強制・自励型びり振動を回避する エンドミル加工条件の統合的検討*

鈴木教和** 井加田 勲*** 樋野 励** 社本英二**

Comprehensive Study on Milling Conditions to Avoid Forced / Self-Excited Chatter Vibrations

Norikazu SUZUKI, Tsutomu IKADA, Rei HINO and Eiji SHAMOTO

Chatter vibrations limit machining productivity and sometimes result in reduction of tool life in the end-milling process. There are two major types of chatter vibrations, i.e., forced and self-excited types. Their generation mechanics are different, and thus their characteristics and strategies to avoid them are also different. It is, therefore, needed in practice to understand their relationship and to select efficient milling conditions to stabilize the process for the self-excited chatter vibration and to minimize the forced chatter vibration at the same time. However, most of past research works have been focused only on the self-excited chatter vibration, and detailed analysis of the forced chatter vibration and its relationship to the self-excited chatter vibration can not be found in the literature. Thus, an analytical model of the end milling process with the forced chatter vibration is developed and verified experimentally. Then, the characteristics of the forced type and its relationship to the self-excited type are clarified, and the milling conditions to avoid the both types are clarified by utilizing the analytical model developed here and the model of the self-excited type developed in the past research.

Key words: end milling, forced chatter vibration, self-excited chatter vibration, stability limits, cutting force

1. 緒 言

低剛性・低減衰性の工具や工作物、その他の機械構造を用いる切削加工ではびり振動が発生しやすく、仕上げ面性状の劣化や、工具の異常損耗、機械構造の破壊などを引き起こして問題となることがある。びり振動はその発生機構から自励型と強制型に分類することができ、これらを抑制・回避するためには、各々のメカニズムに対応した適切な対処が必要となる¹⁾。

自励型びり振動は、大きな振動に成長することから実用上問題となることが多く、特に再生効果およびモードカップリングに起因する自励型びり振動は、切込み方向の振動が主体となるため問題になりやすい。このため、従来から自励型びり振動を対象とした研究が数多く行われており、これを伴う旋削やエンドミル加工プロセスの解析手法^{1)~4)}が開発され、それらのプロセスに対する理解も進んでいる。これらにより、再生効果が生じにくい安定な回転数の存在が知られているほか、エンドミル加工に対しては不等ピッチ工具による回避手法^{5)~7)}も提案されている。

一方、強制型びり振動は、切削力が変動するエンドミル加工において問題となることが多い。この場合には、一般に、回転数の変更や加振力となる切削力変動の低減、機械構造の高剛性化などの対策が有効であると考えられる。しかし、この強制型びり振動を対象とした研究は、自励型びり振動と対照的にほとんど行われていない。

実際の生産においては、自励型と強制型のいずれかのみを抑制するのではなく、両方ともに回避することが求められる。ところが、上述のように強制型の研究が進んでいないため、その特徴や回避手法が具体的に明らかにされておらず、さらに自励型との関係も明確でないため、両方ともに回避する有効な対策

をシステマティックに検討することが困難である。

そこで本研究では、まず初めに、エンドミル加工における切削力の周期的変動によって生じる力外乱型の強制型びり振動を定式化する⁸⁾。そして、加工実験によりその解析の妥当性を実証した上で、その解析により、加工条件や工具形状などの各種条件が切削力と強制型びり振動に与える影響について明らかにする。さらに、従来の自励型びり振動を対象とした解析³⁾を統合することにより、実用上重要となる強制型びり振動と自励型びり振動を同時に回避するための加工条件を総合的に明らかにする。

Fig. 1 Schematics of end milling process and cutting forces

* 原稿受付 平成 20 年 10 月 2 日

** 正 会 員 名古屋大学大学院 (愛知県名古屋市中区千種区不老町)

*** 学生会員 名古屋大学大学院

Fig. 2 Flow chart to search allowable limit of axial depth of cut

2. 強制型びり振動の解析手法

ここでは、切削力励振による強制型びり振動の定式化を行う。まず、図1に示すように一般的なエンドミル工具の側面による加工プロセスを仮定して、切れ刃の幾何学的な運動を定式化し、簡易的に切削力を推定する¹⁾。以下に、本研究で採用した切削力の推定手法の概略を示す。

