高速 M 推定法を用いたロバストガウシアンフィルタの提案*

沼田宗敏** 藤原孝幸** 舟橋琢磨** 輿水大和** 神谷和秀*** 野村 俊***

A Proposal of Robust Gaussian Filter by Using Fast M-Estimation Method

Munetoshi NUMADA, Takayuki FUJIWARA, Takuma FUNAHASHI,
Hiroyasu KOSHIMIZU, Kazuhide KAMIYA and Takashi NOMURA

Gaussian filter to extract the roughness profile from a primary profile suffers strongly from the outliers mingled in the data. To solve this problem, several researches to put this method robust Gaussian filter have been proposed. However, the calculation cost becomes large due to the large number of repetitive applications. In this research, we propose a new robust and fast method by using the fast M-Estimation method. Since the proposed method requires just a few times of repetitive applications of the rectangular smoothing filter, the computation cost could be drastically reduced. The proposed method is just in need of the analytical calculation without any repetitive computation. Moreover it was noted that, at the ultimate time when there are no outliers in the data, the proposed method could provide completely the same results of the original Gaussian filter method.

Key words: roughness profile, robust Gaussian filter, M-estimation method, B-spline basis function

1. 緒 言

測定対象物表面の粗さ曲線は、断面曲線からカットオフ波長 λ_c の低域フィルタによって長波長成分である平均曲線を抽出し、これを断面曲線から減算して得る。この平均曲線は、通常ガウシアンフィルタ (GF: Gaussian filter) と断面曲線との畳み込み演算によって計算される¹⁾²⁾。しかし、断面曲線の外れ値はガウシアンフィルタの出力に大きな影響を与える。

このような問題の解決には、断面曲線のばらつきを基準とした閾値を求め、平均曲線からの各データの乖離に基いて外れ値と判断し処理するのが一般的である³⁾。しかしながら、この方法には以下の 2 つの問題がある。まず第 1 に、求めるべき平均曲線が不明にも関わらず、それを基準として外れ値を判断するという論理的循環である。このため、便宜上ガウシアンフィルタによる平均曲線を基準として外れ値を選ぶことになるが、この基準自体が外れ値の影響を受けるため正しい結果が得られない。第 2 に、閾値周辺に外れ値が存在する場合には、基準となる平均曲線のわずかな変動でも出力が大きく影響を受けてしまうことである。これらの問題を解決するため、ロバストガウシアンフィルタ⁴⁾が提案されている。これは、ロバスト推定法の一つである M 推定法⁵⁾を用いた手法である。M 推定は重み付き最小 2 乗法の一環である⁶⁾⁷⁾から、ロバストガウシアンフィルタは平均曲線からの各データ点の乖離に基き、繰り返し演算によって順次重みを変えながら平均曲線を求める。

しかしながら、ロバストガウシアンフィルタにも以下の 3 つの問題がある。第 1 の問題は、重みを変えながら繰り返し演算を施しても真の平均曲線への収束が保証されないことである。特に、多くの外れ値の影響で初期値としての仮の平均曲線が真の平均曲線から大きくずれている場合には顕著となる。第 2 の問題は計算コストの大きさである。基準長さにおけるデータ数を N とすると、フィルタ幅は通常 $N/5$ であるため、重み付きガ

ウシアンフィルタの処理には $O(N^2)$ ものオーダーの計算コストが必要となる。第 3 の問題は、外れ値がない場合に求めた平均曲線が、ガウシアンフィルタ出力の平均曲線に一致しない点である。これは、外れ値ほどの乖離がないデータに対しても、推定関数により重みを変えてしまうためである。これは外れ値のない通常の計測データに対する振幅伝達特性がガウシアンフィルタと大きく異なることを意味し、現場への導入を妨げる大きな要因となっている。現場で必要とされるフィルタとして、外れ値のないデータに対してはガウシアンフィルタと同様にふるまい、外れ値に対してのみロバストにふるまうことが望ましい。

