クロスローラベアリングの剛性解析*

藤 井 健 次**

Stiffness Analysis of Crossed Roller Bearings

Kenji FUJII

This paper introduces an analytical method to calculate the stiffness of crossed roller bearings. Load distribution analysis of rollers considering combined radial, axial and moment load makes it possible to apply to three dimensional elastic deformation problems. From equilibrium conditions on forces and Hertz contact theory, relational equations are derived. Solving these non-linear equations numerically with Newton-Raphson method, load distribution and inner ring displacement with fixed outer ring are obtained. Also experiment has been conducted to estimate a discrepancy between the analytical and experimental results. Experimental displacement of inner ring is confirmed to be almost coincident with theoretical one under radial load but smaller than theoretical one by about 20% in the case of axial and moment load. On the other hand the difference between the theoretical and experimental stiffness at higher load is found to be almost the same.

Key words: crossed roller bearing, stiffness, numerical analysis, load distribution

1. ま え が き

クロスローラベアリングは、単列軸受で回転方向以外のあらゆる方向の荷重を支えることができることに特徴がある¹⁾。また、転動体にころを使用しており、コンパクトで高剛性が得られるメリットを生かして、工作機械用NCテーブルやロボット駆動用減速機²⁾などの用途に普及している。軸受の剛性は、個々に試験を行えば得られるが、試験部品の設計、試作や試験作業に多大の手間が掛かる。そのため、理論解析に立脚した効率的な剛性予測と形番選定が求められる。

クロスローラベアリングの剛性に関して、転動体に円すいころを使用した大形軸受の荷重と変位の理論解析結果の報告³⁾や小形遊星減速機に組み込まれた軸受の剛性測定結果の発表⁴⁾がある。しかし、いずれも剛性の解析方法を示していない。

ここでは、クロスローラベアリングのラジアル、アキシャルおよびモーメント方向における剛性計算式を導出し、各ころに作用する荷重と弾性変位を、ニュートン・ラプソン法を使った数値解法により求めた。さらに、軸受の荷重と変位の関係について、計算値と実測値を比較検討した。

2. クロスローラベアリングの構造

図1にクロスローラベアリングの基本構造を示す。内外輪間の円筒ころは、スペーサを挟んで接触角を $+45^\circ$ と -45° として交互に並べて配置される。そのため、ころの幅寸法は外径より若干短い。z軸が軸受回転中心と一致する右手系のx-y-z座標を採ると、この軸受は単列でx, y, zの3軸方向の荷重と、x軸とy軸周りのモーメントを支持することが可能である⁵⁾。このような特性の得られる他の形式の軸受として、単列の4点接触玉軸受⁶⁾や複列軸受および組合せ軸受がある。しかし、玉軸受では剛性が低く、複列や組合せ軸受ではサイズが大きくなる欠点がある。クロスローラベアリングは、ころを単列で用いるため、省スペースで高剛性が得られるところに特長がある。

Fig.1 Crossed roller bearing

Fig.2 Forces acting on inner ring

3. 剛 性 計 算 式

計算モデルとして図2に示す軸受に作用する力と変位の関係を考える。すなわち、x方向にラジアル荷重 F_x 、z方向にアキシャル荷重 F_z およびy軸周りのモーメント M_y が作用した結果、内輪がそれぞれの方向に δ_{xc} 、 δ_{yc} 、 θ_y だけ変位するものとする。ただし、内外輪およびころの変形は、接触部の弾性変形のみを扱い、それ以外の変形は無視する。また、ころ外径母線はストレートでクラウニングはないものとする。

+x軸上から+y軸方向周りに1, 2, ..., nとして、ころに追いつ番を付け、i番目のころの方位角と荷重をそれぞれ ϕ_i 、 P_i と

* 原稿受付 平成19年2月20日

** 正会員 THK(株) (東京都品川区西五反田3-11-6)

Table 1 Specifications of crossed roller bearing

Parameter			Value
Roller diameter	d	mm	$\phi 8$
Roller number	n		34
Roller pitch circle diameter	d_p	mm	$\phi 124$
Radial internal clearance	Δr	μm	0, -5, -10

