固定 5 軸加工のための最適な首下長さの決定アルゴリズム*

黄 文 麗** 乾 正 知***

Algorithm for Determining the Optimal Cutter and Shank Length for Fixed 5-Axis Machining

Wenli HUANG and Masatomo INUI

Dies and molds with very deep shapes are often fabricated using a fixed 5-axis milling machine. In the process planning of such machining, determination of the cutter and shank length is a time consuming task. In this paper, an algorithm for automatically determining the optimal cutter and shank length for fixed 5-axis milling operation is proposed. The optimal length can be derived by comparing a Minkowski sum object of the workpiece and the inverted zero-length cutter, and another Minkowski sum object of the part shape and the inverted cutter. These computations of Minkowski sum objects can be accelerated by using the depth buffer mechanism of GPU which is now installed on most PCs. An experimental system is implemented and some computational experiments are performed. Our system can determine the optimal cutter and shank length for milling a complex mold in a minute.

Key words: CAD, CAM, process planning, Minkowski sum, GPU

1. は じ め に

切削工具のうち、ホルダの下端から切刃中心までの距離を「首下長さ」と呼ぶ（図 1 参照）。金型の切削加工の際に工程設計者を悩ませる問題の一つに、最適な首下長さの決定がある。射出成型やダイキャスト用の金型では、荒加工後に金型の隅に残った削り残り（図 2 中の緑色で示された部分）を除去するため、中仕上げ加工を行う。深い形状を有する金型の中仕上げ加工では、工具のたわみを最小限に抑えるために、より短い首下長さでの加工が可能な固定 5 軸の工作機械を用いることが多い。固定 5 軸加工では、主軸方向が傾いているため、ホルダと工作物の位置関係が理解しにくく、図 3 に示すように、ホルダと工作物が衝突する問題がしばしば発生する。衝突を恐れて首下長さを大きくしすぎると、工具の後ろ側のアタッチメント部が工作物と衝突してしまうこともある。

NC 加工用の工具経路が計算済みであれば、ある首下長さの工具が工作物と衝突するか否かは、切削シミュレーションソフトウェアを用いることで判定できる。市販ソフトウェアの中には、このような判定結果に基づいて最適な首下長さを計算するものがある（例えば VERICUT システム）。寺本らは、切削シミュレーション中に工作物と干渉するホルダの部分を記録し、その結果に基づいて衝突の生じないホルダ形状を逆に計算するプログラムを開発しているが、この技術も最適な首下長さの決定に利用できる^{1),2)}。これらの技術を用いるためには、CAM システムを使って予め工具経路を計算しておく必要がある。CAM の利用には専門知識が要求される上に、工具経路の計算や切削シミュレーションには多大な時間を要するため、工具経路が前提の手法では工程設計者にとって利用が難しい。

本研究では、金型の製品形状、中仕上げ加工前の工作物形状、工具やホルダ、アタッチメントの形状定義に基づいて、工具経路の情報がなくても、固定 5 軸加工のための最

Fig. 1 Cutter and shank length of a ball-end mill

Fig. 2 Excess material remained on a workpiece

適な首下長さを自動決定できるアルゴリズムを開発したので報告する。本研究では、工具のシャンク部の直径が切刃の部分の直径と同一であることを仮定している。加工に使用する工具が決まると、ホルダの形状は一意に決まることが多い。固定 5 軸加工では、最初に加工に適した主軸方向を決める必要がある。これについては、著者の一人が開発したアルゴリズム³⁾や、同時 5 軸加工に関する研究で開発されたアルゴリズムを用いることができる（例えば 4), 5)）。そこで本研究では、主軸方向が与えられているとき、工作物との干渉が生じない最適な首下長さを計算することを考

* 原稿受付 平成 21 年 5 月 29 日

** 学生会員 茨城大学（茨城県日立市中成沢 4・12・1）

*** 正 会 員 茨城大学

Fig.3 Possible collisions in fixed 5-axis milling

Fig.4 Optimal cutter length considering the material removal

える。提案するアルゴリズムは、ロボットの動作計画などで用いられるミンコウスキ和を利用して、最適な首下長さを計算する。次の第2章で本アルゴリズムの基本的な考え方を説明し、第3章では具体的な実装技術を紹介する。第4章では、本手法を用いて最適な首下長さを計算した例を示す。

