工作機械送り駆動系の最短時間軌道生成と輪郭制御による実装*

内 山 直 樹** 森 和 紀*** 山 崎 和 雄†

Time-Optimal Trajectory Generation for Machine Tool Feed Drives and Implementation by Contouring Control

Naoki UCHIYAMA, Kazunori MORI and Kazuo YAMAZAKI

Time-optimal trajectory planning for mechanical systems has been widely studied thus far because of its effectiveness to reduce the time required for many industrial tasks. However, in general, because the time-optimal trajectory is generated based on ideal dynamics of controlled systems, it may be difficult to implement the obtained trajectory to actual systems with vibration mode that is neglected in the trajectory generation. In other words, high-speed motion based on the time-optimal trajectory may cause the vibration of the real system. Hence, in this paper, we propose to employ the contouring control developed by the authors, which enables to reduce controller gain magnitudes while contouring performance are maintained. First, this paper presents a method of generating the time-optimal trajectory for machine tool feed drives. The presented method considers viscous friction that is significant in high-speed motion of mechanical systems and has an advantage that the number of variables required for the optimization is reduced compared to the conventional method. Next, the contouring controller is applied to implement the time-optimal trajectory to an actual machine tool system. The effectiveness of the proposed method and the contouring controller is demonstrated by comparative experiments with the conventional method.

Key words: machine tool, feed drive system, contouring control, trajectory planning, optimization

1. 緒 言

加工作業の効率化のために工作機械送り駆動系の動特性を考慮した最短時間加工軌道を生成することは重要である。また、アクチュエータの能力を考慮した最短時間軌道を生成することができれば、作業内容に応じたアクチュエータを選定する指針を提供できると考える。

ロボットの制御に関しては、与えられた経路上を最短時間で動作する軌道を求める方法が広く研究されており^{1)~5)}、障害物やロボットの特異点を考慮した解法も存在する⁶⁾⁷⁾。しかしながら、既存の方法では、一般に制御対象の理想的な動特性をもとに最短時間軌道が生成されており、得られた軌道が実装不可能な場合が少なくない。すなわち、最短時間軌道に基づいて高速移動した場合には、軌道設計の際に無視した制御対象の振動モードを励起し、許容できない振動が発生する可能性がある。一方で、最短時間軌道を求める問題は一般に非線形計画問題に帰着するため、実装時の振動を防ぐために複雑な動特性モデルを用いた場合には求解が困難になるおそれがあり、この点から簡単なモデルを利用することがのぞましい。

著者らはさきに工作機械送り駆動系の一輪郭制御法を提案し、この方法が制御入力の変動抑制に有効なことを示したが、本方法を最短時間軌道生成と併用することで、機械の高速運動に伴う振動の発生を低減できる可能性があると考えた。

本研究では、はじめに工作機械送り駆動系の一最短時間軌道生成法を提案する。本方法は従来の方法に比較して最適化計算に必要な変数の数を低減できるという利点を有する。また、文献⁸⁾などの方法では機械の高速移動の際に影響の大きい粘性摩擦が考慮されていないが、本方法ではこれを考慮して最短時間軌道を生成する。つぎに最短時間軌道をもとに制御実験を行った結果を示す。著者らがこれまで提案してきた輪郭制御法を応用することにより、

振動特性を無視して生成した最短時間軌道が実装可能になることを例証する。

2. 最短時間軌道の生成

2.1 問題の定式化

ロボットの制御に関しては、与えられた経路上を最短時間で動作する軌道を求める方法が広く研究されている。これらの研究では、与えられた経路上の運動を一つのパラメータで表現する方法が一般に用いられており^{1)~7)}、近年には消費エネルギーも考慮した問題が、2次錘計画問題に帰着できることが示されている⁸⁾。しかしながら、2次錘計画問題等への変換が困難になることから、粘性摩擦の影響が考慮されていない。機械駆動系の高速運動においては粘性摩擦の影響が大きく、これを考慮しない場合には実用的な軌道を得ることが難しいと考える。著者らは実用性に配慮し、粘性摩擦を考慮した最短時間軌道の一生成法を提案する。