まず、 N 枚刃のエンドミル工具において、 j 番目の切れ刃に生じる切削力について考える。切れ刃を軸方向に N_a 分割すれば、各微小切れ刃に生じる接線方向分力 Δf_{tj} 、半径方向分力 Δf_{rj} 、軸方向分力 Δf_{aj} は、切削断面積と比切削抵抗 K_t および各分力比 K_r 、 K_a （接線方向と半径方向、軸方向の分力の比）を用いて式(1)のように表現される。

$$\Delta f_{tj} = K_t \Delta a h(\phi_j(t)), \quad \Delta f_{rj} = K_r \Delta f_{tj}, \quad \Delta f_{aj} = K_a \Delta f_{tj} \quad (1)$$

ここで、 Δa は各微小切れ刃の軸方向高さ、 $\phi(t)$ 、 $h(\phi(t))$ は時間 t における j 番目の切れ刃の回転角度とそれに対応する切削厚さである。さらに、各切削力成分は、式(2)を用いて x 、 y 、 z 方向の成分に変換することができる。

$$\begin{aligned} \Delta f_{xj} &= \Delta f_{tj} \cos \phi_j(t) + \Delta f_{rj} \sin \phi_j(t) \\ \Delta f_{yj} &= -\Delta f_{tj} \sin \phi_j(t) + \Delta f_{rj} \cos \phi_j(t) \\ \Delta f_{zj} &= \Delta f_{aj} \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、切れ刃にねじれがある場合には、軸方向の高さが増加すると、切れ刃の回転位置も変化する。軸方向高さがゼロの刃先に対する高さ a の刃先における回転位置の遅れ量 ψ は、ねじれ角 β と工具直径 D により式(3)で表される。

$$\psi = \frac{2a \tan \beta}{D} \quad (3)$$

各微小切削力を積算し、さらに各刃に加わる切削力を足し合わせることで、時間 t における切削力を式(4)のように求めることができる。

$$\begin{aligned} f_x(t) &= \sum_{m=0}^{N_a-1} \sum_{j=0}^{N-1} \Delta f_{xj}(\phi_j(t) - \psi_m) \\ f_y(t) &= \sum_{m=0}^{N_a-1} \sum_{j=0}^{N-1} \Delta f_{yj}(\phi_j(t) - \psi_m) \\ f_z(t) &= \sum_{m=0}^{N_a-1} \sum_{j=0}^{N-1} \Delta f_{zj}(\phi_j(t) - \psi_m) \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 $\phi(t)$ は j 番目の切れ刃の軸方向高さゼロにおける回転角度である。 ψ_m は軸方向に N_a 分割した切れ刃のうち、 m 番目の

微小切れ刃におけるねじれによる回転位置の遅れ量である。切削力が生じるのは切削中（ $\phi_{st} \leq \phi_j(t) - \psi_m \leq \phi_{ex}$ ）のみであり、切削開始角度 ϕ_{st} および終了角度 ϕ_{ex} は半径方向切込み量と工具直径によって決定される。

切れ刃が等ピッチで偏心が無い場合、以上の式で求められる切削力は、各刃の通過周期に同期した周期関数となる。このため、切削力は主軸回転数の刃数倍の周波数（以降、切れ刃通過周波数と呼ぶ）の整数倍の周波数成分で構成される。従って、その周波数成分 $F(n)$ は式(5)で示すように、主軸1回転分の切削力の離散データ f_x, f_y, f_z に対して、刃数 N の n （整数）倍の周波数成分をフーリエ変換することにより求めることができる。なお、 N_r は主軸1回転分の切削力の離散データ数である。

