ボールスプラインの負荷分布と寿命に関する研究（第1報）*

—Type AII の理論解析—

清水茂夫** 水野宏亮*** 桜井正寿*** 杉山 成***

Study on Load Distribution and Life Distribution for Ball Spline (1st Report)
— Theoretical Analysis in Case of Type AII —

Shigeo SHIMIZU, Hiroaki MIZUNIO, Masatoshi SAKURAI and Shigeru SUGIYAMA

Ball splines were standardized by JIS in 2004 and now they are examined in ISO / TC39 as power transmitting components. In this paper the ball load distribution and basic dynamic load rating for ball spline type AII are discussed theoretically by considering the re-circulation of balls in each row including a spline shaft bending deformation with radial load and the crownings of nut raceway both end portions. The ball load distributions in case of even arrangement, condition I for the effective number of balls, $Z_t = Z_{tI} = 9$ and uneven arrangement, condition II for the effective number of balls, also $Z_t = Z_{tII} = 8$ are discussed with ball re-circulation. The results are as follows. (1) Under the application of pure torque, the ball load distributions for each condition I and II are even except the crowning portions and the shaft deformation does not occur, and maximum ball load in condition II is shown $P_{\max II} \leq 1.03P_{\max I}$ in accordance with ball re-circulation. (2) Under the application of pure radial load, the ball load fluctuation is $P_{\max II} \leq 1.19P_{\max I}$ without shaft deformation and further $P_{\max II} \leq 1.15P_{\max I}$ with shaft deformation. (3) Under the application of combined radial load and torque, the ball load fluctuation is $P_{\max II} \leq 1.07P_{\max I}$ in case of without shaft deformation and further $P_{\max II} \leq 1.07P_{\max I}$ with shaft deformation. (4) The basic dynamic load rating C_{F*} for ball spline can be classified into pure torque C_{Mx} , pure radial load C_{Fy} , combined radial load and torque C_{Fy+Mx} etc. In case of pure torque, the C_{Mx} value by this report is agreed with ISO's load rating for condition I theoretically. (5) In case of combined radial load and torque, it is made clear that the load rating for C_{Fy} is remarkably decreased in accordance with the increase in load eccentricity and C_{Fy+Mx} value approaches to the basic dynamic load rating for pure torque C_{Mx} .

Key words: ball spline, ball load distribution, basic dynamic load rating, rating life, life formula

1. 結 言

ボールスプラインは、ナットとスプライン軸に複数の玉列が設けられ、多数の玉が循環運動をする構造をもち、工作機械、半導体製造装置、産業用ロボット等のトルク伝達要素として広く使用されている。このようなボールスプラインは、ボールねじのリードが無限大になったものと考えることができるので、JIS B 1193¹⁾をもとに日本の提案で寸法や定格荷重^{2) 3)}の規格化が、ISO/TC39の中で検討されている。

ボールスプラインの負荷分布と基本動定格荷重および寿命に関する一連の研究^{4) ~ 6)}は、清水と井澤によって1980年代に公表されてきたが、ここで取扱われたアイテムは丸軸にサーキュラーアーク溝を3列設けたラジアル形 Type R¹⁾に関するものである。したがって、これ以外のボールスプラインに対する負荷分布や寿命分布や信頼性に関する理論構築と実験による検証を実施する必要がある。

本報告では、ボールガイドの雛形になったアイテム Type AII に対する玉循環を考慮した一般的な負荷分布式と基本動定格荷

重式をたて、ナット両端部クラウニングの異なる2種類のボールスプラインに対する解析結果について述べる。

2. 負 荷 分 布 式

2.1 座標系と外部荷重および変位成分

まず、図1はボールスプラインのナット中心に座標原点を設けた透視図ならびにナット中心の変位成分を示す。ナットには外部荷重としてy軸方向にラジアル荷重 F_y と z 軸方向に横荷重 F_z および x 軸回りのトルク M_x が作用し、そのほかにモーメント荷重として y 軸、z 軸回りのモーメント M_y , M_z が作用するものとする。また、軸荷重 F_y , F_z によるラジアル変位 α_1 , 横変位 α_4 およびトルク M_x による回転角 α_3 (twist angle) が生じ、さらに M_y と M_z による y 軸と z 軸回りの各回転角 α_5 (yawing angle) および α_2 (pitching angle) が生じるものとする。