工作機械送り駆動系の動特性モデルに関しても多くの研究が行われているが^{9)~11)}、最短時間軌道計画問題は一般に非線形計画問題となるため、非線形摩擦や共振現象を考慮したモデルを利用した場合には求解が困難になると考え、本研究では粘性摩擦のみを考慮した以下の一般的な動特性モデルを用いて軌道計画を行う。

$$M\ddot{x} + C\dot{x} = v, \quad (1)$$

$$M = \text{diag}\{m_i\}, C = \text{diag}\{c_i\},$$

$$m_i > 0, c_i \geq 0, i = 1, \dots, n,$$

$$x = [x_1, \dots, x_n]^T, v = [v_1, \dots, v_n]^T.$$

ここで M と C はそれぞれ各軸の質量係数 m_i および粘性係数 c_i を対角要素に有する対角行列である。ベクトル x は送り駆動系の位置、 v は駆動力に比例する指令電圧を意味し、後者は制御入力である。すなわち、 m_i, c_i の値は $m_i\ddot{x}_i, c_i\dot{x}_i$ の値が共に電圧の次元となるよう換算されているとする。 n は軸数を意味する。

式(1)の動特性を有する送り駆動系の載物台の一点を、アクチュエータの駆動力の制限のもとで、つぎの軌道上を最短時間で移動

* 原稿受付 平成 21 年 5 月 18 日

** 正 会 員 豊橋技術科学大学 (愛知県豊橋市天伯町雲雀ヶ丘 1-1)

*** 豊橋技術科学大学大学院

† 正 会 員 カリフォルニア大学デービス校

させる問題を考える。

$$f(x) = 0, \quad (2)$$

$$x(0) = x_s, x(t_e) = x_e, \quad (3)$$

$$\dot{x}(0) = \dot{x}_s, \dot{x}(t_e) = \dot{x}_e. \quad (4)$$

ここで、 f はスカラー値関数、 $x(\cdot)$ は時間の関数であることを意味し、 $x_s, x_e, \dot{x}_s, \dot{x}_e$ はそれぞれ送り駆動系の始点位置、終点位置、始点速度、終点速度を意味する。 t_e は終点位置における時刻である。

駆動アクチュエータの発生力に比例する入力電圧の制限を以下のように表す。

$$v_{li} \leq v_i \leq v_{ui}. \quad (5)$$

ここで、 v_{li} および v_{ui} はそれぞれ送り駆動系第 i 軸の駆動電圧の下限と上限を意味する。切削速度等に制限がある場合には、つぎのような制約として考慮できる。

$$\dot{x}_{li} \leq \dot{x}_i \leq \dot{x}_{ui}. \quad (6)$$

ここで、 $\dot{x}_{li}$ および $\dot{x}_{ui}$ はそれぞれ送り駆動系第 i 軸速度の下限と上限を意味する。

目的関数は以下のように表される。

$$\min_v t_e. \quad (7)$$

2.2 離散時間系への変換

2.1 節で述べた最適化問題の解を数値解法により求めるために、離散時間系に変換する。まず軌道 $f(x) = 0$ を時間間隔 T (定数) で N 分割し、送り駆動系の初期位置より k 時点目の位置を $x(kT) = x[k]$ と表す。 T は実際の制御サンプリング周期とは異なるものであり、 N は計算機の能力に応じて適当に決定されるものとする。得られた最短時間軌道を実際に送り駆動系を制御する際の目標軌道として用いる場合には、軌道を適当に補間し、サンプリング周期間隔の軌道に変換する。

以上の考えより、本研究では、厳密な離散化を行わず、後退差分を用いて式 (1) をつぎのように離散化する。

$$M \frac{x[k+2] - 2x[k+1] + x[k]}{T^2} + C \frac{x[k+1] - x[k]}{T} = v[k]. \quad (8)$$

また、軌道に関する制約を以下のように表す。

$$f(x[k]) = 0, k = 1, \dots, N-1, \quad (9)$$

$$x[0] = x_s, x[N] = x_e, \quad (10)$$

$$\frac{x[1] - x[0]}{T} = \dot{x}_s, \frac{x[N+1] - x[N]}{T} = \dot{x}_e. \quad (11)$$

入力電圧の制限をつぎの式で表す。

$$v_{li} \leq v_i[k] \leq v_{ui}, k = 0, \dots, N, \quad (12)$$

速度制限が必要な場合には、後退差分を用いて、

$$\dot{x}_{li} \leq \frac{x[k+1] - x[k]}{T} \leq \dot{x}_{ui}, k = 0, \dots, N, \quad (13)$$