2. 基本アルゴリズム

最初に本研究の基本アルゴリズムを説明する。固定 5 軸加工では、首下長さが小さすぎるとホルダが工作物と衝突し、逆に大きすぎると工具後端のアタッチメントが工作物に衝突する。したがって指示された削り残り部を除去する際には、工具と工作物の衝突が発生しない首下長さの範囲を計算する必要がある。首下長さが大きいほど工具の撓みが大きくなり加工精度が低下する。したがって最適な首下長さとは、得られた範囲の中での最短の長さとなる。

なお、以下で述べるアルゴリズムでは、加工に伴う工作物の形状変化の影響は考慮しない。図4に示すように、加工の進行により工作物の一部が除去されるので、工作物の形状変化を考慮しない場合の最適な長さ（図中の実線で示したホルダ位置）よりも首下長さを短くしても（破線で示したホルダ位置）、ホルダ干渉が生じない可能性がある。しかし工作物の形状変化を考慮するためには、工具移動を処理に織り込む必要があり、そのためには工具経路の情報を与えなくてはならない。事前に自動車用金型の製造会社で調査を行ったが、工程設計実務でも、工作物の形状変化まで考慮して首下長さを決めている例はない。

Fig.5 (a) A zero-length cutter at point p and (b) the allowable minimum cutter length d and the maximum cutter length D Fig.6 Determination of d and D using Minkowski sum shape M_1 of the workpiece and the inverted zero-length cutter

以下では、理解を容易にするために、ボールエンドミルとホルダだけから構成される特殊な工具で説明を行うが、他の切刃形状の場合や工具にアタッチメントなどが接続している場合でも、同様に考えることができる。

図5(a)に示すような、首下長さゼロの仮想的な工具を用いし、この工具の切刃の中心を点 p に与えた場合を考える。首下長さゼロの工具では、図に示すようにホルダと工作物が大きく干渉してしまう。そこで工具全体を主軸方向に移動させ、ホルダ干渉を解消することを考える。同図(b)に示すように、工具を距離 d 移動させると、ホルダは図中に青く示した位置となり、工作物に食い込まなくなる。したがって d が、点 p に工具を与えた場合の許容できる最小の首下長さとなる。工具をさらに移動させると、今度はホルダの後端が工作物に衝突する（図5中の赤い工具の位置）。この時の移動距離 D が、許容できる首下長さの最大値となる。

ミンコウスキ変換⁶⁾の考え方をを用いると、首下長さ d や D は次のように計算できる。図6に示すように、首下長さゼロの工具を 180 度反転させた図形を考え、この逆形状の工具を工作物の表面に沿って移動させた結果得られる掃引立体を計算する。以後この形状を M_1 とよぶ。 M_1 は工作物形状と工具の逆形状のミンコウスキ和に相当する。正しい向き of 工具の切刃の中心が M_1 の表面にあるとき、工具と工作物が接触することになる。したがって p から主軸方向に伸ばした半直線と M_1 の表面との最初の交点までの距離が d となる。また半直線をさらに伸ばしたときに得られる、半直線と M_1 の次の交点までの距離が D に対応する。

Fig.7 Optimal cutter length determination for a set of points (a) and for a milling region (b) and (c).

ここまでは、点 p に工具中心を与えた場合の首下長さの計算法だったが、工具中心を表す点が複数与えられた場合（例えば、工具中心の移動経路を表す点群が与えられた場合）には、図 7(a)に示すように、全ての点からミンコウスキ和 M_1 の表面までの距離を図 6 と同様の方法で計算する。そして最初の交点までの距離（図 7(a)中の青い線分群）の最大値を許容できる最短の首下長さとして採用し、また次の交点までの距離（図中の赤い線分群）の最小値を最長の首下長さとして採用すれば、全ての点において工具と工作物の衝突を避けることができる。