図2はボールスプラインの縦断面における玉配置状態(玉ピッチ t_w , 有効玉数 Z_b , 玉番号 $i=1, 2, \dots, Z_b=9$)と軌道面両端部に付与されたクラウニング形状を示す。軸移動と共に玉はその1/2だけ移動し、ナット中心に対する左右の玉並びは対称状態および非対称状態を繰り返す。この場合、クラウニングは傾斜角 θ_1 と θ_2 の2斜面部で付与され、 x_c 位置におけるクラウニング深さ s_k はそれぞれ式(1)(2)で与えられる。

* 原稿受付 平成19年11月30日

** 正 会 員 明治大学理工学部 (川崎市多摩区東三田 1-1-1)

*** 学生会員 明治大学大学院

Fig.1 Ball spline and co-ordinate system (Type AII)

Fig.2 Ball arrangement and crowning

Fig.3 Cross section and ball row arrangement (Type AII)

$$\lambda_x = x_c \theta_1, \quad x_c \leq X_{r1} - X_{r2} \quad (1)$$

$$\lambda_x = \lambda_{e1} - \lambda_{e2} + (x_c - X_{r1} + X_{r2})\theta_2, \quad x_c \geq X_{r1} - X_{r2} \quad (2)$$

このようなクラウニングは総クラウニング量 ω_1 が、浅過ぎると例え玉荷重が小さくともエッジ部にかなり高い Hertz 応力が発生するため、早期剥離の原因⁶⁾となる。簡素化のため玉番号 i 、玉列番号 j に関する添字は省略するが、 x 断面位置のナット溝曲率中心点 $A_N(y_N, z_N)$ の移動量 δ_N は、次式で近似できる。

$$\delta_v = \alpha_1 + \alpha_2 x - \alpha_3 z_N \quad (3)$$

$$\delta_z = \alpha_4 - \alpha_5 x + \alpha_3 y_N \quad (4)$$

次に、図3はボールスプラインの横断面と玉列配置状態を示す。玉ピッチ円半径を r_m 、玉列 $j=1$ と y 軸のなす角を ψ_j 、玉列

Fig.4 Elastic deformation and ball load in ball spline

$j=1, 3, 5$ と角部 (horn) 中心線がなす角を $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ とし、角部の中心線と各玉列のなす角をそれぞれ β_0 とする。玉列 $j=3$ と 4 の拡大図は左側に示される。直径 D_w の玉がナットと軸の溝に対してすきまなく、それぞれ適合度 f で組み込まれている。無負荷時のナットと軸の溝曲率中心点間距離 A_0 は

$$A_0 = \overline{A_N A_S} = (2f - 1)D_w \quad (5)$$

であり、軸とナットの溝曲率中心点座標 $A_S(y_S, z_S)$ と $A_N(y_N, z_N)$ は、
玉列 $j=1, 3, 5$ に対して

$$\begin{bmatrix} y_s \\ y_n \end{bmatrix} = \frac{d_0}{2} \cos\left(\gamma_{\frac{j+1}{2}} - \gamma_1 + \gamma_0\right) \pm \frac{A_0}{2} \cos\left(\gamma_{\frac{j+1}{2}} - \beta_0 + \gamma_0\right) \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} z_S \\ z_N \end{bmatrix} = \frac{d_0}{2} \sin\left(\gamma_{\frac{j+1}{2}} - \gamma_1 + \gamma_0\right) \pm \frac{A_0}{2} \sin\left(\gamma_{\frac{j+1}{2}} - \beta_0 + \gamma_0\right) \quad (7)$$

玉列 $j=2, 4, 6$ に対して

$$\begin{bmatrix} y_s \\ y_N \end{bmatrix} = \frac{d_0}{2} \cos\left(\gamma_{\frac{j}{2}} + \gamma_1 + \gamma_0\right) \pm \frac{A_0}{2} \cos\left(\gamma_{\frac{j}{2}} + \beta_0 + \gamma_0\right) \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} z_s \\ z_N \end{bmatrix} = \frac{d_0}{2} \sin\left(\gamma_{\frac{j}{2}} + \gamma_1 + \gamma_0\right) \pm \frac{A_0}{2} \sin\left(\gamma_{\frac{j}{2}} + \beta_0 + \gamma_0\right) \quad (9)$$

ここで、 $\pm$ 符号は上側を軸、下側をナットとする.

