cBN 研削における切れ刃摩耗挙動のフラクタル解析*

藤本正和** 市田良夫*** 佐藤隆之介***

Fractal Analysis of Wear Behavior of Grain Cutting Edges in cBN Grinding

Masakazu FUJIMOTO, Yoshio ICHIDA and Ryunosuke SATO

This paper deals with a three-dimensional (3D) fractal analysis of wear process of cutting edges in cBN grinding. Wear behavior of grain cutting edges in the grinding process with vitrified cBN wheels has been observed using 3D-scanning electron microscope with four electron probes and the 3D surface profile of cutting edge has been evaluated by means of the fractal analysis. Wear mode of cBN grain cutting edges can be characterized by the fractal dimension. The fractal dimension for the surface profile of cutting edge formed by brittle attritious wear is higher than that of cutting edge formed by ductile attritious wear or fracture wear. Therefore, an increase in ductile attritious wear flat on the grain cutting edge results in a decrease of the fractal dimension. In addition, the complicated changes in shape of cutting edge due to self-sharpening can be evaluated quantitatively by the fractal dimension.

Key words: cBN wheel, grain cutting edge, fractal dimension, attritious wear, micro fracture, small fracture, large fracture, self-sharpening

1. 緒 言

砥粒切れ刃の摩耗は、砥石作用面上の切れ刃分布や切れ刃形状を変化させて砥石寿命並びにそれに至るまでの研削特性を支配する主要因となるため、従来からその挙動に関する多くの研究が行われてきた^{1)~4)}。しかし、切れ刃形状の複雑さやその分布の不規則性などから摩耗挙動を定量的に把握することはいままなお困難である。これまで、このような摩耗による切れ刃形状の複雑な変化過程を評価するパラメータとして、切れ刃摩耗面積率が用いられてきた⁵⁾。これは摩滅摩耗の進行しやすい在来砥石を用いた研削過程では容易に利用できるが、摩滅摩耗が発生しにくいcBNホイールを用いた研削過程では適用することが難しい。特に、摩滅摩耗だけでなく、破砕型の摩耗が進行する研削過程においても、切れ刃の挙動を定量的に把握することのできる新しい評価方法を見出すことが重要である。

本研究では、このような複雑な様相を呈する砥粒切れ刃の摩耗形態および摩耗の進行に伴う形状変化を、形状の複雑さを定量的に表す量として知られているフラクタル次元を用いて評価する。特に、砥粒切れ刃先端近傍での微視的摩耗挙動を評価するため、三角形メッシュを用いた三次元フラクタル解析法を適用し、その有効性を検討したので報告する。

2. 砥粒切れ刃形状の三次元フラクタル解析法

フラクタル次元は、形状や時間的変動の複雑さを定量的に表す量として定義され、地学や生物学における形態学的研究等に応用され始めている^{6)~7)}。対象とする物体の幾何学的形状や時間的変動が複雑になるほどそのフラクタル次元が高くなることが知られて

おり、本研究では、この性質を用いてランダムで複雑な形状を有する砥粒切れ刃の三次元形態を評価することを試みる。フラクタル次元の算出法として種々の方法が提案されているが、ここでは平面問題におけるメッシュ法⁸⁾の概念を立体問題に拡張する手法を用いる⁹⁾。

まず、対象とする立体をいくつかの立方体に細分化する。そのとき分割された立方体の一辺の長さ(メッシュサイズ)を r 、立体表面を通過する立方体の個数を $N(r)$ とすると、この立体形状にフラクタル性があれば $N(r)$ と r の間に次の関係が成り立つ^{6)~7)}。