$$\begin{aligned} F_x(0) &= \frac{1}{N_r} \sum_{l=0}^{N_r-1} f_x(l), \quad F_y(0) = \frac{1}{N_r} \sum_{l=0}^{N_r-1} f_y(l), \\ F_z(0) &= \frac{1}{N_r} \sum_{l=0}^{N_r-1} f_z(l) \\ F_x(n) &= \frac{2}{N_r} \sum_{l=0}^{N_r-1} f_x(l) e^{2\pi i n l / N_r}, \quad F_y(n) = \frac{2}{N_r} \sum_{l=0}^{N_r-1} f_y(l) e^{2\pi i n l / N_r}, \\ F_z(n) &= \frac{2}{N_r} \sum_{l=0}^{N_r-1} f_z(l) e^{2\pi i n l / N_r} \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、過渡的な振動を無視すると、切削力によって生じる振動変位の周波数成分 U は、式(6)に示すように切削力と機械構造の伝達関数 G を用いて求めることができる。なお、厳密には切れ刃が被削材に接する領域が分布するため、変位の計算においてモーメントの影響を考慮する必要があるが、本論文では分布しないものとしその影響を無視して定式化を行う。

$$\begin{Bmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} & G_{xz} \\ G_{yx} & G_{yy} & G_{yz} \\ G_{zx} & G_{zy} & G_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{Bmatrix} \quad (6)$$

本研究で提案する解析手法では、あらかじめ加振実験等を行うことにより機械構造の伝達関数が既知であることを前提とする。これにより、式(1)から式(6)を用いることによって、任意の加工条件、および主軸回転数において生じる切削力と振動を推定することができる。

強制型びり振動では、自励型と異なり、加工条件に対応する振動振幅が一意に決定される。そこで、本解析では、強制型びり振動の振幅に対する許容値を予め設定し、振動振幅がその許容値と一致する時の軸方向切込み量を「許容限界切込み」と定義する。図2に強制型びり振動の許容限界切込みを求めるためのフローチャートを示す。図に示すように、任意の加工条件、および主軸回転数を設定して強制型びり振動の計算を行い、振動振幅が許容値と一致する軸方向切込み条件を繰り返し計算によって探索することにより、許容限界切込みを求める。そして、この解析に基づき強制型びり振動を低減し得る条件を明らかにする。

3. 自励型との統合解析と加工実験による検証

板状の黄銅を図3に示す円柱状の低剛性固定治具に両端支持で固定し、 y 軸方向へエンドミル工具を送りスロットティングによる加工実験を行った。そして、主軸回転数および工作物の厚さを変えて加工とびり振動の測定を繰り返し行うことにより本解析手法の検証を行った。工作物の固定治具は、図に示すように曲げ剛性が極めて低い片持ちはり構造となっており、他の振

Fig. 3 Experimental setup to measure chatter vibrations in end milling

Table 1 Modal parameters identified from measured transfer functions

Measuring direction	Exciting direction	Mass m kg	Damping c Ns/m	Spring k N/m	Residue z N/m
x	x	3.95	104.8	10.21E+6	-2.8E+8
x	y	0.29	3.4	0.70E+6	5.1E+12
y	x	-0.16	-16.7	-0.43E+6	1.4E+13
y	y	3.80	178.3	9.71E+6	-9.9E+7

Table 2 Experimental and simulation conditions

Cutting conditions	Radial depth of cut D , mm	20 (slotting)
	Feed rate f_d mm/tooth	0.1
	Spindle speed s min ⁻¹	3650 - 7000
Tool	Material	HSS
	Number of teeth N	1
	Diameter D mm	20
	Helix β deg	30
Workpiece	Material	Brass
	Thickness mm	0.8, 1.0, 1.2, 2.5
Simulation conditions	Tangential cutting force constant K_t GPa	1.3
	Cutting force ratio K_r	0.4
	Allowable amplitude of forced chatter vibration U_{chw} μm_{0-p}	20

動モードと比較して x , y 軸方向のたわみ振動モードを生じやすく、エンドミル工具やその他の機械構造に対しても十分に動剛性が低いことを事前検討により確認している。このため、本実験では低剛性固定治具の x , y 軸方向のたわみ振動モードのみを対象とし、伝達関数 G を式(7)のように定式化して2次元で検討を行った。

$$G(i\omega) = \left(- \begin{bmatrix} m_{xx} & m_{xy} \\ m_{yx} & m_{yy} \end{bmatrix} \omega^2 + i \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix} \omega + \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} \right)^{-1} + \begin{bmatrix} 1/z_{xx} & 1/z_{xy} \\ 1/z_{yx} & 1/z_{yy} \end{bmatrix} \quad (7)$$