図4は $j=5$ における接触弾性変形量と玉荷重を示す。外部荷重によりナットが式(3)(4)に示す変位をする。簡単のためスプライン軸に対して y 軸方向、すなわちラジアル方向の曲げ変形 δ のみを考慮すると、軸は点 $A_s(y_s, z_s)$ から $A'_s(y'_s, z'_s)$ に移動する。したがって、ナット溝曲率中心点は軸変形の影響をうけながら $A_N(y_N, z_N)$ から $A'_N(y'_N, z'_N)$ に移動する。その結果、

$$y'_N = y_N + \delta_y, \quad z'_N = z_N + \delta_z \quad (10)$$

$$y'_s = y_s + \delta_s, \quad z'_s = z_s \quad (11)$$

2.2 接触部の弾性変形と玉荷重および接触角

図4から玉列 $j=5$ の溝曲率中心距離 v_y, v_z は

$$v_y = y'_S - y'_N, \quad v_z = z'_S - z'_N \quad (12)$$

ナットと軸の溝曲率中心間距離は A_0 から A になるので

$$A = \overline{A'_N A'_S} = \sqrt{v_y^2 + v_z^2} \quad (13)$$

したがって、接触角 β_{ij} は

$$\tan \beta_{ij} = \frac{v_z}{v_u}, \quad \sin \beta_{ij} = \frac{v_z}{A}, \quad \cos \beta_{ij} = \frac{v_y}{A} \quad (14)$$

$$\beta_{ij} = \tan^{-1} \frac{v_z}{v_y}, v_y > 0 \quad (15)$$

$$\beta_{ij} = \tan^{-1} \frac{v_z}{v_y} + \pi, v_y < 0 \quad (16)$$

玉の弾性変形 δ_{ij} は、外部荷重作用前後のナットと軸の溝曲率中心点座標の差 $A-A_0$ であるから、クラウニング部のスキマ λ_x を考慮すると、次式で表すことができる。

$$\delta_{ij} = \sqrt{v_y^2 + v_z^2} - (2f-1)D_w - \lambda_x \quad (17)$$

$$\lambda_x = 0, x < |l_i/2 - X_{r1}|$$

また、ナットと玉および軸の Hertz 接触部の合成ばね定数を $C_b \text{ N/mm}^{3/2}$ とすると、玉荷重 P_{ij} は次式になる。

$$P_{ij} = C_b \delta_{ij}^{3/2}, \delta_{ij} < 0 \rightarrow P_{ij} = 0 \quad (18)$$

2.3 カとトルクおよびモーメントの釣合条件式

まず、図4から玉荷重 P_{ij} に対する y, z 軸方向分力 P_{ijy}, P_{ijz} を求めると次式を得る。

$$P_{ijy} = P_{ij} \cos \beta_{ij}, P_{ijz} = P_{ij} \sin \beta_{ij} \quad (19)$$

次に、 y 軸方向、すなわちラジアル荷重の力の釣合式は

$$g_1 = \sum_{i=1}^Z \sum_{j=1}^6 P_{ij} \cos \beta_{ij} + F_y = 0 \quad (20)$$

z 軸回りのモーメントの釣合式は

$$g_2 = \sum_{i=1}^Z \sum_{j=1}^6 P_{ij} x \cos \beta_{ij} + M_z = 0 \quad (21)$$

x 軸回り、すなわちトルクの釣合式は

$$g_3 = \sum_{i=1}^Z \sum_{j=1}^6 P_{ij} (y'_s \sin \beta_{ij} - z'_s \cos \beta_{ij}) + M_x = 0 \quad (22)$$

z 軸方向の力の釣合式は

$$g_4 = \sum_{i=1}^Z \sum_{j=1}^6 P_{ij} \sin \beta_{ij} + F_z = 0 \quad (23)$$

y 軸回りのモーメントの釣合式は

$$g_5 = \sum_{i=1}^Z \sum_{j=1}^6 P_{ij} x \sin \beta_{ij} + M_y = 0 \quad (24)$$

以上の力とトルクおよびモーメントの釣合条件式(20)~(24)は Newton-Raphson 法を用いて未知数 $\alpha_1 \sim \alpha_5$ に関して解かれることになる。

2.4 軸の曲げ変形

図1に示すボールスプラインが軸スパン l_s で両端単純支持され、中央集中荷重 F_y が作用するものとする。軸座標は x_s で左端にとり、軸の曲げ剛性は EI (E =縦弾性係数、 I =断面2次モーメント)とする。その結果、軸変形 δ_s は

- $0 \leq x_s \leq l_s/2$ に対して

$$\delta_s = \frac{F_y}{48EI} x_s (3l_s^2 - 4x_s^2) \quad (25)$$

- $l_s/2 \leq x_s \leq l_s$ に対して

$$\delta_s = \frac{F_y}{48EI} (x_s - l_s) (4x_s^2 - 8l_s x_s + l_s^2) \quad (26)$$