$$N(r) = \alpha \cdot r^{-D_s} \quad (1)$$

ここで、 α は定数で、 D_s がフラクタル次元である。

このとき一辺 r の正方形の面積は r^2 で与えられるから、立体表面を通過する立方体の個数を基礎としてこの立体の表面積 $S(r)$ を次式で表すこととする。

$$S(r) = r^2 \cdot N(r) = \alpha \cdot r^2 \cdot r^{-D_s} \quad (2)$$

上式の両辺の対数をとると以下の関係が得られる。

$$\log S(r) = \log \alpha + (2 - D_s) \log r \quad (3)$$

この式の傾きから次式によりフラクタル次元 D_s を算出することができる。

$$D_s = 2 - \frac{d \log S(r)}{d \log r} \quad (4)$$

以上が立体の表面を対象にしたフラクタル解析法であるが、実際の計算においては次のような手順でコンピュータ処理を行う。

まず、対象とする砥粒切れ刃先端近傍に、図1(a)に示すような一辺 r_1 の正方格子を設定し、これをメッシュサイズ r_1 の2つの三角形メッシュに分割する。各格子点における表面の高低座標を用いて各三角形の面積 $s_1(r_1)$ 、 $s_2(r_1)$ を計算し、それらの和を $S(r_1)$ とする。次に、同図(b)に示すように、各三角形をさらに半分のメッシュサイズ r_2 で分割する。9個の格子点の高低座標から8個の三角形の面積 $s_1(r_2)$ 、 $\dots$ 、 $s_8(r_2)$ を計算し、それらの和から表面積 $S(r_2)$ を求

* 原稿受付 平成19年7月20日

** 学生会員 宇都宮大学大学院工学研究科 (宇都宮市陽東7-1-2)

*** 正 会 員 宇都宮大学工学部 (宇都宮市陽東7-1-2)

Fig.1 Schematic illustration of three-dimensional fractal analysis using triangle mesh (Sample: surface profile of cBN cutting edge)

Fig.2 Relationship between surface area $S(r)$ and mesh size r (Sample: surface profile of cBN cutting edge shown in Fig. 1)

める。さらに、同図(c)のように、メッシュサイズを半分にし、合計 32 個の三角形に分割する。25 の格子点の高低座標から計算した各三角形の面積の和から表面積 $S(r_3)$ を求める。以後同様に、メッシュサイズを小さくして三角形メッシュを分割し、得られた三角形メッシュの面積の総和、すなわち

$$S(r_n) = \sum_{i=1}^{2^{2n-1}} s_i(r_n) \quad (5)$$

を計算する。これより得られた表面積 $S(r)$ を r に対して両対数座標上にプロットし、両者が直線関係にあるとき、対象とする表面形状はフラクタル性を示し、その直線の傾きからフラクタル次元が求められる。図 2 は、図 1 に示した切れ刃先端近傍の表面形状について求めた $S(r)$ と r の関係を示したもので、おおよそ $0.4 < r < 4 \mu\text{m}$ の範囲でフラクタル性がみられることがわかる。また、直線の傾きからフラクタル次元 $D_s = 2.021$ が得られる。

3. 実験方法と砥粒切れ刃の三次元観察法

研削実験は、横軸角テーブル型平面研削盤を用いて、テーブル 1 往復あたり一定の切込みを連続して与えて(上向き研削時のみ)加工する平面プランジ研削方式で行った。被削材として高速鋼 SKH51 を使用した。実験条件を表 1 に示す。

使用した cBN ホイールは、その外周の一部(cBN セグメント)が脱着できる構造となっている¹⁰⁾。これにより研削過程の任意の段階で、セグメントを外して cBN ホイール表面を直接観察することができる。なお、このセグメント構造の cBN ホイールと同一仕様の通常の cBN ホイールも同一ロットの cBN 砥粒を用いて作製した。これらの cBN ホイールによる同一条件下での研削実験から、両ホイールの研削性能がほぼ同一であることを確認した。なお、cBN ホイールは、AE センサ付きロータリダイヤ

