はじめての

精密工学

はじめての不確かさ

Introduction to the Uncertainty in Measurement/Hideyuki TANAKA

(独)産業技術総合研究所 計測標準研究部門 物性統計科 応用統計研究室 田中秀幸

1. はじめに

近年、トレーサビリティの確保・ISO/IEC 17025「試験所及び校正機関の能力に関する一般要求事項」等に準拠した品質システムの構築が要求され、それに伴い測定における不確かさ評価が重要視されるようになってきたが、校正・試験機関等では普及してきた不確かさもまだ一般には広まっているとはいえない。しかしながら、不確かさ評価は計測結果のばらつきを評価する手段である。つまり不確かさ評価を行えば、測定結果のばらつきがどのような要因によって引き起こされ、大きさがどのくらいになるかということが明示される。この結果は、校正・試験機関だけに利用価値があるものではない。つまり、一般企業で行われる測定・大学等で行われる研究における測定でも有効利用でき、さらにばらつきを求めるための考え方・手法は、不確かさの評価だけではなく、測定すべてに適用できる普遍的なものである。

本解説では、従来の不確かさの解説のように、不確かさの算出法に関する統計的な手法を解説するのではなく、不確かさとはいったい何であるのか、という考え方や、不確かさにまつわる話を中心にした一般の測定・実験でも考慮すべき基礎について解説したいと思う。

2. 測定値を疑え

最近ある熟練した測定者から言われたことがある。「若い人は、測定を行ったとき測定値に表示された結果を鵜呑みにする傾向がある。これは、デジタル表示の計測器のせいではないか？」

確かに、昔の測定器は指示計器を用いていたので、ある程度以上の精度では値を決定することができない、との認識を直感的に得ることができるが、デジタル表示ではある値が最小表示桁まで確定的に出てきてしまう。

しかし、デジタル表示された値も実際は確定値ではなく、ある時間内で積分された平均値であったり、あるサンプリング間隔で取得したデータをそのまま表示したものであったりする。よって、表示値は測定の実値などを表したのではなく、不確かさを含んだものである、という認識を強く持つ必要がある。

このような認識を持たない人は、測定結果を非常に多くの桁数で報告する傾向がある。例えば、測定結果を報告す

るとき、

37.43547545359 mm

等とするような場合である。これは極端な例であるが、次のような例ではどうだろう。表1に、ある繰返し測定における個々の測定値とその平均値を示す。

この例では、個々の測定値と平均値との桁数は等しい(平均値は個々の測定値より一桁多く表示するときもあるが、今回は個々の測定値の桁数に揃えた)。別にこれで問題ないように思えるが、よく個々の測定値を見てみると、一致している桁は、小数点第2位までであり、それ以降の値は一致していない。つまり、ここまで測定値がばらついているのであれば、下の方の桁はほとんど意味をもたない。それどころか、ここまで桁数が多い場合には、コンピュータで標準偏差等の計算を行った際、計算誤差を引き起こす要因ともなる。よって、この測定結果は表2のように報告する方が望ましい。

さらに言えば、計算を行うときには1.32の部分も除いた方がよい。その方が、計算誤差を引き起こさないですむ。

このようなことは、測定値は不正確なものだ、という認識があれば気がつくことができる。測定結果を評価するためには、まず測定値を疑うことから始めなければならない。

3. ばらつきの要因

不確かさ評価では、1) 測定にばらつきを与える要因をピックアップし、2) それぞれの要因によって引き起こされるばらつきの大きさを評価し、3) 個々のばらつきを合成し、4) 測定結果のばらつきの大きさを算出する。ここで、一番大事なのが、1) 測定にばらつきを与える要因をピックアップすることである。

測定にばらつきを与える要因で一般的なものにあげる。

表1 ある繰返し測定の結果報告

1回目	2回目	3回目	4回目	平均値
1.32456458	1.32573463	1.32376540	1.32634297	1.32510190

表2 訂正後の結果報告

1回目	2回目	3回目	4回目	平均値
1.32456	1.32573	1.32377	1.32634	1.32510

- ・ 測定器
- ・ 測定
- ・ 測定対象
- ・ 測定環境

測定器の要因は、その測定を行う装置そのものだけでなく、前処理等を行う際に用いられる装置も含む。また校正の際には用いた標準器の不確かさもここに含まれる。

測定の要因は、測定の行為そのものから引き起こされる要因で、繰返し性、再現性などが含まれる。

測定対象の要因は、被測定物、つまり測定されるものが原因のばらつきである。例えば、円柱の直径測定において、測定場所が異なることによるばらつきや、ロットが異なることによるばらつきなどがある。そのほかにも、サンプリングによるばらつきもこれに含まれる。