また、あらかじめインパルス応答法によってその伝達特性の測定を行い、最適化手法によって上記測定値に最も合うモデルパラメータを表1に示すように同定した。

加工中には非接触型の光変位計を用いて治具側面の振動変位を直接計測し、振動振幅 $20 \mu\text{m}_{0-p}$ を許容値としてびり振動の発生の判別を行った。本実験では、高速度工具鋼製の2枚刃エンドミル工具 ($\phi 20$) の片方の刃を削り落とし、1枚刃として使用することにより工具の偏心の影響を取り除いた。また、別途行った切削力測定実験の結果に基づき、解析では比切削抵抗 K_t を1.3 GPa、分力比 K_r を0.4とした。主な実験および解析条件を表2に示す。

ここでは、Altintas らの手法^{2) 3)}による自励型びり振動の安定限界解析を利用し、前章で定式化した強制型びり振動の許

Fig. 4 Experimental and analytical results of chatter vibrations

Fig. 5 Effects of depth of cut and rotational speed on forced vibration

容限界解析と統合する。その統合化された解析結果と実験結果を併せて図4に示す。上段の図は強制型びり振動における許容限界切込みおよび自励型びり振動における安定限界切込み、中段はそれぞれのびり振動の周波数、下段は位相差（現在の刃と前刃の振動における位相差³⁾である。図中の緑線は強制型びり振動、青線は自励型びり振動に対する解析結果を示している。軸方向切込みに関しては、緑線より上側で強制型びり振動が許容値 ($20 \mu\text{m}_{0-p}$) より大きくなり、下側で小さくなることを意味している。同様に、青線の上側は自励型びり振動の不安定領域、下側は安定領域である。また、実験結果については、測定された振動において最大の振動振幅を持つ周波数成分が $20 \mu\text{m}_{0-p}$ 以下であった条件を青○で示し、びり振動が発生しなかったと判定している。一方、振動振幅が $20 \mu\text{m}_{0-p}$ 以上となった場合にはびり振動が発生したと判定し、振動周波数が回転数の整数倍であった条件を強制型びり振動とみなして

Fig. 6 Frequency components of milling force at varied axial and radial depths of cut

緑△, その他を自励型びり振動とみなして赤×で示している。

図に示されるように, 強制型びり振動における許容限界を超える切込みで, 自励型びり振動の安定領域となる場合には, 強制型びり振動が発生し, 自励型びり振動の不安定領域では自励型びり振動が発生していることがわかる。同様に, 振動周波数と位相差においても, 実験および解析結果がよく一致していることがわかる。また, 図に示すように, 強制型びり振動では位相遅れがゼロとなり, びり振動の周波数は主軸回転数の整数倍と完全に一致する。このことから, びり振動の周波数を計測し, 主軸回転数で割り切れるかを確認することにより, 強制型および自励型の判別が可能であることがわかる。

また, 5100 min^{-1} , および 7650 min^{-1} のように切れ刃通過周波数の整数倍が機械構造の共振周波数 (約 255 Hz) と一致する回転数の付近では, 強制型びり振動が発生しやすいのに対して自励型びり振動については安定領域が大きくなるがわかる。このように, 切れ刃通過周波数の整数倍が共振周波数付近となる回転数条件においては, コンプライアンスの大きい共振周波数付近の振動が回転に同期するため再生効果による切り厚の変動が生じにくく, 自励型びり振動は発生しにくい。一方, 切削力は共振周波数に近い周波数成分を含むため大きな強制型びり振動が発生しやすくなる。以上の結果から, 自励型びり振動の安定限界のみを考えて主軸回転数を選定すると, 強制型びり振動が発生しやすくなる。従って, このような場合に, 主軸回転数の変更によってびり振動を最も小さくするには, 両方のタイプのびり振動を考慮した中間的な