と表すことにする。

式 (8) を (12) に代入すると、

$$v_l \leq M \frac{x[k+2] - 2x[k+1] + x[k]}{T^2} + C \frac{x[k+1] - x[k]}{T} \leq v_u \quad (14)$$

を得る。ただし、 v_l, v_u は v_{li}, v_{ui} を要素とする n 次元ベクトルである。

Fig. 1 Error definitions

目的関数は、 $t_e = NT$ であることから、

$$\min_{x[k], T} T \quad (15)$$

と表される。すなわち、最短時間軌道計画問題は、式 (9)-(11)(13)(14) のもとで式 (15) となるような $x[k], T$ を求める問題に帰着する。本方法では、最適化計算に必要な変数の数は $nN+1$ であるが、文献⁸⁾の方法などでは $(n+2)N$ であり、この点においても優位である。

3. 輪郭制御法

式 (1) では、制御対象の振動特性を考慮していないので、前節の方法で得られた最短時間軌道を実際に応用することは、高速運動による振動が発生する点から現実的でない場合がある。この問題を解決するために、著者らが提案する輪郭制御法を応用することを提案する¹²⁾¹³⁾。輪郭制御法においても多くの研究が行われているが^{14)~18)}、著者らはさきに輪郭制御法が輪郭誤差の低減よりもむしろ制御入力の変動抑制に有効であることを示し、この有効性を活用するための一方法を提案した¹²⁾。

工作物の加工という観点からは、送り駆動系各軸の位置がそれぞれ目標軌道に完全に追従する必要はなく、目標とする輪郭軌道を実現できれば所望の工作物形状を実現できることから、輪郭制御法では、輪郭軌道に関して法線方向の誤差を重視し、接線方向には自由度を与える構成を有している。すなわち、この自由度を振動抑制のために利用することで、最短時間軌道を実装できると考える。以下では、著者らの輪郭制御法のうち、2軸送り駆動系を対象とした方法を図1を用いて概説する。

図1の曲線 c は目標とする輪郭軌道であり、本制御法では送り駆動系の工具中心をこれに追従させることを目的とする。座標系 Σ_w は固定座標系であり、各軸の方向は送り駆動系のものに一致する。点 $r = [r_1, r_2]^T$ は、 Σ_w に関して定義された、時刻 t における工具中心の目標位置である。ただし添え字の T は行列あるいはベクトルの転置を意味する。この目標位置に対し一般には追従誤差が存在し、工具中心の実際の位置は点 $x = [x_1, x_2]^T$ にあるとする。この時の送り駆動系各軸の追従誤差 e_w をつぎのように定義する。

$$e_w = [e_{w1}, e_{w2}]^T = x - r. \quad (16)$$

一般的な送り駆動系の制御法では、この追従誤差を抑制するように各軸独立に制御が行われる。図中の e_c は輪郭誤差であり、目標輪郭軌道 c 上の x への近接点 r_a と x の間の距離と定義される。加工作業の点からは各軸の追従誤差よりも工作物の形状に直接影

Table 1 Parameter values in optimization

m_1	0.0161Vs ² /mm	m_2	0.0046Vs ² /mm
c_1	0.1849Vs/mm	c_2	0.0481Vs/mm
v_{li}	-2.25V	v_{ui}	2.25V
N	60		

響する輪郭誤差を重点的に抑制すべきである。すなわち、 x を r に追従させるのではなく、 r_a に一致させることにより、所望の工作物形状が実現できる。しかしながら、 c が直線や円のような単純な軌道でない場合には、 e_w から e_c を求めるために非線形方程式を解く必要があり、リアルタイムでこの値を求めることは一般に困難である。

詳細は文献¹²⁾に譲るが、著者らは以上の内容を考慮し、つぎのような制御入力に基づく輪郭制御法を提案した。

$$\begin{aligned}
 v &= M\{\ddot{r}_n - R_n(K_v \dot{e}_n + K_p e_n) \\
 &\quad - \ddot{\theta}_n I_e e_{wn} + \dot{\theta}_n^2 I_e e_{wn} - 2\dot{\theta}_n I_e \dot{e}_{wn}\} + C\dot{x}, \\
 r_n &= r + Q\{r(t - t_d) - r\}, \theta_n = \theta(t - t_d), \\
 Q &= R_n S R_n^T, S = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, I_e = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \\
 R_n &= \begin{bmatrix} \cos \theta_n & -\sin \theta_n \\ \sin \theta_n & \cos \theta_n \end{bmatrix}, t_d = \frac{|e_{l1}|}{\sqrt{\dot{r}_1^2 + \dot{r}_2^2}}.
 \end{aligned} \quad (17)$$