Table 1 Grinding conditions

Grinding method	Surface plunge grinding (Up-cut)
Grinding wheel	CBN80L100V Dimensions: $\phi 200 \times t 10 \text{ mm}$
cBN grain	Single crystal cBN (Type 1)
Peripheral wheel speed	v_s 33 m/s
Work speed	v_w 0.1 m/s
Wheel depth of cut	a 10 μm
Grinding fluid	Soluble type (JIS W-2-2) 2% dilution
Workpiece	High speed steel (JIS SKH51) Hardness: 65HRC Dimensions: $100^l \times 5^t \times 30^h$

モンドドレッサ(ドレッサホイール: SD40Q75M)を用いて、cBN ホイール周速度 33 m/s、ドレッサ周速度 16.5 m/s、周速比 0.5、ドレッサリード 0.1 mm/rev、ドレッサ切込み $2 \mu\text{m} \times 5$ 回の条件でドレッシングを行い、実験に供した。

cBN ホイール作用面の観察は、4 つの電子線プローブを備えたマルチプローブ SEM/EDM3000 (3D-SEM と呼ぶ、三次元プロファイル測定時の Z 方向分解能: 1nm) を用いて行い、砥粒切れ刃の三次元プロファイル求めた。

4. 砥粒切れ刃の摩耗形態とフラクタル次元

研削後のホイール表面には摩耗した切れ刃が様々な形態で観察される。それらの中で最も代表的な砥粒切れ刃の観察例を図 3 に示す。図中各砥粒切れ刃の先端付近に設定した $69 \times 69 \mu\text{m}^2$ の領域 (合計 7 領域) を対象に、メッシュサイズを $0.71 \leq r \leq 22 \mu\text{m}$ の範囲で変化させて求めた表面積の総和 $S(r)$ とメッシュサイズ r の関係を図 4 に、さらに、これより求めたフラクタル次元 D_s の結果を図 5 に各々示す。

まず、同図(a)は摩滅摩耗によって平坦化した砥粒の典型的な例である。砥粒先端に平坦面が形成され、その表面には研削方向と平行に摩滅条痕が観察される。また、切れ刃後方に微小破砕に基づく部分欠けが生じているのがわかる。図中の領域 A を対象に求めた表面積 $S(r)$ とメッシュサイズ r との両対数プロット図 (図 4) より、両者の間にはおおよそ $1.4 < r < 11 \mu\text{m}$ の範囲で直線関係があり、この範囲でフラクタル性を示すことがわかる。また、これより求めたフラクタル次元 D_s は 2.017 と低い値を示し、切れ刃表面が単純な形態にあることを示している。領域 B は、摩滅平坦面と微小破砕による破面をおおの半分程度含めた領域である。領域 A の場合とほぼ同じ $1.4 < r < 11 \mu\text{m}$ の範囲でフラクタル性を示すが、フラクタル次元は 2.021 となり、領域 A の場合より高い値を示す。微小破砕による破面の微細な凹凸が含まれたため、領域 A より複雑であると判断されたものと考えられる。

ところで、同図(a)の平坦面を詳細にみると、滑らかな表面(平滑面)と、それより粗く微細な凹凸からなる表面が混在している

Fig.3 SEM images and their contour maps of typical worn cBN cutting edges (DA: Ductile attritious wear, BA: Brittle attritious wear, MF: Micro fracture, LF: Large fracture, CP: Cleavage plane, CS: Cleavage steps, contour line interval = 2 μm)

Fig.4 Relationship between surface area $S(r)$ and mesh size r (Typical worn cBN cutting edges in Fig.3)

のがわかる。前者は、表面の塑性変形や熱・化学的摩耗などにより連続的に生じる摩滅摩耗面、後者は切れ刃表層部で生じる極微細な脆性破砕により形成される微細凹凸からなる摩滅摩耗面と考えられる。両者を区別するため、前者の摩耗形態を延性摩滅摩耗(Ductile attritious wear: DA)、後者の摩耗形態を脆性摩滅摩耗(Brittle attritious wear: BA)と呼ぶことにする。