回転数領域を選択することが望ましい。

次に, 軸方向切込みと主軸回転数が強制型びり振動の振動振幅に与える影響について解析を行った結果を図 5 に示す。図に示されるように, 強制型びり振動では, 加工条件に対応して一意に発生する振動振幅が決まり, その振動振幅の変化は切込みの増大に対応して一様に増大するのではなく, 極大値を持つことがわかる。また, 切れ刃通過周波数の整数倍が共振周波数となる回転数で必ずしも振動振幅が大きくなるのではなく, 4 倍および 6 倍に相当する 3825 min^{-1} および 2550 min^{-1} 付近では強制型びり振動は生じにくいことがわかる。これは, 図 4 において, 3825 min^{-1} 付近では強制型びり振動と自励型びり振動のいずれも発生し難く, 最も大きな軸方向切込みで振動振幅を許容値以下に抑制し得ることに対応している。

以上のように, 本研究で示した強制型びり振動の解析手法により, 十分な精度で振動の大きさを予測することができ, 従来の自励型びり振動解析と組み合わせることによって総合的なびり振動の予測が可能となる。また, この例に示されるように, 実用において強制型と自励型の両方のびり振動を同時に回避するには, それぞれのびり振動が発生しにくい条件を把握した上で総合的に判断することが重要である。そこで, 次章ではさらに, 各種加工条件が強制型びり振動に与える影響について明らかにするとともに, その特徴を自励型と比較する。

4. 強制型の特徴および自励型との関係

切削力励振による強制型びり振動では, 前章で述べたよう

Fig. 7 Comparison of allowable and stability limits of axial depth of cut

に切削力の大きさが発生する振動振幅に直接影響する。そこで、まず加工条件や工具形状などの各種条件が切削力に与える影響について検討し、この結果に基づいて一般的な強制型びり振動の特徴および自励型との関係を明らかにする。なお、本論文では一般的なエンドミル加工で問題となり易い、工具回転軸に垂直な 2 次元平面内に生じる振動のみを対象とし、軸方向やねじり方向に生じる振動については考えない。

4.1 切込み条件、刃数、 n の影響

初めに、基本条件を前章で示した検証実験の条件と同一（1 枚刃、ねじれ角 30° 、 $\phi 20$ のエンドミル工具）とし、軸方向切込みおよび半径方向切込みを変化させて切削力の周波数成分 $F(n)$ を解析した具体例を図 6 に示す。ここでは xy 面内に発生する合成切削力の振幅を計算した結果を示している。図 6(a) に示されるように、切れ刃通過周波数の 0 倍 ($n=0$) の成分、すなわち切削力の平均値は、いずれの方向の切込みが増加しても大きくなる。一方、1 倍以上 ($n \geq 1$) の変動成分は、各切込みの変化に対して複雑な変化を示し、 n の値が大きくなるほど振幅が小さくなる傾向がある。

軸方向切込みの影響について考察すると、図に示されるように切込みの増加に伴って切削力が増減を繰り返すことがわかる。これは、図 5 において、一部の回転数 ($3060, 5100, 7650 \text{ min}^{-1}$) で振動振幅が軸方向切込みの変化に対して極大値を持つことに対応している。これは切れ刃のねじれに起因しており、ねじれの無い工具ではこのような変動は生じず、切削力振幅は軸方向切込みに比例する。しかし、一般的なねじれを持つ切れ刃では、被削材に接する刃先の角度範囲が軸方向切込み D_a とねじれ角 β によって決まる角度 $2D_a \tan(\beta)/D$ に分散するため、切削力変動が減少する。特に、その角度範囲が切れ刃ピッチ角の n 分の 1 ($2\pi/nN$) の整数倍と一致する時、切れ刃通過周波数の n 倍成分の切削力変動は発生しない。すなわち、軸方向切込み D_a が式