なお、軸のねじり変形の影響は無視できるものとした。

3. 定格荷重式と寿命式

3.1 各列の定格玉荷重 Q_{cr}

ボールスプラインの軌道面は、玉に分布する荷重 P_{ij} により繰

返し圧縮力をうけ、周知のように軌道面に平行なせん断応力振幅が発生する深さ近傍から、いずれは転がり疲れ剥離に伴うスポーリングを生じし、アイテムの寿命にいたる。

ボールスプラインの単位走行寿命 (Unit Running Life) は URL = 50 km とされる¹⁾。寿命分布は、外部荷重やトルクに対して母集団が剥離破損しない最小寿命 γ を導入したワイブル勾配が一定の3パラメータワイブル分布に従う⁶⁾。また、ナットと軸軌道面が90%の信頼度で剥離破損しないであろう定格玉荷重 Q_{cr} 、 Q_{cs} は、それぞれ次式で表すこと^{7, 8)}ができる。すなわち、

$$Q_{cr} = K_c l_i^{-1/w} (2t_w)^{1/p} \quad (27)$$

$$Q_{cs} = K_c l_i^{-1/w} (2t_w)^{1/p} \left(\frac{S_t}{l_i} \right)^{1/p} \left[\frac{S_t - m-1}{l_i} \right]^{-1/w} \quad (28)$$

$$K_c = 29.8 [2f/(2f-1)]^{0.41} D_w^{2.1} \quad (29)$$

ここで、 S_t =直動ストロークであり、 $m=10/9$:ワイブル勾配、 $p=3$:荷重寿命指数、 $w=pm=10/3$ である。

また、ナットと軸軌道面の1列全体に対応する定格玉荷重 Q_{cr} は、確率乗法定理

$$Q_{cr}^w = Q_{cr}^w + Q_{cs}^w$$

へ式(27)(28)および指数値を代入すると、式(30)になる。

$$Q_{cr} = K_c l_i^{-0.3} (2t_w)^{1/3} \left[1 + \left(\frac{S_t}{l_i} \right)^{10/9} \left(\frac{S_t - 1}{l_i} \right)^{-10/9} \right]^{-0.3} \quad (30)$$

3.2 各列の等価平均玉荷重 Q_{eq}

ボールスプライン各列の玉荷重 P_{ij} は、運転中の玉通過に伴い変動する。いま、運転中の有効玉数 Z_i が均一に軌道面に並ぶ $k=I$ の状態 ($Z_i=Z_{iI}$) と Z_i が1個少ない場合のナット中心に対して玉並びが左右非対称で偏心をもつ $k=II$ の状態 ($Z_i=Z_{iII}$) に対して、それぞれ玉荷重 P_{ijk} と各列の最大玉荷重 P_{maxjk} が求められているものとする。その結果、各玉列の等価玉荷重 Q_{eqjk} は Palmgren-Miner 則⁹⁾を適用して

$$Q_{eqjk} = P_{maxjk} \left[\frac{1}{Z_{jk}} \sum_{j=1}^Z \sum_{k=1}^K \left(\frac{P_{ijk}}{P_{maxjk}} \right)^3 \right]^{1/3}, k=I \text{ or } II \quad (31)$$

$$Z_{iI} = Z_i = \text{int} \left(\frac{l_i}{t_w} + 0.5 \right), Z_{iII} = Z_{iI} - 1 \quad (32)$$

さらに、この Q_{eqjk} に対して玉並び状態 $k=I$ と $k=II$ の等価玉荷重に1:2の重みをつけて各列の等価平均玉荷重 Q_{eqj} を次式で評価することにする。

$$Q_{eqj} = \frac{1}{3} (Q_{eqjI} + 2Q_{eqjII}) \quad (33)$$

3.3 寿命式と基本動定格荷重 C_F

式(30)~(33)で各列の定格玉荷重 Q_{cr} および各列に働く等価平均玉荷重 Q_{eqj} が評価できたので、任意ストローク S_t に対するボールスプラインの基本動定格荷重は、Lundberg-Palmgren¹⁰⁾の古典理論を修正して以下のように求めることができる。すなわち、ボールスプライン全体の寿命 $L_{10-\gamma}$ と各列の寿命 $(L_{10-\gamma})_j$ は、 F^* をボールスプラインに働く主たる外部荷重、例えばラジアル荷重の場合は $F^*=F_y \text{ N}$ に、トルクの場合は $F^*=M_x \text{ Nmm}$ に読替える記号とする。その結果

$$L_{10} - \gamma = \left(\frac{C_{F^*}}{F^*} \right)^p, \quad p = \frac{w}{m} = 3 \quad (34)$$

$$(L_{10} - \gamma)_j = \left(\frac{Q_{cT}}{Q_{eqj}} \right)^p \quad (35)$$

ワイブル分布より確率乗法定理は

$$(L_{10} - \gamma)^{-m} = \sum_{j=1}^6 (L_{10} - \gamma)_j^{-m}, \quad m = \frac{10}{9} \quad (36)$$