Fig.3 Displacement versus radial load

すると、x 方向の力の釣り合い条件より

$$F_x - \sum_{i=1}^n \frac{P_i}{\sqrt{2}} \cos \phi_i = 0 \quad (1)$$

ただし、 $\phi_i = \frac{2\pi}{n}(i-1)$

z 方向の釣り合い式として

$$F_z + \sum_{i=1}^n f_i \frac{P_i}{\sqrt{2}} = 0 \quad (2)$$

ここで、 f_i はころと内輪の接触部が+z 側のとき+1、その反対側のとき-1 と与える。いま $i=1$ において $f_i=1$ とすれば

$$f_i = 2\text{MOD}(i,2) - 1 \quad (3)$$

y 軸周りのモーメントの釣り合い式から

$$M_y - \sum_{i=1}^n f_i \frac{P_i}{\sqrt{2}} \left(\frac{d_m}{2} \cos \phi_i - \delta_{xc} \right) - \sum_{i=1}^n \frac{P_i}{\sqrt{2}} \cos \phi_i f_i \frac{d}{2\sqrt{2}} = 0 \quad (4)$$

ここに d_m は内輪平均溝径であり、 d をころ直径、 d_p をころピッチ円直径として、次式から求められる。

$$d_m = d_p - \frac{d}{\sqrt{2}} \quad (5)$$

内輪の x, z 方向変位による i 番ころのラジアルすきまとアキシャルすきまの変化量をそれぞれ δ_{ri} , δ_{ai} とれば

$$\delta_{ri} = - \left(\delta_{xc} + f_i \frac{d}{2\sqrt{2}} \theta_y \right) \cos \phi_i \quad (6)$$

$$\delta_{ai} = f_i \delta_{zc} - f_i \frac{d_m}{2} \cos \phi_i \theta_y \quad (7)$$

ラジアルすきまを Δr とすれば、 i 番ころの直径方向すきま δ_i は

$$\delta_i = \left(\frac{\Delta r}{2} + \delta_{ri} + \delta_{ai} \right) \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (8)$$

$\delta_i < 0$ の時に Palmgren⁷⁾の式に従うころ荷重が生じるので

Fig.4 Displacement versus axial load

Fig.5 Displacement versus moment

$$\left. \begin{aligned} \text{for } \delta_i < 0 \quad P_i &= k_r \left(-\frac{\delta_i}{2} \right)^{\frac{10}{9}} \\ \text{for } \delta_i \geq 0 \quad P_i &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ここで、定数 k_r はころ有効長さ l と次の関係にある。

$$k_r = \frac{9.8}{0.0003^{\frac{10}{9}}} l^{\frac{8}{9}} \quad (10)$$

ただし、内外輪およびころの材質はスチールである。

式(1)から式(10)の非線形連立方程式を Newton-Raphson 法⁸⁾で解けば負荷分布と変位を求めることができる。なお、Newton-Raphson 法の誤差 ε に対する収束条件は以下のようである。

$$\begin{aligned} \text{荷重に関して} \quad & |\varepsilon| \leq 10^{-1} \text{ N} \\ \text{変位に関して} \quad & |\varepsilon| \leq 10^{-4} \text{ mm} \end{aligned}$$

4. 計算結果

4.1 対象軸受

計算の対象とした軸受は図1と同じRUタイプ⁹⁾であり剛性計算に関わる内部諸元は表1のとおりである。また、内外輪ところの材質は軸受鋼である。ラジアルすきまとしては0, -5, -10 μm の三水準を与え、すきまの影響を調べた。マイナスのラジアルすきま品は、すきま0の軸受に直径の大きいころを組み替えることで内部予圧を与えたものである。この場合、ころと内外輪のラジアル方向における合計干渉量にマイナス符号を付けて表記し、以下負すきまと呼ぶことにする。

4.2 荷重と軸受変位の関係

ラジアル荷重、アキシャル荷重およびモーメント荷重を与えた時の、内輪変位をそれぞれ図3、図4、図5に示す。

変位とラジアルすきまの関係をみると、ラジアルすきま0の場合、すべての荷重方向で変位は最も大きく、剛性は最小となる。負すきま-5 μm と-10 μm の変位は、ラジアル荷重 2.1kN、アキシャル荷重 4.2kN およびモーメント荷重 133Nm 以下で一致

する。これ以上の荷重で、ラジアルすきま $-5\mu\text{m}$ の軸受の荷重に対する変位の勾配（以下変位勾配と呼ぶ）は急上昇傾向を示し、ラジアルすきま $-10\mu\text{m}$ より剛性は低くなる。ラジアルすきま $-10\mu\text{m}$ の場合にも同様な変位挙動を示す。その変位勾配が急上昇する荷重は、ラジアル荷重で 4.6kN 、アキシアル荷重で 9.1kN 、モーメント荷重で 289Nm であり、すきま $-5\mu\text{m}$ 時より高荷重側にシフトする。