ボールエンドミル加工の場合には、工具中心は製品形状を工具半径分オフセットした面上に存在する。そこで図 7(b)に示すように、製品形状のうち、中仕上げ加工で除去すべき削り残りが生じている部分のオフセット面（以後、この形状を M_2 とよぶ）を計算し、このオフセット面 M_2 とミンコウスキ和 M_1 の表面に挟まれた部分の形状（図 7(b)中の青色で示した形状）を求める。この挟まれた形状の主軸方向の最大厚みが、削り残りを固定 5 軸加工で除去する際の、ホルダ干渉を生じない最短の首下長さとなる。またオフセット面 M_2 と M_1 の次の境界面に挟まれた部分の形状（図 7(c)中の赤色で示した形状）の主軸方向の最小厚みが、工具の後端が工作物に衝突しない最長の首下長さとなる。

製品形状のオフセットは、製品形状と工具の切刃部分の逆形状のミンコウスキ和なので、ある削り残りを固定 5 軸加工で除去するための最適な首下長さは、以下の 3 ステップからなるアルゴリズムで計算できる。

Step1 工作物形状と首下長さゼロの工具の逆形状のミンコウスキ和 M_1 を計算する。

Step2 製品形状のうち削り残りが生じている部分と切刃の逆形状のミンコウスキ和 M_2 を計算する。

Step3 M_1 の表面と M_2 に挟まれた形状（図 7 中の青い図形と赤い図形）の厚みを主軸方向に測定する。

青い図形の最大厚み d が許容できる首下長さの最小値、赤い図形の最小厚み D が首下長さの最大値となる。そして距離 d がこの加工での最適な首下長さとなる。

Fig. 8 Special case 1: Each ray from a point in M_2 has only one intersection point with M_1

Fig. 9 Special case 2: Each ray from a point in M_2 has an intersection with a part of Minkowski sum shape of the part and the inverted cutter edge before intersecting M_1

ここまでの議論では、図 7 に示した赤い図形と青い図形がともに計算可能な場合について検討したが、実際には図 8 や図 9 に示すような特殊ケースが生じる。図 8(a)には、 M_2 から主軸方向に伸びた半直線群が M_1 の表面と一度しか交差しえない場合を示した。このような場合には、 M_2 と M_1 に挟まれた部分に図 7 の青い図形に対応する形状は定義できるが、赤い図形は定義できず、首下長さの最大値 D を決めることができない。これは図 8(b)に示すように、首下長さを十分に長くしても、ホルダの後端が工作物と衝突することがないことを意味している。

Fig.10 Transformation of a Z-map model to a scan type cutter path

図 9(a)には、 M_2 から主軸方向に伸びた半直線群が、 M_1 と交差する前に、製品形状と切刃の逆形状のミンコウスキ和と再び交差してしまう場合を示した。このようなケースでは、同図(b)に示すように、工具の切刃やシャンク部が製品形状に食い込んでしまうため、首下長さをどのような値にしても、この主軸方向からは加工不可能なことが分かる。このような場合には、主軸方向そのものの変更が必要となる。

3. アルゴリズムの実装

本章では、前述した最適な首下長さの決定アルゴリズムの実装法について述べる。

3.1 入力と出力

本アルゴリズムは、入力データとして以下を必要とする。

固定5軸加工のための工具の主軸方向： 予め論文^{3)~5)}などのアルゴリズムを用いて、中仕上げ加工の際の主軸方向を決めておく。

金型の製品形状モデル： 本研究では、金型の製品形状がポリゴンの集合として与えられていることを仮定する。既存の CAD システムの多くは、モデル形状を STL などの三角形ポリゴン群として出力する機能を有しているため、これらを用いて製品形状のポリゴンモデルを用意しておく。

工作物の形状モデル： 加工前の工作物の形状モデルとして、本研究では離散的な Z-マップ形式⁶⁾で表現されたモデルを想定している。中仕上げ加工の際の工作物形状は、荒加工の加工結果として得ることができる。荒加工は効率を重視して3軸加工で行われるので、荒加工後の工作物形状は Z-マップで表現できる。われわれは工具を指定すると、荒加工後の工作物の形状を自動生成するソフトウェアを既に開発している⁷⁾。最近では、同様の機能を備えたソフトウェアも市販されている。これらのソフトウェアの中には、削り