式(30)(33)と式(35)(36)の関係から、ボールスプラインの基本動定格荷重 C_{F^*} は、式(37)になる。

$$C_{F^*} = \left[\sum_{j=1}^6 \left(\frac{Q_{cT}}{Q_{eqj}} \right)^{-w} \right]^{-1/w} \times F^*, \quad w = pm = \frac{10}{3} \quad (37)$$

また、任意の信頼度 R 、すなわち破損確率 $n\%$ の寿命 $L_n - \gamma$ は、信頼度係数を a_1 とすると、式(38)になる。

$$L_n = a_1 \left(\frac{C_{F^*}}{F^*} \right)^3 + \gamma, \quad a_1 = \left(\frac{\ln R}{\ln 0.9} \right)^{0.9} \quad (38)$$

Table 1 Ball spline dimension (Type AII)

Nominal diameter	$d_0 = 30 \text{ mm}$
Raceway length	$l_t = 43 \text{ mm}$
Number of ball circulations	$J = 6$
Number of effective balls	$Z_t = 9 \text{ } (Z_{tI} = 9, Z_{tII} = 8)$
Initial contact angle	$\alpha = 45^\circ$
Ball diameter	$D_w = 4.7625 \text{ mm}$
Ball pitch	$t_w = 4.777 \text{ mm}$
Conformity factor	$f = 0.52$
Hertz constant	$C_b = 2.305 \times 10^5 \text{ N/mm}^{1.5}$
Shaft support span / Stroke	$l_s = 160 \text{ mm} / S_t = 100 \text{ mm}$
Second moment of area	$I_z = 1.87 \times 10^4 \text{ mm}^4$
Flexural rigidity	$EI_z = 3.85 \times 10^9 \text{ Nmm}^2$
Crowning for Test A	$X_{r1} = 5.5 \text{ mm}, \lambda_{e1} = 0.025 \text{ mm}$ $F_y \times l_z = 1.84 \times 70 \text{ kNmm}$
Crowning for Test B	$X_{r1} = 6.0 \text{ mm}, \lambda_{e1} = 0.045 \text{ mm}$ $F_y \times l_z = 2.09 \times 70 \text{ kNmm}$
	$X_{r2} = 2.0 \text{ mm}, \lambda_{e2} = 0.015 \text{ mm}$ $X_{r2} = 1.6 \text{ mm}, \lambda_{e2} = 0.025 \text{ mm}$

4. 理論解析と考察

本研究で用いた呼び径 $d_0 = 30 \text{ mm}$ のボールスプライン諸元を

Fig.5 Load distribution in ball spline for combined radial load and torque with and without shaft deformation, Test A

Fig.6 Load distribution in ball spline for combined radial load and torque with and without shaft deformation, Test B

Fig. 7 Load distribution in ball spline for pure radial load with and without shaft deformation, Test B

Fig. 8 Load distribution in ball spline for pure torque, Test A

Fig. 9 Fluctuation of maximum ball load

表 1 に示す。アイテムに付与されるクラウニングは、次報で述べる寿命試験の試験条件 Test A および Test B に対応する。また、図 3 に示すようなボールスプラインの取付角は $\gamma_0 = 0^\circ$, $\gamma_1 = 15^\circ$, $\gamma_{11} - \gamma_1 = 120^\circ$, $\beta_0 = 45^\circ$ および軸は両端単純支持でそのスパンは $l_s = 160 \text{ mm}$ である。

図 5 は Test A の条件に対してラジアル荷重 $F_y = 1.84 \text{ kN}$ とトルク $M_x = 1.84 \times 70 = 128.7 \text{ Nm}$ の合成荷重条件下でクラウニング深さ $\lambda_{e1} = 25 \mu\text{m}$ 、軸変形を無視した場合とスパン $l_s = 160 \text{ mm}$ の中央にボールスプラインを配置して両端単純支持軸条件で軸変形を考慮した場合の負荷分布変動を示す。状態 I では、各玉列の玉が中央の玉 ($i=5$) に対して左右対称に配置されているため、玉列 $j=5$ の $i=2 \sim 8$ に最大玉荷重 $P_{\max I} = 726 \text{ N}$ が作用し、この状態からスプライン内の玉を例えば $1 \mu\text{m}$ ごとに左側に移動すると①の玉がナット外になり、②から⑩の玉並び状態がナット中心に対して左右対称でなくなる。したがって、ラジアル荷重作用点に対しわずかな偏心が生じ、負荷分布が片寄り傾向になる。その結果、最大玉荷重は⑨の玉で $P_{\max II} = 775 \text{ N}$ となり、状態 I より 7% 増大する。