ところで、ロバストガウシアンフィルタで用いる M 推定の推定関数を 2 次関数にすると、重み付き最小 2 乗法は通常の最小 2 乗法となるから、推定値は 0 次回帰型ガウシアンフィルタ⁴⁾ (GRO) の出力に一致する。これはエンド効果のない区間では、ガウシアンフィルタの出力値そのものになる。このような性質を応用し、外れ値のないデータに対しては 2 次関数としてふるまい、外れ値に対してはその影響を最小限にするような推定関数を導入することができれば、従来のロバストガウシアンフィルタの問題を解決できる可能性がある。このような推定関数として、2 次 B スプライン基底関数を用いた高速 M 推定法がある⁸⁾。推定関数としての 2 次 B スプライン基底関数は、データの乖離具合が微小なデータに対しては厳密に 2 次関数に一致する。しかも、外れ値に対してはロバストに振る舞う。また、この高速 M 推定法は繰り返し演算が不要で解析的に計算できるため、高速計算が可能である。

そこで本論文では、この高速 M 推定法を用いたロバストガウシアンフィルタを提案し、ロバストガウシアンフィルタの 3 つの問題を解決する。以下、第 2 章では高速 M 推定法について概説し、第 3 章ではこれを用いたロバストなガウシアンフィルタを提案する。第 4 章で実験を行い、第 5 章で全体をまとめる。

2. 高速 M 推定法

通常の M 推定は推定関数によっては必ずしも最適解に収

* 原稿受付 平成 21 年 7 月 28 日

** 正 会 員 中京大学情報理工学部 (豊田市貝津町床立 101)

*** 正 会 員 富山県立大学工学部 (富山県射水市黒河 5180)

束するとは限らず、繰り返し演算を伴うため計算コストも大きい。高速 M 推定法は推定関数に 2 次 B スプライン基底関数を用いて、これらの問題を解決する⁸⁾。

2.1 2 次 B スプライン基底関数を用いた高速 M 推定

x 座標系で与えられるデータ x_i の誤差を ε_i としたとき、高速 M 推定法は次式の評価基準 M^* を求める。

$$M^* = \max \sum_i R_2(\varepsilon_i / m\Delta x) \quad (1)$$

ここに、推定関数 $R_2(t)$ は式(2)に示す 2 次 B スプライン基底関数である。また、 $m\Delta x$ は誤差の広がり度合いに対応した指標、 m はその分割数、 Δx は x 軸の分解能である。

$$R_2(t) = \begin{cases} (|t| - 3/2)^2 / 2 & \text{if } 1/2 \leq |t| \leq 3/2 \\ -t^2 + 3/4 & \text{if } |t| \leq 1/2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

図 1(b)に示す偶関数 $R_2(t)$ は、図 1(a)に示す同じ偶関数で幅 1 の矩形関数 $R_0(t)$ を 2 回畳み込んで得られる。このため、 $R_2(t)$ の中央の幅 1 の区間を基本幅と呼ぶ。 x 軸上では $T = m\Delta x$ が基本幅になる。誤差の分布がすべてこの基本幅内

Fig. 1 Relation between rect function $R_0(t)$ and $R_2(t)$

Fig. 2 Function $w_j R_2$

Fig. 3 Control points q_k

Fig. 4 Sequential computation of u_j

にあれば、推定関数は 2 次関数となり推定値は最小 2 乗法の結果に一致する。

すなわち、 ε_i がすべて x 軸上の基本幅内に入るように、基本幅 $T = m\Delta x$ をうまく調整することにより、高速 M 推定の推定値をガウシアンフィルタの出力値にうまく一致させることができる。

2.2 計算方法

高速 M 推定法の計算方法を以下に述べる。 N 個のデータを $x = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_N\}$ とし、図 2 に示すように、 Δx 毎の配列 w_j に度数分布を作成する。 $m\Delta x$ は x 軸における 2 次 B スプライン基底関数 R_2 の基本幅である。式(3)に示すように、度数 w_j に R_2 関数を畳み込み曲線 $p(\rho)$ を得る。このとき、曲線の頂点位置 $\hat{\rho}$ が M 推定値になる。ここに $\rho = x/\Delta x$ である。

$$M^* = \max \sum_j w_j R_2((\rho - j)/m) = \max p(\rho) = p(\hat{\rho}) \quad (3)$$