(8)により示される D_{a0} の整数倍のとき、切れ刃通過周波数の n 倍成分の切削力振幅は図 6 に示すようにゼロとなる。

$$D_{a0} = \frac{\pi D}{nN \tan \beta} \quad (8)$$

このため、この軸方向切込みと一致する場合には、その周波数成分に対応した強制型びり振動も発生しないと考えられる。一方、軸方向切込み D_a が D_{a0} の 0.5, 1.5, 2.5, ... 倍となる条件付近では切削力が大きいため、強制型びり振動が極大となり、それぞれの極大値は等しくなる (Fig. 6(e), (f) を参照)。なお、この特徴から、強制型びり振動の許容限界解析では、式(8)で示す軸方向切込みの変動周期 D_{a0} の半分程度までの範囲について計算を行えば良く、この範囲内で許容値を超えなければ、それ以上の軸方向切込みにおいても許容値を超える大きな振動を生じないと考えられる。

一方、半径方向切込みの影響はエンドミル工具の刃数および n の値によって異なる。具体的には、図に示す 1 枚刃の場合には切れ刃通過周波数の 2 倍まで ($n \leq 2$)、2 枚刃では切れ刃通過周波数の 1 倍まで ($n \leq 1$)、3 枚以上の刃数の場合は切れ刃通過周波数の 0 倍 ($n=0$) の成分においては、半径方向切込みの増大にともなってほぼ単純に切削力は増大する。一方、それより高い周波数成分においては、半径方向切込みがゼロから工具直径までの範囲の間で極大値をもち、切込みが微小なときだけでなく、工具直径と一致してスロットティングとなる条件付近においても小さくなる傾向がある。特に、スロットティングで工具の偏心がない場合を仮定すると、1 枚刃で切れ刃通過周波数の 4 以上の偶数倍 ($n=4, 6, 8, \dots$)、2 枚刃で切れ刃通過周波数の 2 倍以上 ($n \geq 2$)、3 以上の奇数の刃数で切れ刃通過周波数の 2 以上の偶数倍 ($n=2, 4, 6, \dots$)、4 以上の偶数の刃数で切れ刃通過周波数の 1 倍以上 ($n \geq 1$) の周波数成分は、軸方向切込みに関係なく完全にゼロとなる。このため、これらの周波数に対応

する強制型びり振動も発生しないことになる。これは、前章で示したスロットティングによる加工例において、 $n = 4, 6$ に対応する主軸回転数 $3825, 2550 \text{ min}^{-1}$ 付近で強制型びり振動が生じないのに一致する。

以上で述べた切込み条件と刃数、 n の影響について、強制型および自励型の統合びり振動解析に基づいて考察を行う。前章で示した検証実験の条件に対して、刃数 N を 1 および 2 枚刃、半径方向切込み D_r を 2, 10, 20 mm と変化させた場合の強制型における許容限界切込みおよび自励型における安定限界切込みについて解析を行った結果を図 7 に示す。前節と同様、強制型びり振動における許容限界切込みを緑線、自励型びり振動における安定限界切込みを青線で示す。また、強制型において許容値を超える振動を発生する範囲をグレーで示している。また、切れ刃通過周波数の整数倍が共振周波数（約 255 Hz）と一致する主軸回転数を点線で示し、その整数値 n を記載している。

図に示すように、いずれの半径方向切込みおよび刃数においても、点線で示す主軸回転数付近で強制型びり振動は発生し易く、自励型びり振動は発生し難い。また、回転数が小さく n が大きいほど、自励型における安定な領域は小さくなるのに対し、強制型において許容値を超える領域は減少して振動が発生しにくくなるのがわかる。強制型におけるこの傾向は、上述した n の増大に伴い切削力が減少する傾向に一致する。このことから、一般に、 n が大きい条件では強制型が発生しにくい、主に自励型に対する対策が重要となり、 n が小さい条件では強制型と自励型の両方のびり振動を考慮した対策が必要となる。

軸方向切込みの影響に着目すると、強制型びり振動では変動周期 D_{a0} に対応した周期変動が見られる。これは、上述した切削力の周期性と一致しており、 D_{a0} の整数倍となる切込み条件ではその n に対応した強制型びり振動が生じないのに対し、0.5, 1.5, 2.5, ... 倍となる条件付近で強制型びり振動が最も大きくなりやすいことを示している。一方、半径方向切込みの影響に関して、スロットティングとなる条件では、上述したように切削力の変動が生じず強制型が生じにくい n が存在する。また、刃数の影響について着目すると、図に示されるように、同一の n においては刃数が多いほど強制型びり振動が発生しにくい傾向がある。