同図(b)は、砥粒先端部がこの脆性摩滅摩耗によって平坦化した場合の典型的な切れ刃形態を示したものである。摩耗平坦面には、数μm程度の微細な凹凸がほぼ全面に存在している。ただし、切れ刃前面エッジ部および平坦面左下方に数十μm程度の微小破砕による局部的欠けが生じている。領域Cは、微細な凹凸がほぼ全域に存在する脆性摩滅平坦面の場合で、この面のフラクタル次元は、図5に示すように、対象とした7領域の中で最も高い値を示している。表面に存在する無数の微細な凹凸により砥粒切れ刃のプロファイルが形成されているため複雑な形態として認識されたものである。領域Dは、脆性摩滅平坦面に切れ刃前面エッジ部の微小破砕を一部含めた場合で、そのフラク

Fig.5 Relationship between wear mode and fractal dimension (DA: Ductile attritious wear, BA: Brittle attritious wear, MF: Micro fracture, SF: Small fracture, LF: Large fracture)

Wear mode	Shape of cutting edge	Fractal dimension D_s
Ductile attritious wear (DA)	Smooth wear flat	Lowest
Brittle attritious wear (BA)	Wear flat with ultrafine and/or fine roughness	Highest
Micro fracture (MF)	Sharp edge with fine roughness	High
Small fracture (SF)	Sharp edge with small roughness	Medium
Large fracture (LF)	Sharp edge with rough surface	Low

タル次元は領域Cより少し低い値となっている。また、領域Eは脆性摩滅平坦面に微小破砕面および砥粒側面の平滑部を一部含めた場合で、領域Dよりさらに低いフラクタル次元を示している。ただし、領域C、D、Eは対象とした7領域中で上位を占めており、微細な凹凸からなる脆性摩滅平坦面が最も複雑な

切れ刃として認識されることがわかる。

一方、同図(c)は、砥粒先端付近に比較的大きな規模の破碎が生じ、その破面により構成された切れ刃の例である。領域 G は砥粒の右上付近に生じた大規模破壊により形成された平滑なへき開面を含む場合の例で、そのフラクタル次元は、図 5 に示すように、対象とした 7 領域中で領域 A の延性摩滅平坦面に次いで低い値となっている。へき開によって形成された広い平滑な結晶面(へき開テラス)が含まれるため切れ刃プロファイルがより単純な形態として識別されたものである。また F は、領域 G

の場合よりも平滑な結晶面が少なく、微細なへき開段(へき開ステップ)等により形成された凹凸のある切れ刃の例で、そのフラクタル次元は領域 G の場合よりも高い値となる。破碎の規模が小さくなるほど、微細な凹凸をもつへき開面が現れるようになるので、それに対応してフラクタル次元も高くなる傾向を示している。

以上のように、フラクタル次元は砥粒切れ刃の摩耗形態の特徴をよく捉えていることがわかる。摩耗形態とフラクタル次元の関係性をまとめると表 2 のようになる。切れ刃表面のフラクタ

Fig.6 Change in shape of grain cutting edge with accumulated stock removal (DA: Ductile attritious wear, BA: Brittle attritious wear, MF: Micro fracture, F: Fracture, contour line interval = 2 μm)

Fig.7 Changes of radial wheel wear and radial grain wear with accumulated stock removal

ル次元は、延性摩滅した切れ刃では低く、脆性摩滅や微小破碎で形成された切れ刃では高い。また、小破碎や大破碎により形成された切れ刃ではそれらのほぼ中間の値をとる。このように、三次元フラクタル解析は、摩滅摩耗だけでなく破碎による形状変化をも捉えることが可能であるから、両方の形態が複雑に絡み合って発生する摩耗挙動を評価する上できわめて有効である。

5. フラクタル次元による切れ刃摩耗挙動の評価

ドレッシングにより形成された砥粒切れ刃は、研削の進行とともに摩耗し、その形状を様々に変化させる。3D-SEM を用いて砥粒切れ刃の摩耗形態を観察した多くの結果から、最も典型的な例を図6に示す。