曲線 $p(\rho)$ は 2 次 B スプライン曲線で、図 3 に示す制御点 q_j から計算できる。制御点 q_j は度数 w_j に幅 m 、高さ $1/m$ の矩形フィルタを 3 回連続適用して得られる。これは m 個の加算処理を 3 回連続適用した後に $1/m^3$ で割ればよいが、最大値を求めるための計算であるから割り算は省略可能である。なお、番号 $j-1$ における m 個の加算結果を u_{j-1} とすると、図 4 に示すように u_j は u_{j-1} に増分 $w_{j+(m-1)/2} - w_{j-1-(m-1)/2}$ を加えるだけでよいから高速計算できる。

最後に、 $q_I = \max q_j$ およびその周辺の q_{I-1} 、 q_{I+1} を探索すれば、これらを用いて $p(\rho)$ を最大にする $\hat{\rho}$ を次式で解析的に計算できる。

$$\hat{\rho} = \frac{q_{I-1} - q_I}{q_{I-1} - 2q_I + q_{I+1}} \quad (4)$$

3. 高速 M 推定法を用いたロバストガウシアンフィルタ

3.1 ロバストガウシアンフィルタへの高速 M 推定の応用

N 個のデータを $z_i = f(x_i)$ とすると、誤差は z 方向に広がるので、 z 軸を Δz 間隔で離散化することにより高速 M 推定法が適用できる。まず、データに対し x 方向に 1 次元のガウシアンフィルタを畳み込み、各格子点に度数を累積する。続いて z 方向に、基本幅 $T = m\Delta z$ の 1 次元の 2 次 B スプライン基底関数を畳み込んで 2 次 B スプライン曲線を得る。この曲線の頂点が x_i における高速 M 推定の出力値となる。これらの処理は図 5 に示すように、格子点 (x_i, z_i) を中心に x

Fig. 5 Convolution of filter F and $f(x_i)$

Fig. 6 Convolution of Gaussian filter g and data $f(x_i)$

Fig. 7 Computation of M-estimation value

方向がガウス分布, z 方向が 2 次 B スプライン基底関数からなる 2 次元フィルタ F を畳み込むことに等しく, x_i におけるロバストガウシアンフィルタの出力値となる。

なお, z 方向への 2 次 B スプライン基底関数の畳み込みは幅 m の矩形フィルタの 3 回連続適用で代用でき, 高速処理が可能である。また, 解析的に計算できるので繰り返し演算は不要である。

3.2 計算手順

高速 M 推定を用いたロバストガウシアンフィルタの計算手順について述べる。

1) ステップ 1: z 軸の離散化

z 軸を Δz 間隔で離散化し, 格子点 (x_i, z_i) を中心に予め計算しておいたガウシアンフィルタの係数 $g(x-x_i)$ を累積する (図 6)。ガウシアンフィルタ $g(x)$ は次式のとおりである。

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (5)$$

L を評価長さ, $\lambda_c = L/5$ をカットオフ波長として, 標準偏差 σ は次式で与えられる⁹⁾。

$$\sigma = \frac{0.1874N\lambda_c}{L} = 3.75 \times 10^{-2} N \quad (6)$$

2) ステップ 2: 幅 m の加算処理 3 回

z 軸方向に幅 m の加算処理を 3 回連続適用して, 2 次 B スプライン曲線の制御点 q_j を得る。この B スプライン曲線は, 格子点に 2 次元フィルタ F を畳み込んで重ね合わせてできる曲面 (図 5) の $x = x_i$ で切ったときの断面である。

3) ステップ 3: M 推定値計算

$x = x_i$ で切った各断面において, 制御点の最大値 $q_i = \max q_j$ を算出する。これより式 (4) によって M 推定値 $\hat{\rho}$ を計算する。これが, x_i におけるロバストガウシアンフィルタの出力となる。これを図 7 に示す。