4.2 切れ刃のねじれ、工具の偏心の影響

切れ刃のねじれの影響について考察する。刃数 N を 1 枚刃、半径方向切込み D_r を 2 mm とし、ねじれ角 β を 0° および 45° と変化させて統合解析を行った結果を図 8 に示す。なお、ここではねじれ角の変化によって比切削抵抗が変化しないと仮定している⁹⁾。図に示されるようにねじれ角が大きいほど強制型びり振動は発生しにくいことがわかる。これは、前節において軸方向切込みに対する考察で述べたように、ねじれ角が大きいほど切削力は平均化されその変動が小さくなるためである。これに対し、自励型びり振動の安定限界に対して、工具のねじれ角はほとんど影響しないという特徴を持つ¹⁰⁾。このため、ねじれ角が大きいほど自励型に比べて相対的に強制型びり振動は発生しにくいと考えられる。

次に、工具の偏心の影響について考える。偏心がある場合、1 枚刃では偏心分だけ回転半径が変化する影響しか生じないが、複数刃の場合には各切れ刃における切取り厚さに差が生じるため、各切れ刃に生じる切削力に違いが生じる。このため、切れ刃通過周波数の整数倍だけでなく、それ以外の主軸回転数の整数倍となる周波数においても切削力成分が発生する。ただし、

Fig. 8 Comparison of analytical results at different helix angles

一刃あたりの送り量に対して偏心が十分に小さい場合には、切れ刃通過周波数の整数倍以外の周波数成分は相対的に小さく、かつそのような主軸回転数条件においては一般に自励型びり振動の安定限界も小さいため、工具の偏心に起因する強制型びり振動が問題になる可能性は低いと考えられる。

4.3 一刃あたりの送り量、比切削抵抗、切削様式の影響

一刃あたりの送り量に関しては、刃先丸みに起因するエッジフォース成分や比切削抵抗に与える寸法効果を見落とすと、切削力と比例関係にあるため、強制型びり振動の振幅もその値に比例する。比切削抵抗についても、同様に比例関係にある。また、分力比に関しても背分力方向成分の切削力に比例するため、やはり強制型びり振動の大きさに影響する。しかし、比切削抵抗と分力比が自励型びり振動の安定限界にも同様な影響を持つものに対して、一刃あたりの送り量は再生効果とモードカップリングに大きな影響を与えないため、自励型びり振動の安定限界にも大きく影響しない。正確には一刃あたりの送り量を増加すると、比切削抵抗が減少する寸法効果が存在するため、逆に自励型びり振動の安定限界が増大する傾向を持つ¹⁰⁾。このため、一刃あたりの送り量が大きいほど自励型に対して相対的に強制型のびり振動が発生し易くなる。

切削様式がアップカットとダウンカットの場合では、厳密には切れ刃が被削材に食い込む瞬間のプロセスの違いなどを考慮する必要があるが、このような効果を見落とす幾何学的な運動のみを考慮して切削力を推定すると、時間領域における切削力の波形は変化するものの各周波数成分の x, y 方向振幅と x, y 方向間の位相差は変化しない。このため、強制型びり振動の許容限界に本質的に影響を与える要素ではないと考えられる。

4.4 強制型と自励型の両方を考慮したびり振動の回避

前節までに述べた特徴から、一般に自励型びり振動に対して相対的に強制型びり振動が発生しにくくなると考えられる条件をまとめると次のようになる。

- ・ 整数 n が大きい（低速）主軸回転数
- ・ 軸方向切込み D_a が D_{a0} の整数倍近くなる条件
- ・ 半径方向切込み条件がスロットティングに近く、強制力の周波数成分のうちで、1 枚刃で $n = 4, 6, 8, \dots$ 、2 枚刃で $n \geq 2$ 、3 以上の奇数刃数で $n = 2, 4, 6, \dots$ 、4 以上の偶数刃数で $n \geq 1$ の成分のみが共振周波数に近くなる主軸回転

