に構築できる。

将来の CAD 技術を考える上で、データと手続きを一体として取り合う機能は、重要な役割を果たすと考える。これに関連して、第 2 章で参照した「手続き的な面は CAD データとして流通できない」という見解に対しても、オブジェクトデータの交換が可能になることで解決されると筆者等は考える。一つの方法として、筆者等の関連する研究で、形状処理アルゴリズムを流通させる手法の研究¹⁴⁾を行ったが、これらを発展させることでオブジェクト交換も実現可能であると考える。

7. 結 言

ブレンド処理の安定化のため、テンソル積型の面の問題を回避する手法として、明示的な形式を持たずに曲面を表現する、手続き的な面表現の有効性を主張した。実際に、オフセット面の交線の手続き的な表現手法と、これによる手続き的なブレンド面の作成手法を提案し、具体的なブレンド面を作成して比較検討を行い、有効性を検証した。

参 考 文 献

- 1) J.R. Rossignac, A.A.G. Requicha: Constant-Radius Blending In Solid Modeling, Proceedings of Computers in Mechanical Engineering, 3(1984)65.
- 2) B.K. Choi, S.Y. Ju: Constant-radius blending in surface modelling, Computer Aided Design, 21, 4(1989)213.
- 3) J. Hoschek, D. Lasser: Fundamentals of computer aided geometric design, A K Peters(1993)586.
- 4) I.C. Braid: Non-local blending of boundary models, Computer Aided Design, 29, 2(1997)89.
- 5) J. Vida, R.R. Martin, T. Varady: A survey of blending methods that uses parametric surfaces, Computer Aided Design, 26, 5(1994)341.
- 6) 東正毅, 加納利幸: 球移動によるコーナフィレットの生成, 精密工学会誌, 56, 12(1990)2219.
- 7) T. Varady, A. Rockwood: Geometric construction for setback vertex blending, Computer Aided Design, 29, 6(1997)413.
- 8) N.M. Patrikalakis, T. Maekawa: Shape Interrogation for Computer Aided Design and Manufacturing, Springer-Verlag, (2002)110.
- 9) M.I.G. Bloor, M.J. Wilson: Generating blend surfaces using partial differential equations, Computer Aided Design, 21, 3 (1989)165.
- 10) M.A. Sanglikar, P. Koparkar, V.N. Joshi: Modelling rolling ball blends for computer aided geometric design, Computer Aided Geometric Design, 7(1990)399.
- 11) L. Piegl, W. Tiller: The NURBS book, Springer-Verlag (1995)367.
- 12) 松木則夫: 共通プラットフォームの構築, 日本設計工学会誌, 39, 6(2004)27.
- 13) T. Hermann, G. Lukacs, T. Varady: Techniques for Variable Radius Rolling Ball Blends, ed. by T. Lyche et al.: Mathematical Methods for Curve and Surfaces, Vanderbilt University Press, Nashville TN(1995)225.
- 14) 松木則夫, 徳永仁史, 小島俊雄, 木村文彦: 形状処理のコンポーネント化によるパラメトリックデータの共有化, 精密工学会誌, 69, 9(2003)1253.

Fig.10 Example of a procedural blending with sharp turn

Fig.11 Example of a procedural blending with degenerate point

Fig.12 Example of a meandering procedural blending