ドレッシング後の砥粒先端付近には、破碎により形成された凹凸のある部分と平坦な部分がみられる。平坦な部分にはさらに平滑な表面と微細な凹凸のある面が混在している。前者はドレッサ的作用により延性的に生成された部分で、前述した延性摩滅摩耗面に類似した平滑面と考えられる。一方、後者はドレッサ的作用により脆性的に形成された微細凹凸面で、前述した脆性摩滅摩耗面と類似した平坦面である。ただし、この表面には亀裂や微細なボイドなど欠陥が多く存在すること、また研削開始直後に破碎されやすいことなどから、この微細凹凸面は、脆く、不安定な状態で切れ刃の表層を覆っている、いわゆる脆弱層の表面と考えられる。

研削除去量 500 mm³/mm 後の切れ刃では、この脆弱層が破碎・消滅し、これによりドレッシング後の平滑部が表面に突出し、工作物と接触・摩耗している状況がわかる。すなわち、その平滑部の一部には既に延性摩滅摩耗が進行し、新しい平滑面を形成している。研削除去量 4000 mm³/mm 後の切れ刃では、延性摩滅摩耗がさらに進行し、この研削量付近で摩滅面積率が最も大きくなる。しかし、研削除去量 4000 ~ 8000 mm³/mm の間で、P および Q 付近に微小破碎が発生し、これにより摩滅面積が減少して、鋭利な切れ刃が新たに生成されているのがわかる。すなわち、摩滅して鈍くなった切れ刃が破碎して新しい切れ刃を再生する自生発刃作用の実体が把握される。さらに研削除去量 8000 ~ 10000 mm³/mm の間で、R 部に中規模の破碎が生じ、切れ刃下方部の形状が大きく変化している。ただし、切れ刃上部には摩滅摩耗面がまだ残されており、工作物と接触して有効切れ刃として作用しているものとみられる。さらに 10000 ~ 14000 mm³/mm の間で切れ刃右上付近が破碎され、また S や T 部に微

Fig.8 Changes in fractal dimension of surface profile of grain cutting edge with accumulated stock removal

Fig.9 Changes in attritious wear flat on grain cutting edge with accumulated stock removal

小破碎が生じている。しかし、切れ刃上部にある摩滅摩耗面は再び拡大する状況をみせている。また、研削除去量 10000 mm³/mm 後では接触していなかった U 部付近に摩滅摩耗が発生し、再び有効切れ刃として作動しようとしている状況が確認される。なお、研削除去量 V_w' の増加に伴うホイール半径摩耗 ΔR の測定結果、並びに砥粒切れ刃の三次元プロファイルの変化より求めた切れ刃先端の半径方向摩耗（砥粒切れ刃半径摩耗） ΔR_g の結果を図7に示す。これより、 ΔR_g は V_w' の増加に伴い ΔR よりも少し低い値で増加すること、また切れ刃先端が $V_w' = 14000 \text{ mm}^3/\text{mm}$ 研削後約 25 μm 摩耗しているのが把握される。

以上のように、砥粒切れ刃は、研削の進行に伴い摩滅や破碎を繰り返し、その形状を複雑に変化させる。特に、この摩耗過程の三次元観察から、摩滅した切れ刃が破碎して新たな切れ刃を再生する、いわゆる自生発刃作用に基づく砥粒切れ刃の形状変化の実体が把握された。

このような研削の進行に伴う切れ刃形態の変化過程をフラクタル次元で評価するため、砥粒切れ刃先端付近に、図中の白線で示すように、評価の対象とする 2 つの領域 I および II を設けた。領域の大きさは図3と同じ $69 \times 69 \mu\text{m}^2$ である。各領域について、研削除去量の増加に伴うフラクタル次元を求めた結果を図8に示す。また、これと対応して SEM 像および等高線図を用いて砥粒切れ刃の摩滅摩耗の占める面積を求め、評価領域 $69 \times 69 \mu\text{m}^2$ に対するその割合を切れ刃摩滅摩耗面積率 A_d とし、研削除去量に対して示すと図9のようになる。ただし、 A_d は延性摩滅摩耗による平坦面のみを対象としている。