数

- ・ 工具の刃数 N が多い条件
- ・ 切れ刃のねじれ角 β が大きい条件
- ・ 一刃あたりの送り量 f_d が小さい条件

そして、以上の条件を満たし相対的に強制型びり振動が発生しにくい場合には、主に自励型びり振動の抑制および回避に主眼をおいて安定な回転数を選択するなどの対策を施すことで効率良くびり振動を回避することができる。

一方、強制型びり振動が無視できない場合には、上述の条件に当てはまるように条件を変更して強制型びり振動をできるだけ抑制するか、強制型と自励型の両方のびり振動を考慮した対策を施す必要がある。両方のびり振動を考慮しなければならない場合には、それぞれにおいてびり振動が発生しにくい中間的な回転数領域を選択するなどの対策が考えられる。

5. 結 言

エンドミル加工における力外乱型の強制型びり振動に対して、簡易的な切削力推定モデルを利用した解析モデルを構築した。さらに、構築したモデルを利用してエンドミル加工における各種条件が強制型びり振動に与える影響について考察することにより、強制型びり振動の発生しやすい条件を明らかにした。また、従来の自励型びり振動の解析を統合することにより、自励型びり振動における安定限界との関係について一般的な特徴を明らかにした。本研究によって得られた主な結論を以下にまとめる。

- (1) 1 枚刃のエンドミル工具を用いた黄銅のスロットティングによる加工実験において、構築した強制型びり振動の解析手法による解析結果と実験結果がよく一致することを確認した。
- (2) 強制型びり振動は、主軸回転数の刃数倍となる周波数の整数倍が機械構造の共振周波数と一致する場合に発生し易

く、最も振動が発生しやすい主軸回転数は自励型びり振動において安定となる主軸回転数とほぼ一致する。このため、びり振動を回避するためには、自励型と強制型の両方を同時に考慮して対策を施す必要がある。

- (3) 切込み条件や刃数、切削力の周波数成分、工具のねじれ、工具の偏心、一刃あたりの送り量、比切削抵抗、切削様式などの各種条件が切削力の各周波数成分に与える影響について検討し、強制型びり振動の一般的な特徴を明らかにした。
- (4) 強制型および自励型びり振動の統合解析により、各びり振動における許容限界および安定限界の関係と各種条件の影響を明らかにするとともに、両方のびり振動を回避するための指針を示した。

参 考 文 献

- 1) G. Tlustý: Manufacturing Process and Equipment, Prentice Hall, (1999).
- 2) Y. Altintas: Manufacturing Automation, Cambridge Univ. Press, (2002).
- 3) Y. Altintas, E. Budak: Analytical Prediction of Stability Lobes in Milling, *Annals of the CIRP*, **44**, 1 (1995) 357.
- 4) Y. Altintas, E. Shamoto, P. Lee, E. Budak: Analytical Prediction of Stability Lobes in Ball End Milling, *ASME J. Manuf. Sci. Eng.*, **121**, 1 (1999) 586.
- 5) 社本英二, 影山和宏, 森脇俊道: 不等ピッチエンドミルによる再生型びり振動の抑制—解析モデルの構築とピッチ角の最適化, 日本機械学会関西支部講演会講演論文集, 024-1, (2002) 3-5.
- 6) E. Budak: An Analytical Design Method for Milling Cutters With Nonconstant Pitch to Increase Stability, Part 1: Theory, *ASME J. Manuf. Sci. Eng.*, **125**, 2 (2003) 29.
- 7) E. Budak: An Analytical Design Method for Milling Cutters With Nonconstant Pitch to Increase Stability, Part 2: Application, *ASME J. Manuf. Sci. Eng.*, **125**, 2 (2003) 35.
- 8) 鈴木教和, 井加田勲, 倉田祐輔, 社本英二: エンドミル加工における強制型びり振動の安定限界解析, 2007 年度精密工学会秋季大会学術講演会講演論文集, (2007) 569.
- 9) 社本英二: 3 次元切削機構に関する研究 (第 1 報), 精密工学会誌, **68**, 3(2002) 408.
- 10) 社本英二, 日本機械学会講習会—生産加工基礎講座—実習で学ぼう「切削加工, びり振動の基礎知識」テキスト, (2001-2008).