また、軸変形を考慮すると玉列 $j=1, 3$ はわずかな上に凸の分布になり、 $j=5$ は下に凸状の分布となる。一方、最大玉荷重は $P_{\max I} = 748 \text{ N}$, $P_{\max II} = 831 \text{ N}$ となり、状態 II の最大玉荷重は状態 I より 11% 増大し、軸変形を無視した状態 II より 7% 増大する。したがって、玉移動に関する玉荷重変化が軸変形の影響よりやや大きいといえる。また、状態 I で $i=1$ と 9 の玉荷重が 52% ($0.52 \times 748 = 389 \text{ N}$) とナット端部荷重はかなり大きいことがわかる。

図 6 はクラウニング深さ $\lambda_{e1} = 45 \mu\text{m}$ 、Test B の条件に対する同様な負荷分布変動を示す。図 5 に比べてクラウニングが大きいので、ラジアル荷重 $F_y = 2.09 \text{ kN}$ とトルク $M_x = 146 \text{ Nm}$ は若干増大しているが、軸変形がある場合、状態 I で $i=1$ と 9 の玉荷重が 25% 以下 ($0.244 \times 903 = 220 \text{ N}$) とかなり小さいこと、最大玉荷重は増大するがナット端部荷重は小さいことがわかる。また、図 5 の場合、寿命試験ではナット軌道面端部のエッジ部から剥離が生じたが、図 6 ではナット内部のクラウニング部と軌道面直線部の接合部またはやや内部に入った箇所まで剥離が生じ、低破損域の寿命値がやや延長した。したがって、寿命試験では状態 I に対する両端部玉荷重は $P_{\max I}$ の 25% 以下になるようなクラウニングにするとよさそうであるといえる。

Table 2 Solutions for Test A and Test B

Tests	Loads, in kN, Nm	α_1 μm	α_2 mrad	α_3 mrad	α_4 μm	α_5 mrad
A $P_{\max I}$	$F_y=1.84, M_x=128.7^*$	38.79	0.312	2.232	-0.046	0.000
	$F_y=1.84, M_x=128.7^{**}$	2.873	0.000	2.234	-0.031	0.000
	$M_x=128.7$	0.000	0.000	2.241	0.000	0.000
B $P_{\max I}$	$F_y=2.09, M_x=146^*$	44.18	0.356	2.486	-0.092	-0.001
	$F_y=2.09, M_x=146^{**}$	3.249	0.000	2.492	-0.047	0.000
	$F_y=2.09^*$	50.09	0.359	0.040	-3.282	0.000
	$F_y=2.09^{**}$	8.923	0.000	0.040	-3.283	0.000
	$M_x=146$	0.000	0.000	2.501	0.000	0.000
A $P_{\max II}$	$F_y=1.84, M_x=128.7^*$	39.19	0.360	2.269	-0.032	0.000
	$F_y=1.84, M_x=128.7^{**}$	3.100	0.028	2.269	-0.029	0.000
	$M_x=128.7$	0.000	0.000	2.277	0.000	0.000
B $P_{\max II}$	$F_y=2.09, M_x=146^*$	44.42	0.392	2.482	-0.039	0.000
	$F_y=2.09, M_x=146^{**}$	3.392	0.020	2.483	-0.031	0.000
	$F_y=2.09^*$	50.14	0.272	0.041	-3.294	0.000
	$F_y=2.09^{**}$	8.994	-0.074	0.040	-3.305	0.000
	$M_x=146$	0.000	0.000	2.501	0.000	0.000

With* and without** shaft deformation

 Fig. 10 $C_{F_y+M_x}$ and $C_{M_x+F_y}$ vs. E_x for Test A

 Fig. 11 $C_{F_y+M_x}$ and $C_{M_x+F_y}$ vs. E_x for Test B

図7は純ラジアル荷重 $F_y=F_r$ がスプライン中央に作用した場合の Test B に対する負荷分布変動を示す。この場合の最大玉荷重変動は状態 I と II で軸変形の有無に対してそれぞれ 17% と 15% となり、図6に比べて増大し、軸変形の影響がかなり大きいことがわかる。

図8は純トルク M_x 作用下の Test A に対する負荷分布変動状態を示す。クラウニングの小さい Test A の場合、玉移動に伴う負荷分布変動は3%以下であり、Test B の場合 $P_{\max I}=P_{\max II}=718\text{N}$ で負荷分布変動は全く見られないので省略した。なお、ラジアル荷重が働かないので軸変形は生じない。