Fig.10 Relationship between fractal dimension D_s and attritious wear flat A_d

ドレッシング直後の切れ刃表面のフラクタル次元は 2.025 程度であるが、研削開始後急速に増大し、研削除去量 $V'_w = 500 \text{ mm}^3/\text{mm}$ で約 2.03 となる。これは前述したように、主にドレス後の脆弱層が破碎し、鋭い切れ刃が現れるようになるためである。図 9 に示すように、 $V'_w = 0 \sim 500 \text{ mm}^3/\text{mm}$ で切れ刃摩滅摩耗面積率が減少することもこの変化を裏付けている。

研削除去量が $500 \text{ mm}^3/\text{mm}$ を超えると、延性摩滅摩耗が急速に進行するので、これに伴ってフラクタル次元も減少することがわかる。この減少傾向は $V'_w = 4000 \text{ mm}^3/\text{mm}$ まで続く。さらに、 $V'_w = 4000 \text{ mm}^3/\text{mm}$ を超えると、上述したように、P および Q 付近で微小破碎が発生して摩滅面積が減少すると共に、鋭利な切れ刃が新たに生成されるため、フラクタル次元は $V'_w = 9000 \text{ mm}^3/\text{mm}$ 付近まで増大する傾向を示す。

なお、領域 I と II のフラクタル次元は $V'_w = 9000 \text{ mm}^3/\text{mm}$ 付近まではほぼ同様の傾向を示すが、 $V'_w = 10000 \text{ mm}^3/\text{mm}$ を超えると、両領域のフラクタル次元に差が生じるようになる。前述したように、領域 II では R 部に中規模の破碎が生じ、切れ刃下方部の形状が大きく変化する。 $V'_w = 10000 \text{ mm}^3/\text{mm}$ 後の表面にはへき開による平滑面が多くなるため、 $V'_w = 8000 \text{ mm}^3/\text{mm}$ 後の表面に比べて少し単純な形状に変化する。これによりフラクタル次元も若干減少する傾向を示している。この傾向は $V'_w = 14000 \text{ mm}^3/\text{mm}$ まで続く。一方、領域 I では $V'_w = 8000 \sim 10000 \text{ mm}^3/\text{mm}$ にかけて R 部に発生する中規模破碎に影響されるものの、刃先中央部では微細なへき開段等による凹凸面が存在するため、フラクタル次元は高い値を維持する。その後 $V'_w = 10000 \sim 14000 \text{ mm}^3/\text{mm}$ にかけて、切れ刃摩滅摩耗面積率が増加する傾向にあることや、砥粒右上 S 部の破碎による平滑な結晶面が現れることなどから、切れ刃のプロファイルが少し単純化する傾向があるので、これに伴ってフラクタル次元がやや低下している。

以上のように、フラクタル次元は摩耗の進行に伴う砥粒切れ刃の形状変化の特徴をみごとに捉えている。特に、フラクタル次元と切れ刃摩滅摩耗面積率との間には密接な関係があることがわかった。そこで、フラクタル次元を切れ刃摩滅摩耗面積率に対してプロットすると図 10 のようになる。なお、図中のアルファベット記号は図 6, 8, 9 および図 3, 5 の記号に対応している。縦の D_s 軸上の点は摩滅摩耗面積率がゼロ、すなわち破碎のみで形成された切れ刃の形態を示している。この場合、 D_s は微細な凹凸面で構成された形状になるほど(破碎の規模が微小になるほど)大きくなり、粗く単純な形状になるほど(破碎の規模が大き