ただし、 θ は r を原点位置とし、この位置における軌道接線と法線方向を各軸方向とする座標系 Σ_l の Σ_w に対する傾きであり、 e_{l1} は Σ_l に関する軌道接線方向の追従誤差である。 $r(\cdot)$ 、 $\theta(\cdot)$ は時間の関数であることを意味する。また、位置 r_n を原点とし、 r_a の近似位置における軌道接線と法線方向を各軸方向とする座標系 Σ_n に関して各軸の追従誤差 e_{n1} と e_{n2} を定義し、 $e_n = [e_{n1}, e_{n2}]^T$ 、 $e_{wn} = x - r_n$ とする。記号 $K_v = \text{diag}\{k_{vi}\}$ と $K_p = \text{diag}\{k_{pi}\}$ はいわゆる速度と位置のフィードバックゲイン行列であり、対角成分が全て正の要素を有する 2×2 の対角行列である。 I は 2×2 の単位行列である。

この方法により、座標系 Σ_n に関する誤差 e_{n1} と e_{n2} の抑制性能を独立に調整できる制御系を実現できる。すなわち、実際の輪郭誤差 e_c の近似である e_{n2} を重点的に抑制し、接線方向の誤差 e_{n1} の抑制性能を抑えることで、送り駆動系的高速駆動に伴う振動を低減できる。

4. 最短時間軌道の実装

4.1 問題設定

本研究では、図2の装置を対象とし、まず最短時間軌道の生成を行った。本研究では X_1 、 X_2 軸の運動のみを対象とし、次式の1/4円弧を目標軌道とした。

$$\begin{aligned}
 f(x) &= x_1^2 + x_2^2 - 10 = 0 \text{ mm}, \\
 x_s &= [10.0, 0.0]^T \text{ mm}, \dot{x}_s = [0.0, 0.0]^T \text{ mm/s}, \\
 x_e &= [0.0, 10.0]^T \text{ mm}.
 \end{aligned} \quad (18)$$

軌道生成に用いた各パラメータを表1に示す。入力電圧の制限は、クーロン摩擦のおおよその大きさを考慮して決定した。

最適化計算のための軌道の分割数は $N=60$ とし、変数 $x[k]$ の初期値には、図3(a)のように円弧を等間隔で分割した位置を用いた。移動に要する時間 t_e の初期値は $t_e = 1.0$ s とした。図4の $x_{i\text{init}}$ 、 $v_{i\text{init}}$ 、 $i = 1, 2$ にこの軌道の時系列位置と式(1)から求めた必要な入力電圧をそれぞれ示す。この軌道では表1に示した入力電圧の制限を満たしていないことが確認できる。

Fig. 2 Experimental system

Fig. 3 Initial and optimal trajectories

逐次2次計画法を用いて最適化した結果を図3(b)と図4の $x_{i\text{opt}}$ 、 $v_{i\text{opt}}$ に示す。計算に要した時間は約7.024s (CPU 2.0GHz) であり、 $t_e = 0.968$ s が得られた。図4より運動開始時には X_2 軸の入力電圧が最大になり、図3(b)より初期軌道に比較して各時点での位置の間隔が広がっていることを確認できる。また、6時点目で X_1 軸の入力電圧 $v_{1\text{opt}}$ が下限値を取り、その後この値を維持していることが分かる。このことは、図2の装置構成と表1より X_2 軸に比較して X_1 軸のほうがより大きな駆動力を必要とすることに起因する。すなわち、 X_1 軸は負荷が大きいため、ほぼ全域にわたって入力電圧の下限値を用いて駆動され、 X_2 軸の位置は所望の輪郭軌道を実現するために調整される。このため、図4において $x_{1\text{opt}}$ は直線的に、 $x_{2\text{opt}}$ は曲線的に変化している。

4.2 実験結果

実験では計測と制御のサンプリング時間を 1ms とした。このため、得られた最短時間軌道 ($N=60$) を実装するために、区分的3次エルミート内挿多項式を用いて補間を行い、1ms 間隔の各軸目標軌道を作成した。また、送り駆動系の各軸の位置はリニアスケールにより計測した。分解能は $0.1\mu\text{m}$ である。実験では、以下の2つを比較した。