測定環境の要因は、室温などである。

一般的にはこのような要因をピックアップし、ばらつきの評価を行うが、非常に気がつきにくい不確かさ要因がもう一つある。それは、「量の定義の不確かさ」である。

測定は、ある測定対象量の値を知るために行う。その測定対象量にはその量の定義が存在する。そして、その量の値を得るために測定方法が規定され、それに則って測定を行うことによって、測定量の値の推定値を得る。しかし、量の定義が不完全であると、その不完全さが由来の不確かさが引き起こされる。

例えば、金属棒の長さの測定を行うことを考えたとき、その定義が「20℃のときの金属棒の長さ」であったとしよう。このような場合、測定環境を整えて20℃のときに測定を行うか、温度を測定しながら長さの測定を行い、20℃からのずれ分を補正すればよい。しかし、定義に「20℃のとき」というのがなければどうだろうか？ このときは、何℃のときに測定を行えばよいのかが分からない。よって、測定時にあり得る温度変化分の金属棒の伸び縮みを不確かさとして考慮する必要がある。

つまり、不確かさの要因を考えるときには、その量の定義がどのようになっているかを考える必要がある。また、そこで大事なのは、量の定義がどのようなものであるか、ということだけでなく、量の定義によって決まっていないものを考える必要がある。この決まっていないものが不確かさの要因になる可能性がある。

例えば、規格等で測定器や測定するための施設の仕様が決まっているときでも、決められていなかった仕様が原因で大きなばらつきを生じるときがある。試験所の試験結果の妥当性を保証するために試験所間比較というものを行うときがある。これは、ある一つの測定対象物を様々な試験所が測定し、その結果を比べあうというものだが、全参加試験所がある規格に則って、同じ測定手順で測定を行っても、測定結果が異なる場合がある。これは参加試験所の能力が原因であることもあるが、量の定義の不確かさが原因であるときも多い。

不確かさ要因をピックアップするときにもう一つ重要な

のが、測定結果に与える影響が大きい要因だけを抜き出すことである。不確かさは二乗和の平方根によって合成される。よって、測定結果に与える影響が大きな要因と比べ相対的に小さな要因はほとんど影響しない。例えば、二つの不確かさ要因があり、それぞれの不確かさの大きさが、1と0.1であるとすると、これらを合成した結果は、

$$\sqrt{1^2 + 0.1^2} = 1.0049 \dots$$

となる。最終的に報告する不確かさは原則2桁となっているので、小さな要因は全く影響しないということが分かるであろう。

またこのことは、製造や測定のばらつきの低減にもいえることである。つまり、ばらつきを低減させるためにばらつきの小さな要因をつぶしてもほとんど意味がない。ばらつきを低減させるためには、一番大きなばらつきの要因をつぶさなければほとんど意味がない。この一番大きなばらつきを知るためにも不確かさ評価は有用である。

4. 実験計画について

不確かさの要因が決まれば、次はその要因によって引き起こされるばらつきを評価する。不確かさ評価では、実際に測定を行ってばらつきを推定するAタイプの評価法と、それ以外の手法であるBタイプの評価法があるが、ここでは、実際に測定を行ってばらつきを評価するAタイプの評価のことを考えよう。

最初に必ず行わなければならないことは、何を評価したいのか、という測定目的の明確化である。つまり、不確かさ評価の場合であれば、評価したいと思っているばらつきを明確化することである。

次は、そのばらつきを評価するための実験を計画する必要がある。しかしながら、この実験を計画するということろがいい加減な場合が非常に多い。よくあるのが、とりあえず測定を行って、その後でどのようにデータ処理をすればよいのか、ということを考えることである。

例えば次のような事例を考えてみよう。

例：ある部品の製造装置を購入したい。その製造装置にはA社製のものとB社製のものがある。よって、その装置を借りて製品サンプルを制作し、そのサンプルを比較することによって、どちらを購入するかを決めたい。製品サンプルを1つ作成するには半日かかり、製造装置は1週間借りるものとする。

このような条件では多くの人は次のような順番で実験を行う。表3にその実験の順番を示す。

別に何の問題もない実験だと思われるが、しかし、このような実験は一番やってはいけない実験である。

前提条件を思い出ししてみよう。1週間装置を借りる。1つのサンプルを製造するのに半日かかる。もし月曜日の朝から実験を行ったとすると、表4に示すような実験のスケジュールが決まる。

表4を見ると、装置Aでサンプルを製造するのはすべて午前中であり、装置Bではすべて午後となる。もしこ

表3 実験の順番

装置 A	(1)	(3)	(5)	(7)	(9)
装置 B	(2)	(4)	(6)	(8)	(10)