くなるほど)低くなる。極限としての凹凸のない平面では 2.0 となる。また、横軸の摩滅摩耗面積率 A_d が大きくなるとフラクタル次元は減少し、極限としての $A_d = 100\%$ (凹凸のない平面)では 2.0 となることがわかる。このように、 A_d と D_s の間には負の相関が見られる。

精密研削では一般に、安定した研削状態をより長く維持するため、延性摩滅摩耗を抑制すると共に、微細な破碎による自生作用を適度に生じさせて、砥石の損耗を抑制しつつ、切れ味を保つ工夫がなされる。例えば、このような理想的な摩耗形態の領域を図 10 の D_s - A_d 線図に示してみると破線のようになると考えられる。以上のように、 D_s - A_d 線図は、摩耗の形態を分類する上でも、また加工の目的に応じた最適な摩耗形態の範囲を示すためにも有効である。

6. 結 言

cBN 研削過程における切れ刃摩耗挙動のフラクタル解析を試みた結果、以下の結論を得た。

- (1) 砥粒切れ刃の摩耗形態をフラクタル次元で特徴づけることができる。すなわち、切れ刃表面のフラクタル次元は、(a) 延性摩滅した切れ刃では低く、(b) 脆性摩滅や微小破碎で形成された切れ刃では高い。また、(c) 小破碎や大破碎により形成された切れ刃では (a) と (b) の中間の値をとる。
- (2) 切れ刃表面のフラクタル次元と切れ刃摩滅摩耗面積率の間には密接な関係があり、ほぼ負の相関がみられる。すなわち、切れ刃摩滅摩耗面積率の増加と共にフラクタル次元は減少する。
- (3) 破碎により形成される切れ刃の形状は、破碎の規模が小さくなるほど微細なプロファイルで構成されるようになり、これに伴いフラクタル次元は増大する傾向を示す。
- (4) 摩滅した切れ刃が破碎して鋭い切れ刃を繰り返し再生する自生発育作用の複雑な過程をフラクタル次元で定量的に評価することができる。
- (5) フラクタル次元-切れ刃摩滅摩耗面積率線図は、摩耗の形態を分類する、あるいは加工の目的に応じた最適な摩耗形態を表示する上で有用である。

参 考 文 献

- 1) 津和秀夫：研削における砥粒の挙動について（第 4 報）一切れ刃の顕微鏡観一，精密機械，27，11 (1961) 719.
- 2) 吉川弘之：砥粒の破壊を伴う研削砥石の摩耗過程，精密機械，26，11 (1960) 691.
- 3) Y. Ichida, N.B. Fredj and N. Usui: The Micro-fracture Wear of Cutting Edges in CBN Grinding, The 2nd Int. ABTEC Conf. JSMA, 11, (1995) 501.
- 4) Y. Ichida and K. Kishi: The Development of Nanocrystalline cBN for Enhanced Superalloy Grinding Performance, ASME J. of Manufacturing Science and Engineering, 119, 1 (1997) 110.
- 5) 津和秀夫：研削における砥粒の挙動について（第 3 報）一切れ刃面積率一，精密機械，27，6 (1961) 414.
- 6) B. B. Mandelbrot: The Fractal Geometry of Nature, W. H. Freeman and Company, New York. (1983) 109.
- 7) 高安秀樹：フラクタル，朝倉書店，(1986) 154.
- 8) 萩原親作，帯川利之，谷内浩：形状特徴に基づくラッピング砥粒の評価，精密工学会誌，61, 12 (1995) 1760.
- 9) 酒井達雄，酒井孝，上野明：金属材料の機械加工面性状の不規則性評価に関するフラクタル解析の適用，日本機械学会論文集（A 編），64, 620 (1998) 1104.
- 10) M. Fujimoto, Y. Ichida, R. Sato and Y. Morimoto: Characterization of Wheel Surface Topography in cBN Grinding, JSME Int. J. Series C, 49, 1 (2006) 10.