- (a1) 送り駆動系各軸を独立に制御する方法（各軸独立制御法）
- (a2) 式(17)の輪郭制御法

まず、一般的な制御法である (a1) を用いて実装した結果について述べる。この方法では、つぎのように制御入力を生成した。

$$v = M(\ddot{r} - K_{vw}\dot{e}_w - K_{pw}e_w) + C\dot{x}. \quad (19)$$

ただし、 K_{vw} と K_{pw} はそれぞれいわゆる速度と位置のフィードバックゲイン行列であり、正の対角要素を有する 2×2 の対角行

Fig. 4 Time-series initial and optimal trajectories with input voltages

列とする。上式を式 (1) に代入し以下の式を得る。

$$\ddot{e}_w + K_{vw}\dot{e}_w + K_{pw}e_w = 0. \quad (20)$$

上式ならびに K_{vw} , K_{pw} が対角行列であることから、送り駆動系各軸の制御性能は独立に調整される。この制御法では、輪郭誤差を低減するために両軸の制御性能を向上する必要がある。したがって、 K_{vw} , K_{pw} の対角要素の値をそれぞれ 200s^{-1} , 10000s^{-2} と設定した。これにより、両軸の制御系の帯域幅は $\omega_c = 100\text{rad/s}$ となる。この制御系による実験結果を図 5 に示す。両軸の追従性能を向上するために制御器ゲインを高く設定したため、制御入力 v_1 , v_2 の変動が大きくなっていることを確認できる。また、輪郭誤差の大きさ $|e_c|$ の最大値も $60\mu\text{m}$ を超えている。

図 5 において輪郭誤差が大きい理由は、入力電圧が飽和し、送り駆動系各軸の追従誤差が非常に大きくなっていることであるため、両軸の帯域幅を $\omega_c = 90\text{rad/s}$ と小さくした場合についても検証した。実験結果を図 6 に示す。図 5 の結果に比較して各軸の追従性が向上し輪郭誤差が低減している。

つぎに (a2) を用いて実装した結果について述べる。輪郭制御法では輪郭性能を維持しつつ軌道接線方向の追従性能を低減できるため、つぎのように制御器ゲインを設定した。

$$k_{v1} = 20\text{s}^{-1}, k_{v2} = 200\text{s}^{-1}, \quad (21)$$

$$k_{p1} = 100\text{s}^{-2}, k_{p2} = 10000\text{s}^{-2}. \quad (22)$$

これにより軌道法線方向の制御系の帯域幅は $\omega_c = 100\text{rad/s}$ であるが、接線方向に関しては $\omega_c = 10\text{rad/s}$ となる。この制御系による実験結果を図 7 に示す。輪郭制御法では、軌道接線方向に関する制御性能を低減することにより、結果的に送り駆動系両軸に関する制御器ゲインを小さく設定できるため、(a1) の結果に比較して入力電圧 v_1 , v_2 の変動を抑えることができ、制御対象の振動特性を無視して生成した最短時間軌道の実装が可能になっている。また、 $|e_c|$ についても (a1) に比較して大きく低減できている。

さらに、(a2) の制御系において加工実験を行った結果を図 8 に示す。実験では、直径 20mm のアルミニウム製丸棒を直径 6mm のエンドミルで加工した。半径方向、軸方向の切り込みはそれぞれ 3mm, 0.5mm とした。輪郭誤差の大きさは非加工時と大きく変わらず、加工時にも有効な方法である。

図 9 は、再現性を確認するために、各軸独立制御、輪郭制御、輪郭制御による加工をそれぞれ 5 回ずつ行った際の輪郭誤差の比較結果である。輪郭誤差の大きさの RMS 値、最大値共に輪郭制御法により抑制できていること、ならびに本実験の再現性を確認できる。

5. 結 言

本研究では工作機械送り駆動系を対象として、加工時間を短縮するための最短時間軌道生成法を提案した。本方法は機械系の高

Fig. 5 Experimental result of non-contouring control ($\omega_c = 100\text{ rad/s}$)

Fig. 6 Experimental result of non-contouring control ($\omega_c = 90\text{ rad/s}$)