4.3 負荷分布

ラジアルすきま $-10\mu\text{m}$ の場合、無負荷時と変位勾配が急上昇する荷重条件における負荷分布の状況について検討する。

図6は無負荷時の負荷分布を示す。ここで、矢印はころ荷重の大きさと方向を示し、クロスローラベアリングの中心に向かう矢印は内輪ころ荷重、その反対向きの矢印は外輪ころ荷重を意味する。さらに、青矢印と赤矢印は、それぞれ $+z$ 方向と $-z$ 方向に働く荷重を意味する。無負荷の場合、すべてのころに対して一様に 0.4kN の予圧荷重がかかる。この負荷分布で、 $+x$ 方向に 4.6kN のラジアル荷重を付与すると、図3のように内輪が $+x$ 方向に $5\mu\text{m}$ 変位する。その結果、ころ荷重は、図7のように $+x$ 方向にあるころ荷重が 0.8kN まで増加し、その逆方向のころ荷重は 0 となる負荷率 1.0 の分布を示す。また、アキシアル荷重 9.1kN を $+z$ 方向に負荷すると、図4のように内輪は $+z$ 方向に $5\mu\text{m}$ 変位する。その結果、図8のように $-z$ 側の内輪ころ荷重が 0.8kN まで増加し、逆方向のころ荷重は 0 となる。

モーメント荷重の場合、 $+y$ 軸回りに 289Nm を負荷すると、図5のように内輪は同じ方向に 0.86×10^{-4} radianだけ角変位する。これは、 x 軸上のころ中心において最大アキシアル変位量 $5\mu\text{m}$ を与えることになる。その結果、図9のように $+x$ 方向で $+z$ 側、 $-x$ 方向で $-z$ 側軌道面の内輪ころ荷重が 0.8kN まで増加し、それぞれの反対側軌道面におけるころ荷重は 0 となる。なお、荷重方向は図2のようであり、負荷分布は、すべての方向の荷重において x 軸に関して左右対称である。

以上の負荷分布解析の結果より、変位勾配の変わる荷重点では、クロスローラベアリングに局所的な予圧抜けが始まることかわかる。そのため、それ以上に荷重を負荷すると予圧効果がなくなり、図3から図5に示すように剛性が低下する。

5. 剛性試験

5.1 試験軸受

剛性試験に用いた軸受は、計算対象とした図1と同じものがある。ラジアルすきまとしては $-1\mu\text{m}$ の負すきまを与えた。また、内外輪のはめあい、軸、ハウジングとも $0.030 \sim 0.040\text{mm}$ のルーズフィットとし、組立後のすきま変化をなくした。

5.2 試験方法と試験条件

剛性試験では、外輪を固定した状態で、内輪にラジアル荷重、アキシアル荷重およびモーメント荷重を負荷した時の内輪の変位を測定した。各荷重の負荷方法と内輪変位の測定方法の概略を図10に、ラジアル荷重とアキシアル荷重負荷時の変位ピックアップ取付状態の外観写真を図11に示す。モーメント荷重は純モーメントではなく、図10(c)と図10(d)に示すようにラジアル荷重またはアキシアル荷重を軸受中心から 155mm と 150mm ほどオフセットさせて負荷した。それぞれラジアルモーメント荷重、アキシアルモーメント荷重と呼ぶことにする。

ラジアル荷重時、図10(a)のように内輪端面に接着した内輪変位測定用部品の変位をレバー式変位ピックアップで測定し、これを内輪変位 δ_{xx} と見なした。軸の左右端における変位ピックアップ出力 δ_{x1} 、 δ_{x2} は軸受中心に対するラジアル荷重の偏りを見るための補助データであり、両者の差が $2\mu\text{m}$ 程度に納まるよう荷重作用点を調整した。アキシアル荷重時の内輪変位は、

Fig.6 Load distribution without load

Fig.7 Load distribution under radial load of 4.6 kN

Fig.8 Load distribution under axial load of 9.1 kN

Fig.9 Load distribution under moment load of 287 Nm

図10(b)と図11(b)に示すように、内輪端面において円周上4箇所に等配置したレバー式変位ピックアップの出力 δ_{a1} 、 δ_{a2} 、 δ_{a3} 、 δ_{a4} の平均値とすることで傾きの影響をなくした。図10(c)および図10(d)におけるモーメント荷重時の変位は、荷重方向に対角二箇所の位置で内輪軸方向変位の差 $(\delta_{a2} - \delta_{a1})$ を測定し両者のスパン(110mm)で割ることで傾きを求めた。なお、図1に示したころ挿入穴に施した埋栓位置は、図7から図9に示した負荷分布を考慮して、ころ荷重が最小となる位置と一致するよう、荷重方向に対して位相を設けた。