3.3 計算コスト

ステップ 1 の計算コストは, 予めガウシアンフィルタの

フィルタ要素を計算しテーブル化しておくことにより, $O(N)$ となる。ステップ 2 も m 回の加算処理を 3 回繰り返すだけであるから $O(N)$, ステップ 3 も式 (4) の計算だけであるから $O(N)$ である。よって, 全体としての計算コストは $O(N)$ のオーダーになる。

3.4 パラメータ平面サイズ

格子点 (x, z) の配列の大きさについて調べる。 x 方向の大きさはデータ数 N であるが, エンド効果の影響を避けるため, フィルタ端にフィルタサイズ分の余裕をもたせるのが適切である。

一方, z 方向の大きさはデータ $f(x_i)$ の範囲と分解能 Δz に依存する。式 (7) に示すガウシアンフィルタ出力値との差分 $h(x_i)$ を使うと, データ $f(x_i)$ の範囲を小さくできる。3.2 の計算手順における $z_i = f(x_i)$ の代わりに $h(x_i)$ を用い, ステップ 3 の M 推定値計算終了後に $h(x_i)$ を加える。

$$h(x_i) = (g \otimes f)(x_i) - f(x_i) \quad (7)$$

なお, この処理は z 方向の大きさを小さくするための処理であって, 処理の適用の有無やガウシアンフィルタの出力の変動等が, 最終のフィルタリング出力に影響を与えることはない。

4 実験

平均曲線算出におけるガウシアンフィルタとの振幅伝達特性の違い, 精度, 処理時間について, 提案手法を Brinkmann の手法と比較するための実験を行う。

4.1 振幅伝達特性

図 8 のようなデータ数 $N=60$ 点からなる, x 方向の基準長さ $L=0.4\text{mm}$ の断面曲線を仮定した。 x 座標が 0.285mm の位置に人為的な外れ値を設定してある。ガウシアンフィルタ

Fig. 8 Comparison between Gaussian filter and other method

Fig. 9 Deviation of mean line compared with the Gaussian filter

Fig. 10 Comparison between Gaussian filter and other method

のフィルタ幅かつカットオフ波長は $\lambda c = 0.08 \text{ mm}$ である。提案手法における z 方向の離散化は $\Delta z = 0.5 \mu\text{m}$ とし、基本幅分割数パラメータを $m = 11$ とした。例外値以外のデータはすべて、基本幅 $T = m\Delta z = 5.5 \mu\text{m}$ 内に入る。 $x = 0.285 \text{ mm}$ 付近のフィルタリング出力に注目すると、ガウシアンフィルタの出力は大きく外れ値の影響を受けている。これに対し、提案手法と Brinkmann の手法の出力はほとんど外れ値の影響を受けないことが確かめられた。一方、外れ値の影響のない区間は $x = 0.285 \text{ mm}$ の前後 $\pm \lambda c / 2 = \pm 0.04 \text{ mm}$ を除く全区間である。この中から図示する区間 a, b, c を選び、フィルタ出力値を拡大して表示した。ガウシアンフィルタ出力値と提案手法出力値とが重なっているのに対し、Brinkmann 手法の出力値だけはこれらと異なっていることがわかる。

図 9 は、図 8 におけるガウシアンフィルタの出力に対する、Brinkmann の手法の出力および提案手法の出力との偏差である。外れ値の影響が及ばない 0.245 mm 以下および 0.325 mm 以上の区間では、ガウシアンフィルタ出力である平均線に対する Brinkmann の手法の出力と提案手法との出力の最大偏差は、それぞれ $3.5 \times 10^{-1} \mu\text{m}$ と $9.2 \times 10^{-2} \mu\text{m}$ であり、約 4 倍もの開きが生じた。また、同区間におけるガウシアンフィルタ出力に対する各フィルタ出力の RMSE (Root Mean-Square Error) は、それぞれ $1.4 \times 10^{-1} \mu\text{m}$ と $1.8 \times 10^{-2} \mu\text{m}$ で、7 倍強の開きがあった。