表4 実験のスケジュール

装置 A	月午前	火午前	水午前	木午前	金午前
装置 B	月午後	火午後	水午後	木午後	金午後

のような実験を行ったとして、装置 A のサンプルと装置 B のサンプルが異なっていたとしても、これは、装置 A、B が異なることによって現れた差なのか、それとも午前・午後に製造したということが理由で現れた差なのかが区別できない。これでは何のために実験を行ったのかが分からない。このようなデータを得た後で、午前・午後に製造したということが理由の変動と、装置 A・B による変動とを分離したいと思っても不可能である。つまり、実験データを得た後にデータ処理方法を考えても手遅れなのである。筆者の元にもよく不確かさ評価法についての相談がくるが、たまにこのような「手遅れ」の相談がされることがある。データを取得した後ではなく、データを取得するための実験計画から相談してもらえればよかったということである。

この例の場合では、「実験のランダム化」という手法を行えばよい。実験のランダム化とは、実験を行う順番をランダムにする、ということである。今回の例の場合では、表3で示した順番ではなく、装置 A・B のどちらでサンプルを製造するか、という順番をさいころや、乱数表を用いてランダムに行う、ということである。その一例を表5に示す。

このような順番で行えば、装置 A も装置 B も午前・午後両方でサンプルを製造することになり、純粋に装置 A と装置 B で作成されたサンプルを比較することができる。この実験のランダム化は不確かさ評価だけではなくほとんどの実験に適用できる手法である。

このように実験の計画は安易に考えられがちであるが、実験を行う際の最も重要な要素の一つである。実験計画法という手法が品質管理でよく用いられる。しかし、この実験計画法は分散分析等の統計的な側面に注目が集まりがちなのであるが、一番重要なのは、「実験するときには計画を立てる」ということである。

5. ばらつきの推定

不確かさ評価では、測定 of ばらつきを標準偏差を用いて表すが、その推定された標準偏差はどのくらい信頼がもてるものなのだろうか？

不確かさの算出法を規定した「計測における不確かさの表現のガイド」(原題:Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, 略称:GUM)¹⁾の付属書 E に「不確かさの不確かさ」についての記述がある。「不確かさの不確かさ」とは、推定された不確かさ、詳しくいうと n 個の

表5 ランダム化された実験の順番

装置 A	(1)	(2)	(4)	(5)	(8)
装置 B	(3)	(6)	(7)	(9)	(10)

表6 不確かさの不確かさ

観測値の数 n	不確かさの不確かさ (%)
2	76
3	52
4	42
5	36
10	24
20	16
30	13
50	10

データから推定された標準偏差が、真の標準偏差(母標準偏差)に比べてどの程度変動するのか、ということを表した指標である。ここで、GUM 付属書 E 内の「表 E.1 正規分布に従う確率変数 q の独立な n 個の観測値の平均 $\bar{q}$ の実験標準偏差の、その平均の標準偏差に対する比」を本解説「表6:不確かさの不確かさ」として引用する。

表6を見て分かるように、標準偏差の推定精度は非常に低い。たとえ50回の繰返し測定を行って標準偏差を推定しても、母標準偏差と比べて10%値が変化するということが起こっても全く不思議ではない。つまり基本的に、標準偏差は最初の一桁は信頼できて、二桁目は怪しくなってくる。3. ばらつきの要因、でも少しふれたが、不確かさを報告するときは原則2桁となっているのは、2桁目も怪しいので、3桁目など全く信頼できない、というところからきている。これについてはGUMにも、最終的に報告する不確かさはよけいな桁数を与えない方がよい、多くとも2桁の有効数字で十分である、という旨が記載されている。

よって、同様の測定を行った際の不確かさを評価した結果が、異なっていたとしてもそれは当たり前のことである。また、評価された不確かさが有効数字の2桁目で片方の不確かさがもう片方より3、4位小さかったとしても、実際に不確かさが小さいとはいえない。その程度であれば、同等であると見なすべきであろう。わずかな不確かさの大小で一喜一憂することはナンセンスである。

6. 「不確かさ」の真の意味とは

不確かさという用語は近年よく使われ始めてきているが、その不確かさの意味を誤解している人は多い。一番多いパターンは、「マイクロメータの不確かさ」という言葉に代表される誤解である。

不確かさの定義は、「測定の結果に付随した、合理的に測定量に結びつけられ得る値のばらつきを特徴づけるパラメータ」である。ここで注目してほしいのは、「測定の結果に付随した」という部分である。