Table 3 Basic dynamic load / torque rating

Tests	C_{F_y} kN, $E_x=0$		$C_{F_y+M_x}$ kN, $E_x=4.67$	
	With* s.d.	Without**	With* s.d.	Without**
A	13.2	13.8	2.79	2.87
B	12.1	12.9	2.75	2.83
Tests	$C_{M_x+F_y}$ Nm, $E_x=4.67$		C_{M_x} Nm, $E_x=\infty$	
	With* s.d.	Without**	With* s.d.	Without**
A	195	201	210	210
B	192.5	198.2	211	211

次に、図9は図5、6および図7、8で示した負荷分布変動に対応する最大玉荷重の変動状態について玉移動量を玉ピッチ l_w の2倍まで求めて整理した結果を示す。図中、 $P_{\max I}$ は玉が移動を始める初期位置の玉並び状態に対する最大玉荷重 $P_{\max}$ であり、 $P_{\max II}$ は移動中の $P_{\max}$ 中最も大きいものを示す。また、 $P_{\max}$ が $P_{\max I}$ より小さいところに谷のピークを示しているが、このときの玉並び状態は10個の玉がナット中心に対して左右対称の状態であり、 $i=1$ と $i=10$ の玉位置はほぼナット両端線上にある。そして、負荷玉の数は8個の場合である。

表2は以上の様々な条件下の解 $\alpha_1 \sim \alpha_5$ を一括して示す。ラジアル荷重 F_y が作用した条件では、Test A の場合 $\alpha_1=39\mu\text{m}$ および Test B の場合 $\alpha_1=44\mu\text{m}$ 程度になり、ボールスプラインの軸変形を無視できないことがわかる。

最後に、式(30)~(33)および式(37)を用い、軸ストローク $S_f=200\text{mm}$ 、Test A、B に対するナット内負荷分布変動ならびに軸変形の有無を考慮してラジアル荷重 F_y とトルク M_x の合成荷重条件下の基本動定格荷重 $C_{F_y+M_x}$ および基本動定格トルク $C_{M_x+F_y}$ を求めた結果は、図10および図11に示される。ここで、破線は軸変形を無視した場合、実線は軸変形を考慮した場合を示す。ラジアル荷重はナット中心から $z=l_z$ の位置に作用するものとし、 $l_z=0 \sim 90\text{mm}$ にわたって変化させた。なお、荷重偏心率 E_x は次の無次元量とした。すなわち、

$$E_x = \frac{M_x}{F_y} \frac{2}{d_0} = \frac{2l_z}{d_0} \quad (34)$$

これより、 $E_x=0$ の純ラジアル荷重作用下の定格荷重は C_{F_y} kN で示し、 E_x が増大すると合成荷重下の定格荷重 $C_{F_y+M_x}$ kN となって著しく減少し、 $l_z=\infty$ のとき、純トルク作用下の定格荷重 C_{M_x} Nm になるのである。また、純トルク作用下の定格トルクは Test A に対して $C_{M_x}=210\text{Nm}$ となり、クラウニングが大きいため玉移動に関係しない Test B の場合 $C_{M_x}=211\text{Nm}$ となる。そして、トルクを基準に考えたときの定格荷重 $C_{M_x+F_y}$ は E_x の減少とともに $E_x < 4$ で急激に減少し、 $E_x=l_z=0$ のとき $C_{M_x+F_y}=0$ になる。また、荷重偏心率が5以上になると純トルクの定格荷重に近似できる。

表3は図10、11に対する $E_x=0$ と ∞ の場合および次報で述べる寿命試験条件の $E_x=4.67$ の場合に対する Test A と B の定格荷重の比較を示す。ナット両端部のクラウニングが深い Test B は、定格荷重が Test A より7~10%小さくなっていることがわかる。

5. まとめ

軌道面両端分に付与した二種類のクラウニングの異なるボールスプラインに対してナット内の玉移動に伴う負荷分布変動を純トルクと純ラジアル荷重およびラジアル荷重とトルクの合成荷重条件下で求め、動定格荷重式および寿命式を導いて荷重偏心率で動定格荷重の理論解析を整理した。結果は以下のように要約される。

- 1) 純トルク作用下の負荷分布変動は小さく軸変形は生じない。
- 2) 純ラジアル荷重下の負荷分布変動は3者の中で最も大きく軸変形の影響も大きい。

- 3) ラジアル荷重とトルクの合成荷重下の負荷分布変動は, 3 者の中で中間であり, ラジアル荷重による軸変形の影響も受けやすい.
- 4) ボールスプラインの基本動定格荷重はストロークに依存するという式を示した.
- 5) ラジアル荷重とトルクの合成荷重作用下の基本動定格荷重は, 荷重偏心率が 5 以上になると 6% 程度の誤差で純トルクの定格荷重に近似できる.