図 10 は、形状測定機から得られた基準長さ $L = 0.4 \text{ mm}$ 、 $N = 201$ 点からなる断面曲線に、A から E までの 5 箇所の外

Fig. 11 Relationship between parameter m and filtering error

Table 1 Filtering error

m	11	21	41	81
$\Delta z \quad \mu\text{m}$	0.5	0.25	0.125	0.0625
RMSE μm	2.3×10^{-3}	1.8×10^{-3}	5.9×10^{-4}	3.7×10^{-4}
Ratio	1.0	0.78	0.26	0.16

れ値を人為的に付加したデータである。ガウシアンフィルタ出力は外れ値の影響を受けているが、提案手法および Brinkmann の手法の出力は外れ値の影響を受けていないことがわかる。一方、外れ値の影響のないデータ区間では Brinkmann の手法の出力はガウシアンフィルタ出力と異なるのに対し、提案手法の出力はガウシアンフィルタ出力にほぼ一致している。ガウシアンフィルタ出力に対する、Brinkmann の手法の出力と提案手法の出力との RMSE は、外れ値の影響のない区間で、それぞれ $1.2 \times 10^{-1} \mu\text{m}$ と $2.8 \times 10^{-2} \mu\text{m}$ と 4 倍強の開きがあった。このことから、提案手法は外れ値に対してはロバストにふるまうが、外れ値の影響のない区間ではガウシアンフィルタ出力値にほぼ一致することが確かめられた。すなわち、提案手法の振幅伝達特性はガウシアンフィルタにほぼ一致する。

4.2 精 度

提案手法の基本幅 $T = m\Delta z$ を一定としたとき、基本幅分割数 m が大きいほど高精度になる。もちろん、無限大のときにもっとも高精度になるはずであるが、有限のメモリサイズや処理速度を考えた場合にどこかで平衡点を見出さなければならない。そこで、 $m = 1001$ の場合を最も高精度な場合と仮定し、基本幅分割数 m を 11, 21, 41, 81 と変化させて、最も高精度な場合との出力誤差を全区間で求めて図 11 に示した。基本幅 $T = m\Delta z$ を $5 \mu\text{m}$ とした。出力誤差のもっとも大きい $m = 11$ でも $6.0 \times 10^{-3} \mu\text{m}$ 未満であり、ガウシアンフィルタ出力と提案手法の出力との RMSE $2.8 \times 10^{-2} \mu\text{m}$ と比べても、1/4 未満と十分に小さい。このため、 $m = 11$ 以上であれば、十分に実用的な精度が得られることがわかった。

表 1 に、図 11 で求めた出力誤差に関する、パラメータ m とこれに対応するピッチ Δz 、そして出力誤差の RMSE を示す。また、 $m = 11$ のときの出力誤差の RMSE を 1 としたとき

の比率もあわせて示す。出力誤差は、基本幅分割数 m に大体反比例することがわかった。

4.3 処理速度

提案手法の基本幅分割数 m を大きくすると高精度になるが、処理速度は低下すると考えられる。そこで、図 10 の断面曲線で基本幅 T を $m\Delta z=5\mu\text{m}$ としたときの、分割数 m に対する処理時間を調べ図 12 に示した。パラメータ m が大きくなるにつれ処理時間も増大し、比例関係にあることがわかった。このため、 $m=11$ は処理速度が小さく出力誤差も小さいことから、提案手法のパラメータとしては十分であることがわかった。

図 13 はデータ数 N と処理時間のグラフである。基本幅分割数を $m=11$ とした。Brinkmann の手法は 500 点までは提案手法と大差ないが、500 点を越えたあたりから 2 次関数的に急激に処理時間が増大する。これより、計算コストが $O(N^2)$ であることが確かめられた。一方、提案手法の処理時間はデータ数 N に比例しており、計算コストが $O(N)$ であることが確かめられた。表面粗さ計測の現場では $N=500$ 点以上の断面曲線が普通であるから、提案手法は実用領域で効果を発揮できることがわかった。