Fig.11 Minkowski sum computation of the workpiece model in Z-map representation and the inverted zero-length cutter

残り形状をポリゴン群の形式で出力するものもあるが、ポリゴン群は容易に Z-マップ形式に変換できる。

切刃形状とホルダ形状、アタッチメント形状： 切削加工用の工具は、切刃、シャンク、工具ホルダ、アタッチメントの四つの部分からなる。これらのうち、これから長さを決定するシャンク部以外の形状を与える。切刃としては、フラットエンドミル、ボールエンドミル、ラジウスエンドミルを想定する。工具ホルダとアタッチメントは、円錐台形状の連続として近似的に定義されているものとする。

3.2 Step1 ミンコウスキ和 M_1 の計算

工作物形状が Z-マップ形式で与えられている時、この形状と首下長さゼロの工具の逆形状のミンコウスキ和は、著者の一人が開発したアルゴリズムを用いることで、以下の手順で計算できる⁸⁾。Z-マップ形式では、工作物の表面は、XY 平面上の直交格子に基づいて配置された点群として定義されている。これらの点を、格子にしたがってジグザグ状に結ぶことで、工作物表面を覆う稠密な経路を得ることができる(図 10 参照)。首下長さゼロの工具の逆形状を、その中心点を経路上に保ちつつ動かすとき、移動形状の掃引立体がミンコウスキ和 M_1 となる(図 11 参照)。

この掃引立体の上面にあたる形状は、掃引立体を真上から見下ろした時の画像を GPU のデプスバッファ機能を用いて描き、得られたデプス値を取得することで高速に得られる。デプスバッファでは、一番手前の図形のデプス値しか得られないので、掃引立体の端の部分の、内側に折れ曲がった形状を正しく取得できず、図 11 中に薄い灰色で示した部分だけ大きな形状が得られてしまう。しかしこの灰色の形状は、Step2 で計算するミンコウスキ和 M_2 よりも下側や外側に存在するので、最後の Step3 において、 M_1 と M_2 の間に挟まれた形状の厚みを得る際には影響しない。

3.3 Step2 ミンコウスキ和 M_2 の計算

中仕上げ加工での加工領域は、工作物形状のうち、製品と異なる形状を有する部分なので、工作物形状と製品形状を比較し、それらの差にあたる形状(図 12(a)中の破線部)を抽出することで容易に得られる。

このようにして抽出された加工領域と切刃の逆形状のミンコウスキ和 M_2 の計算については、著者の一人が開発したアルゴリズムが利用できる⁸⁾。このアルゴリズムのあらましを図 12 (b)と(c)に示した。まず工作物形状と工具先端の切刃の逆形状のミンコウスキ和 W を計算する(図 12(b)参照)。次に製品形状と切刃の逆形状のミンコウスキ和 P を

Fig. 12 (a) Workpiece shape and part shape, (b) Minkowski sum W of the workpiece shape and the inverted cutter edge, and (c) Minkowski sum P of the part shape and the inverted cutter edge

Fig. 13 Comparison of W and P to extract the Minkowski sum of the milling region

計算する。(同図(c)参照)。これらの計算も、GPUのデブスバッファ機能を用いることで高速に実行できる⁹⁾。最後に、図13中に細かい点線で示すように、 P のうち W のほうを上側に存在している部分を選択すると、それが加工領域と切刃の逆形状のミンコウスキ和 M_2 となる。

3.4 Step3 M_1 と M_2 に挟まれた形状の厚みの測定

最後に、二つのミンコウスキ和 M_1 と M_2 に挟まれた部分の形状の厚みを、工具の主軸方向にそって測定する。具体的には M_2 の表面に十分に多くの点を発生させ、各点 p_i を出発点とし主軸方向に伸びる半直線 l_i を考える。この半直線と M_1 の全ての交点を計算し、出発点 p_i に最も近い交点(図7(a)中の青い線分の右側の端点)と、次に近い交点(同図中の赤い線分の右側の端点)を得る。次に、これらの交点と p_i 間の距離を繰り返し計算し、青い線分の最大長さと赤い線分の最小長さを取得する。