速駆動において影響の大きい粘性摩擦を考慮し、また、従来の方法に比較して最適化計算に必要な変数の数を低減できるという利点を有する。また、最短時間軌道による高速駆動は機械の振動を誘起するおそれがあるが、著者らの提案する輪郭制御法により、制御器ゲインを小さく抑えつつ輪郭軌道への追従を実現できるため、最短時間軌道が実装可能になることを実験的に示した。さらに加工実験も行い、提案する方法の加工作業時の有効性を確認した。

謝 辞

本研究は財団法人工作機械技術振興財団の支援を受けて行われた。ここに謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) J. Bobrow et al.: Time-Optimal Control of Robotic Manipulators along Specified Paths, The International Journal of Robotics Research, **4**, 3, (1985) 3.
- 2) K. G. Shin and N. D. McKay: Minimum-Time Control of Robotic Manipulators with Geometric Path Constraints, IEEE Transactions on Automatic Control, **30**, 6, (1985) 531.
- 3) K. G. Shin and N. D. McKay: A Dynamic Programming Approach to Trajectory Planning of Robotic Manipulators, IEEE Transactions on Automatic Control, **31**, 6, (1986) 491.
- 4) F. Pfeiffer and R. Johanni: A Concept for Manipulator Trajectory Planning, IEEE Journal of Robotics and Automation, **3**, 2, (1987) 115.
- 5) J.-J. E. Slotine and H. S. Yang, A: Improving the Efficiency of Time-Optimal Path Following Algorithms, IEEE Transactions on Robotics and Automation, **5**, 1, (1989) 118.
- 6) Z. Shiller and S. Dubowsky: On Computing the Global Time-Optimal Motions of Robotic Manipulators in the Presence of Obstacle, IEEE Transactions on Robotics and Automation, **7**, 6, (1991) 785.

Fig. 7 Experimental result of contouring control

Fig. 8 Experimental result of machining by contouring control

- 7) Z. Shiller and H.-H Lu: Computation of Path Constrained Time Optimal Motions with Dynamic Singularities, Transaction of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, **114**, (1992) 115.
- 8) D. Verschuer: Time-Energy Optimal Path Tracking for Robots: a Numerically Efficient Optimization Approach, Proceedings of the 10th IEEE International Conference on Advanced Motion Control, (2008) 727.
- 9) Y. Kakino et al.: A Study on the Total Tuning of Feed Drive Systems in NC Machine Tools (1st Report) : Modeling of Feed Drive Mechanism and Identification of the Parameters, J. Jpn. Soc. Precis. Eng., **60**, 8, (1994) 1097 (in Japanese).
- 10) M. Tsutsumi et al.: Mathematical Model of Feed Drive Mechanical System and Friction for CNC Machine Tools, J. Jpn. Soc. Precis. Eng., **61**, 10, (1995) 1458 (in Japanese).
- 11) K. K. Varanasi and S. A. Nayfeh: The Dynamics of Lead-Screw Drives: Low-Order Modeling and Experiments, ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, **126**, (2004) 388.

(a) Non-contouring ($\omega_c = 100 \text{ rad/s}$)

(b) Non-contouring ($\omega_c = 90 \text{ rad/s}$)

(c) Contouring

(d) Machining by contouring

Fig. 9 Comparison of contour error magnitudes

- 12) N. Uchiyama and K. Yamazaki: On the Effectiveness of Contouring Control for Machine Tool Feed Drive Systems, J. Jpn. Soc. Precis. Eng., **74**, 11, (2008) 1193 (in Japanese).
- 13) N. Uchiyama et al.: Contouring Controller Design for Three Dimensional Machining, Proceedings of the 3rd International Conference on Positioning Technology, (2008) 133.
- 14) Y. Koren: Cross-Coupled Biaxial Control for Manufacturing Systems, ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, **102**, (1980) 265.
- 15) C.-C. Lo and C.-Y. Chung: Tangential Contouring Controller for Biaxial Motion Control, ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, **121**, (1999) 126.
- 16) G. T.-C. Chiu and M. Tomizuka: Contouring Control of Machine Tool Feed Drive Systems: A Task Coordinate Frame Approach, IEEE Transactions on Control System Technology, **9**, 1, (2001) 130.
- 17) Q. Zhong et al.: A Linear Cross-Coupled Control System for High-Speed Machining, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, **19**, (2002) 558.
- 18) C.-C. Peng and C.-L. Chen: Biaxial Contouring Control with Friction Dynamics Using a Contour Index Approach, International Journal of Machine Tools and Manufacture, **47**, (2007) 1542.