5. 結 言

ガウシアンフィルタの外れ値に対する脆弱性を克服するため、外れ値に対してはロバストにふるまい、外れ値以外のデータに対してはガウシアンフィルタの出力値に一致する、新しいロバストロガウシアンフィルタを提案した。推定関数に 2 次 B スプライン基底関数を用いた高速 M 推定を使う。

従来のロバストガウシアンフィルタである Brinkmann の手法には、解への収束が保障されない繰り返し演算、 $O(N^2)$ という大きな計算コスト、外れ値がない場合のガウシアンフィルタ出力との差異、という 3 つの問題点があった。本論文では、高速 M 推定の導入によりこれらの問題をすべて解決し、実験で効果を確認した。第 1 番目の問題は、推定誤差の総和が 2 次 B スプライン曲線になることを利用し、M 推定値を解析的に計算することにより解決した。第 2 の問題については、推定関数である 2 次 B スプライン基底関数の計算を、矩形関数の 3 回連続適用に置き換えることにより解決した。ただし、データ数が $N=500$ くらいまでは従来のロバストガウシアンフィルタと大差ない。とはいえ、実用領域である $N=500$ 点以上のデータ数では、提案手法は従来法よりも圧倒的に速い。第 3 の問題については、2 次 B スプライン基底関数の基本幅において推定関数が 2 次関数になることから、基本幅 $T=m\Delta z$ の中にほとんどのデータが入るようにうまく m と Δz を選ぶことによって、フィルタリング出力をガウシアンフィルタの出力に一致させることができた。基本幅分割数は $m=11$ で十分であったので、実利用上は基本幅 T をうまく選んでやればよいことになる。 T の選び方としては、式(7)の差分関数 $h(x_i)$ の標準偏差 s の数倍が目安になる。たとえば、 $T=6s(=\pm 3s)$ とおけば、データの 99.7% が基本幅 T に入るとみなせるからである。なお、この第 3

Fig. 12 Relationship between parameter m and processing time

Fig. 13 Relation between number of data N and processing time

の問題はガウシアンフィルタとの振幅伝達特性の違いとして実用化を妨げる大きな問題となっており、これを解消できたことは実用化に向けての一步と言える。

研究を遂行するにあたり、貴重な意見を賜った長岡技術科学大学柳和久教授に謝意を表する。

参 考 文 献

- ISO 11562, Geometrical Product Specifications (GPS) — Surface Texture: Profile method — Metrological characteristics of phase correct filters, 1996.
- 柳和久, 原精一郎: ISO での「製品の幾何特性仕様: 表面性状」に呼応して, 精密工学会誌, **69**, 8 (2003) 1057.
- 原精一郎, 笹島和幸, 牛島尊之: 3 次元表面微細形状測定データにおける異常値の処理, 2005 年度精密工学会春季大会学術講演会講演論文集, (2005) 109.
- S. Brinkmann, H. Bodschiwinna and H.-W. Lemke: Assessing roughness in three-dimensions using Gaussian regression filtering, International J. of Machine Tools & Manufacture, **41**, 13, (2001) 2153.
- 的場一峰, 阿多信吾, 村田正幸: インターネットにおける統計的手法に基づいた帯域測定, 信学技報, **IN99**, 131 (2000) 43.
- 宮本敦, 近藤司, 金子俊一, 五十嵐悟: M 推定によるロバスト領域分割を導入した投影型微分両眼視法, 電子情報通信学会論文誌 D-II, **J84-D-II**, 2 (2001) 276.
- 島井博行, 栗田多喜夫, 梅山伸二, 田中勝, 三島健徳: ロバスト統計に基づいた適応的な背景推定法, 電子情報通信学会論文誌 D-II, **J86-D-II**, 6 (2003) 796.
- 加藤邦人, 金子俊一, 沼田宗敏: ロバスト画像処理の新展開, 精密工学会誌, **75**, 2 (2009) 237.
- 沼田宗敏, 野村俊, 神谷和秀, 田代発造, 興水大和: うねり曲線を抽出するローパスフィルタの研究, 精密工学会誌論文集, **71**, 2 (2005) 235.