つまり、不確かさとは、「測定の結果に付随」するもの

であって、「測定器に付随」するものではないということである。不確かさとは測定の結果に付随するので、測定器のみではばらつきを評価することはできない。これは例えば、ノギスで金属板の厚さを測定したときのばらつきと同じノギスで豆腐の厚さを測ったときでは、測定のばらつきが異なるのは当然である。つまり、何を測定するのか、という測定対象物が決定しない限り、測定結果のばらつきは評価できない、ということである。

しかし、「マイクロメータの不確かさ」というような、いかにも不確かさが装置に付随しているということをイメージさせる言い方は一般的によくされている。これは、「マイクロメータの校正の不確かさ」のことを短縮して言っているのである。

では、「校正の不確かさ」とは何なのであろうか。マイクロメータを例にとって言うと、マイクロメータは、ブロックゲージを用いて校正される。校正という作業は、標準器を用いて、被校正物に値付けを行う作業のことである。つまり、校正の不確かさとは、標準器によって被校正物に値付けしたその値の不確かさのことである。よって、校正の不確かさも測定結果に付随した不確かさの一つといえる。

次に不確かさの定義内の「ばらつきを特徴づけるパラメータ」という部分を見てみよう。不確かさは測定のばらつきを表すが、それには裏の意味がある。つまり、「かたよりが分かっているのであれば、そのかたよりは補正して、その補正後のばらつきを評価する」ということである。

しかし、不確かさではかたよりを全く扱わない、というわけではない。不確かさでは「未知のかたより」を「ばらつき」として扱う。この典型的な例は、デジタル表示に起因する不確かさである。例えば、電圧を測定した結果が、2.3 Vであったとしよう。この電圧計の最小表示桁は0.1 Vである。よって、2.3 Vと表示されていても、この値は2.25 V～2.35 Vの間に存在している、ということだけしか言えない。不確かさではこの2.25 V～2.35 Vで値がばらついている、と考えて評価を行うが、実はこれは未知のかたよりを扱っているのである。つまり、2.25 V～2.35 V内のどこかには真の電圧が存在している（本来であれば、2.25 V～2.35 V内に真の電圧が存在するという保証は全くないが、ここでは便宜的に真の電圧という言葉を用いる）。これは、2.3 Vからのかたよりである（図1）。しかし、そのかたよりの大きさは現在持っている情報だけでは全く知ることができないので、これはばらつきと同じ性質をもつ。つまり、不確かさとは測定のばらつきと未知のかたよりを扱うパラメータなのである。

7. お わ り に

ここまで本解説は不確かさとは何か、また不確かさに関する周辺の話を行ってきた。ここでは、結びの言葉の代わ

図1 未知のかたより

りとして、さらに不確かさに関して調べてみたい人のために参考文献を紹介したいと思う。

・計測における不確かさの表現のガイド¹⁾

これは、不確かさ評価におけるバイブルである。不確かさを評価する人はGUMを持っているべきである。しかしながら、不確かさの初心者がGUMを用いて不確かさを学習するのは、慣れ親しんでいない統計に関する記述故に非常に困難である。学習する場合には以下にあげる解説を用いた方がよい。しかしながらGUMは非常に注意深くかかれた文書であり、実に細かなところまで記述されている。よって、不確かさを他の本などを用いて学習した人が、実際に不確かさ評価を行ったときに他の本に書かれていなかったことに直面したときに、GUMにそのことに関する記載がないかを辞書のように用いて調べるとよい。ほとんどのことはGUMに記載されている。

・(独)製品評価技術基盤機構 HP²⁾

HP内適合性認定分野のページには、JCSS、JNLAといったISO/IEC 17025の認定プログラムに関する情報が載っている。その中でも公開文書一覧には、「測定の不確かさに関する入門ガイド」「校正の不確かさに関する表現」と各量の不確かさの見積りの事例が公開されている。また、JNLAのほうの公開文書には、校正ではなく、試験における不確かさの評価事例が公開されている。

・不確かさ Web³⁾

筆者が所属する応用統計研究室が運営するHPで、当研究室と日本電気計器検定所が共同で開発した初心者用不確かさセミナーテキストの半分がダウンロードできる。

・日本電気計器検定所 HP⁴⁾

初心者用不確かさセミナーテキストの残り半分がダウンロードできる。

これらの文書類を有効利用し、不確かさへの理解を深め、不確かさを有効に利用してほしい。

参 考 文 献

- 1) 監修 飯塚幸三：計測における不確かさの表現のガイド、日本規格協会、第1版、(1996)。
- 2) <http://www.nite.go.jp>
- 3) <http://www.nmij.jp/stats-partcl/uncertainty/uncertainty.html>
- 4) <http://www.jemic.go.jp/>