Fig.10(a) Test rig of radial loading

Fig.10(b) Test rig of axial loading

Fig.10(c) Test rig of moment combined with radial load

Fig.10(d) Test rig of moment combined with axial load

Fig.11(a) Experimental set-up for radial load test

Fig.11(b) Experimental set-up for axial load test

Table 2 Maximum applied load for the tests

	Radial load F_x kN	Axial load F_z kN	Moment load M_y Nm
Radial stiffness	14	0	0
Axial stiffness	0	22	0
Radial moment stiffness	-5.4	0	840
Axial moment stiffness	0	5.6	840

各試験において負荷した最大荷重は表2のとおりである。これらの荷重は、基本動ラジアル定格荷重 C_r の50%に相当する。

5.3 剛性の試験結果と計算値の比較

ラジアル荷重とアキシャル荷重の試験結果と計算値を図12と図13に示す。さらに、ラジアルモーメント荷重とアキシャルモーメント荷重時の結果を図14と図15に示す。モーメント荷重の場合、参考として純モーメント荷重時の傾き変位の計算値も合わせて示した。荷重方向に関わらず、いずれの場合も実測変位は計算値より大きいことがわかる。すなわち、実際の剛性は計算値より低くなる。

0.5Cr 相当の最大荷重における軸受変位の計算値と実測値の差は、ラジアル荷重で6%、アキシャル荷重で20%である。ラジアルモーメント荷重とアキシャルモーメント荷重に関して、両者の傾き変位の差は小さいが、どちらも計算値との差は22%である。また、両者の傾き変位の計算値は、純モーメント時より大きいとその差は10%以下と小さい。

変位勾配を見ると、実測と計算の差は、ラジアル荷重で0.05Cr、その他の荷重方向で0.12Crより大きい荷重域に比べ、それより低荷重側で大きいことがわかる。これは低荷重時の実測変位の非線形挙動によるものである。このような非線形特性は、クロスローラベアリングの構成部品や取付部品（軸および

Fig.12 Displacement versus radial load

Fig.13 Displacement versus axial load

Fig.14 Displacement versus moment combined with radial load

Fig.15 Displacement versus moment combined with axial load

Fig.16 Load distribution under radial load of 14kN

Fig.17 Load distribution under Axial load of 22kN

ハウジング)の形状精度が関係していると推測するが、それぞれの寄与率の評価は今後の課題である。

ここで、ラジアル荷重とアキシアル荷重の荷重方向の違いによる変位差を負荷分布から考察する。図16と図17はそれぞれラジアル荷重14kNとアキシアル荷重22kN付与時の負荷分布を示す。ラジアル荷重の場合、+x方向に最大ころ荷重2.4kNとなる負荷率0.5の負荷分布が形成される。一方、アキシアル荷重下での内輪ころ荷重は、+z方向には予圧抜け状態で-z方向へ一様に1.8kNの分布を形成する。この結果より、ラジアル荷重時の変位がアキシアル荷重の場合より大きくなるのは、ラジアル荷重時の最大ころ荷重が大きいからであると言える。

6. ま と め

クロスローラベアリングの3次元剛性を求める計算式を導出し、外力と負荷分布および変位の関係を求めた。また、荷重と変位の関係については実測を行い計算値と比較した。 -0.001mm の負すきまを付与したころピッチ円直径124mmの軸受に関する結果をまとめると以下になる。

- (1) 変位の実測値は、全ての荷重方向において計算値より大きく、特にアキシアル荷重とモーメント荷重で約20%の差が認められた。

- (2) この差の原因は、低荷重下における実測変位の非線形挙動にある。
- (3) モーメント荷重時の傾き変位は、純モーメント、ラジアルモーメントおよびアキシアルモーメントで荷重荷重方法の違いによる差は少ない。
- (4) ころ荷重が局所的に0となる負荷分布状態では、ころ全数に予圧が付与された状態に比べ剛性が低くなる。

参 考 文 献

- 1) 綿林英一：JIS 使い方シリーズ 転がり軸受マニュアル，日本規格協会(1999)302.
- 2) 山岸俊実：ロボット用ハーモニックドライブ減速機の市場・技術動向，月刊トライボロジー，38,1(2004-11)47.
- 3) 伊藤正夫，向井征一，渡辺孝一：工作機用大形クロスローラ軸受の運転特性，不二越技報，38,1(1982)37.
- 4) 城越教夫：世界最小の精密遊星減速機の開発，精密工学会学術講演会講演論文集(2004-9)871.
- 5) THKクロスローラリングシリーズカタログ，No.382(2005).
- 6) NTN転がり軸受総合カタログ，CAT. NO. 2202-VII/J.
- 7) A. Palmgren：Ball and Roller Bearing Engineering, S. H. Burbank & Co. (1945) 43.
- 8) リニアシステム編集委員会：リニアシステムの理論，日刊工業新聞社(2001)60.