デブスバッファを用いて計算すると、 M_1 は 1000×1000 程度の格子状の点群として得られる。点を適切に接続することで M_1 を三角形ポリゴンの集合に変換することができるので、上述した処理では、このポリゴン群と半直線の交点を繰り返し計算することになる。しかし単純な実装法では、交点計算に格子の総数に比例する計算時間を要し実用的ではない。本研究では、処理時間を短縮するために、格子状に配置された点群の性質を用いて、交点の存在する範

Fig. 14 (a) A grid for defining M_1 . Intersection points between l_i and vertical planes parallel to the Y axis are computed, then a grid point closest to the projection of each intersection point is selected. (b) The z value of the intersection point on l_i and the z value of M_1 at the selected grid point are compared to efficiently determine the intersection point between l_i and M_1

囲を効率的に絞り込む手法を開発した。

図14(a)には半直線 l_i と M_1 を構成する格子状の点群を上から見下ろした様子を、また同図(b)には横から見た様子を示した。ただし l_i をXY平面に投影した直線とX軸のなす角度が、同直線とY軸のなす角度よりも小さいものとする。図(a)中のY軸に平行な各格子線について、格子線を含む垂直な平面を定義し、 l_i との交点を計算する。次に各交点をXY平面に投影した点を求め、それに最も近い格子を選択する。図(a)中の白丸は選択された格子を表している。次に選択された格子における M_1 の高さを調べ、格子と同じx座標値における l_i の高さと比較する。図(b)において大きめの白丸で表現したように、 M_1 の高さと l_i の高さが逆転する二つの連続する格子が得られた時、 M_1 と l_i の間に交点が存在すると考えられるので、これらの点の近傍のポリゴンと l_i の交点を正確に計算する。このアルゴリズムでは、計算の手間は格子のX軸方向の分割数に比例するので、手間が格子総数に比例する前出の手法よりも高速に交点を得ることができる。 l_i をXY平面に投影した直線とX軸のなす角度が、Y軸となす角度よりも大きい場合には、同様の計算をX軸に平行な各格子線について行えばよい。

4. 計算実験の結果

第3章で述べたアルゴリズムをVisual C++を用いてプログラム化し、提案した首下長さの決定手法の有効性を検証した。

荒加工後のある削り残りを、固定5軸加工で加工する場合の最適な首下長さを決定した例を図15に示す。図(a)に示した荒加工の削り残り領域のうち、矢印で示した部分を固定5軸加工で処理することにした。図(b)にはこの際の工作物の形状を示した。加工に用いる工具はφ10mmのボールエンドミルで、ホルダ部はφ40mmの円筒形状を有している。工具の主軸方向を右側に45度傾けた状態で加工するという条件で計算を行った。第3章に示した手法で最適な首下長さを決定したところ20.53mmとなった。CPU: Xeon™

Fig.15 Automatic determination result of the optimal cutter length in the fixed 5-axis milling. (a) part shape, (b) workpiece shape, (c) milling simulation result using a cutter longer than the optimal length, and (d) milling simulation result using a cutter shorter than the optimal length. Some holder collisions are illustrated with red color

Fig.16 (a) Part shape, (b) Minkowski sum shape M_2 of the part and the inverted cutter edge, (c) workpiece shape, (d) Minkowski sum shape M_1 of the workpiece and the inverted zero-length cutter, and (e) classification result of M_2 .