謝 辞

本報告は, 明治大学学術フロンティア推進事業「機械材料と機械要素の信頼性データベース構築に関する研究」(研究代表者: 上草新一郎, プロジェクトリーダー: 清水茂夫) の中で行なわれた成果である. 関係者各位に厚く謝意を表する次第である.

参 考 文 献

- 1) 日本工業規格: JIS B 1193 (2004) pp1-9.
- 2) Committee draft ISO/CD 23848-1 (2006): Ball spline – Part 1: Qualities, shapes and boundary dimensions.
- 3) Committee draft ISO/CD 23848-2 (2006): Ball spline – Part 2: Dynamic and static load ratings and rating life.
- 4) 清水茂夫, 井澤實: ボールスプラインの基本動定格荷重に関する研究, 精密機械 50, 9 (1984) 1445.
- 5) 清水茂夫, 井澤實: ボールスプラインの負荷分布に関する研究, 精密機械 51, 2 (1985) 372.
- 6) 井澤實, 清水茂夫: ボールスプラインの寿命に関する研究, 精密機械 50, 12 (1985) 1902.
- 7) 清水茂夫, 下田博一: I-164 リニア軸受の基本動定格荷重と寿命式に関する理論的再評価, 明治大学理工学部研究報告 No.37 (93)・2007 年 9 月, 1.
- 8) 清水茂夫: 直動転がり案内要素の動負荷容量, 廣済堂印刷機, 清水茂夫発行 (1999) 16.
- 9) 清水茂夫, 下田博一, 吉岡武雄: グリース潤滑下における深溝玉軸受の寿命分析とデータ解析, トライボロジスト 52, 7 (2007) 546.
- 10) G. Lundberg and A. Palmgren: Dynamic Capacity of Rolling Bearing, IVA Handlingar Nr. 216 (1947).
- 11) T. A. Harris: Rolling Bearing Analysis, 4th Ed., John Wiley & Sons, Inc., New York (2001) 728.

記 号

A	ナット変位後の溝曲率中心間距離	mm
A_0	ナット変位前の溝曲率中心間距離	mm

a_1	信頼度係数, $a_1 = (\ln R / \ln 0.9)^{0.9}$	—
C_b	接触部の Hertz ばね定数	N/mm ^{3/2}
C_F	任意荷重に対する動定格荷重	N または Nmm
D_w	玉径	mm
d_0	ボールスプラインの呼び径	mm
E	縦弾性係数	N/mm ²
E_x	荷重偏心率 $= 2M_x / F_y d_0 = 2L_z / d_0$	—
F_y	ラジアル荷重	N
f	玉と溝の適合度	—
I	スプライン軸の断面 2 次モーメント	mm ⁴
j	玉列番号	—
K_c	動定格荷重係数	Nmm ^{-1/30}
L_{10}	90% 定格寿命	50km
L_n	n % 破損寿命	50km
l_t	ナット軌道面長さ	mm
m	ワイブル勾配, $m = 10 / 9$	—
n	破損確率	%
p	荷重寿命指数, $p = 3$	—
P_{ij}	j 列 i 番目の玉に分布する荷重	N
Q_{cN}, Q_{cS}	ナットまたは軸に対する定格玉荷重	N
Q_{cT}	1 玉列に対する定格玉荷重	N
Q_{eqj}	玉列 j の等価平均玉荷重	N
R	信頼度, $R = 1 - n / 100$	—
S_t	リニアストローク	mm
t_w	転動体のピッチ	mm
v_y	ナットと軸の y 軸方向溝曲率中心距離	mm
v_z	ナットと軸の z 軸方向溝曲率中心距離	mm
X_r	クラウニング幅	mm
w	指数, $w = pm = 10 / 3$	—
Z_t	1 列中の有効玉数	—
α_1	ラジアル変位 (y 軸方向変位)	mm
α_2	ピッチング角 (z 軸回りの回転角)	rad
α_3	ねじれ角 (x 軸回りの回転角)	rad
α_4	横変位 (z 軸方向変位)	mm
α_5	ヨーイング角 (y 軸回りの回転角)	rad
β_0	接触角	rad
β_{ij}	j 列 i 番目の玉の接触角	rad
δ_{ij}	j 列 i 番目の玉の弾性変形	mm
γ	母集団の最小寿命	50km
λ_e	クラウニング深さ	mm