3.0GHz, メモリ : 2.0 GB, GPU : QuadroFX, 3400 を搭載したパーソナルコンピュータを用いたところ, 計算に要した時間は 11.4 秒であった。得られた最適な首下長さよりもわずかに長い工具 (長さ 21mm) と短い工具 (19mm) を選択し, 著者の一人が開発した CAM システム⁹⁾で工具経路を生成し加工シミュレーションを行った。その結果, 首下長さが 21mm では正常な加工結果が得られたが (図(c)), 首下長さが 19mm の場合には, 図(d)に赤く示すようなホルダ干渉が発生したことから, 本手法の有効性が確認できた。

次に今回開発したプログラムを用いて, 図 15 と同じ製品形状の全体の加工性評価を行った例を図 16 に示す。図(a)には製品形状を, そして図(b)には, この形状とφ10mm のボールエンドミルの切刃の逆形状のミンコウスキ和 M_2 を

示す。図(c)には加工前の工作物形状を示す。この形状を図(f)に示すような, 右側に 45 度傾けた工具で切削することを考える。首下長さゼロの傾斜した工具の逆形状と工作物形状のミンコウスキ和 M_1 を図(d)に示す。(b)と(d)を比較し, 図(e)に;

- (1) この主軸方向からでは加工不可能な範囲, すなわち図 9 に示したように, 図(b)上の各点から主軸方向に伸ばした半直線が, M_1 と交差する前に M_2 の別な部分と交差してしまう範囲を赤色で示した。
- (2) 最小の首下長さが 70mm を超えてしまい, 工具の撓みの恐れがある範囲を灰色で示した。
- (3) 残りの安全かつ安定な加工が可能な範囲を緑色で示した。

図 15(a)と図 16(e)を重ね書きすることで, 工具の主軸方向を与えたとき, 各削り残り部について, 適切な加工が可能な部分と, この主軸方向からでは安全・安定な加工が困難な部分を効率的に分類することができる。図 16(e)の取得に要する時間は 1 分以内である。

5. 結 言

本論文では, 金型の中仕上げ加工の工程設計支援を目的に, (1) 工具経路なしで計算可能, (2) 固定 5 軸の工作機械に対応可能という特徴を有する, 最適な首下長さの自動決定アルゴリズムについて述べた。このアルゴリズムは;

- ・ 工作物形状と首下長さゼロの工具の逆形状のミンコウスキ和。
- ・ 製品形状上の加工領域と切刃の逆形状のミンコウスキ和。

という二つの図形を GPU の機能を用いて計算し, それらの差形状の最大厚みなどを調べることで, 最適な首下長さを決定する。実際にプログラムを作成し計算実験を行うことで, 本手法が上述した特徴を有することを確認した。また本技術を用いることで, 各加工領域が指示された主軸方向から加工可能かどうかを効率的に判別できることを示した。今後は, より複雑な同時 5 軸加工のための最適な首下長さ決定を目的に研究を発展させていきたい。

参 考 文 献

- 1) 寺本一成 他: NC 加工シミュレータにおけるツーリングの自動決定, 1998 年精密工学会秋季大会学術講演会講演論文集 (1998) 157.
- 2) 寺本一成 他: 作業設計支援 NC 加工シミュレータ, 型技術, 13, 13 (1998) 36.
- 3) 森本國文, 乾正知: 金型加工の工程設計支援技術に関する研究 (第二報), 精密工学会誌, 73, 2 (2007) 286.
- 4) 森重功一, 加瀬究, 竹内芳美: C-Space を用いた 5 軸制御加工のための工具経路生成法, 精密工学会誌, 62, 12 (1996) 1783.
- 5) 金子順一, 堀尾健一郎: 5 軸制御切削加工における工具姿勢のグラフィックスハードウェアを用いた高速な決定法, 精密工学会誌, 72, 8 (2006) 1012.
- 6) B. K. Choi and R. B. Jerard: Sculptured Surface Machining, Theory and Applications, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht (1998).
- 7) M. Inui and T. Miyashita: Hollow Shape Extraction: Geometric Method for Assisting Process Planning of Mold Machining, Proc. 2003 IEEE ISATP 2003 (2003) 30.
- 8) 乾正知: 金型加工の工程設計支援技術に関する研究 (第一報), 精密工学会誌, 72, 2 (2006) 244.
- 9) M. Inui and A. Ohta: Using GPU to Accelerate Die and Mold Fabrication, IEEE CG&A Magazine, 27, 1 (2007) 82.