部分空間法に基づく残差ベクトル軌跡 による異常検知手法の検討*

前 田 俊 二** 渋谷 久 恵***

Study of Anomaly Detection on Tracking of Residual Vector based on Subspace Method

Shunji MAEDA and Hisae SHIBUYA

Fast and accurate anomaly detection is becoming essential in maintenance services. This paper proposes a novel detection approach based on the subspace method. To achieve high performance of the method, a part of learning data is respectively selected based on the distance between observed data and learning data to form a subspace. Next the residual vector headed from the subspace to the observed data is tracked to identify the anomaly category. To detect anomaly in spite of instability of transient sensing data, the starting point variability of the residual vector is also used to absorb the instability. Experimental results demonstrate that proposed method is beneficial to anomaly detection tasks.

Key words: anomaly detection, subspace method, residual vector, trajectory, maintenance

1. 緒 言

製造業が担う事業は、顧客への設備の提供だけではなく、設備の運用・保守サービスも一括して請け負うサービス、更には設備が生み出す価値の向上も提供する時代へと変化しつつある¹⁾。このような事業変化を実現するためのキー技術が、設備に付加したセンサからの大量データの分析に基づいて設備の運転状況を的確に把握し、故障や性能劣化を予測することを可能とする高度な認識技術である。これにより、設備のダウンタイム低減、設備運転時の安全性の向上、保守コストの削減等が図られ、設備価値を増大させることが可能になる。

代表的な異常検知の方法は One Class SVM であり、水力発電所の軸受異常振動検出への適用事例が報告されている²⁾。また、類似度を用いた異常検知手法として SBM(Similarity Based Modeling) 法³⁾が知られている。そのほか多くの手法が報告されているが^{4)~6)}、異常予兆の検知と予兆の種類の特性を統一的に論じている例は少なく、さらに、異常検知においても、設備の運転モードの切替りである過渡期などに見られる過去のセンサデータが比較的少ない状態における予兆検知の信頼性について論じている報告事例は少ない。

本研究は、異常予兆の検知と予兆の種類特性を統一的に扱う。設備から得られる多次元時系列センサデータを対象に、事例ベースの早期異常検知・種類特定手法の開発を目的とし、本論文では、観測データと類似する学習データを逐次選択して形成される部分空間から、観測データに向かう残差ベクトルを定義する。この残差ベクトルを用いて、異常予兆を検知し、異常種類を特定する統一的方法を示し、実験を通してその可能性、実用性を評価する。

具体的には、残差ベクトルの長さに着目すると異常の度合いを表す異常測度が得られ、始点位置の変動に着目すると、学習データの収集状態・粗密状態が分かり、上記異常測度を補正可能となる。残差ベクトル終点の軌跡を追うと異常現象の種類を理解し易くなり、過去事例との残差ベクトルの類似度に着目す

ると、過去事例と類似した異常の発生を予測し得ることを示す。

2. 異常検知の考え方

2.1 対象とするセンサデータ

図1に、異常検知の対象となるセンサ観測信号の一例を示す。産業設備の多次元・時系列のセンサ信号であり、出力電圧、排ガス温度、冷却水圧力など15種類のセンサデータである。矢印(青色)で示した日時(3/12)に軽微な異常が発生し、後日(この例では1週間経過した3/19)に設備の停止に至った。このような計画外の設備停止を回避するためには、異常を予兆の段階で軽微なうちに如何に早く検知できるかが課題である。本論文では、劣化形の異常を扱う。

2.2 事例ベース異常検知

本研究は、対象設備の知識が多少不十分でも適用可能な『事例ベース』の認識手法に基づく。この手法の基本構成を図2に示す⁷⁾。同図において、センサ信号を収集し、特徴抽出後、設備の設置環境や動作条件を加味してセンサ信号を学習データとして蓄積し、これを用いて異常を認識する。ここで、図3に30

Fig.1 Examples of sensor data (Six months)

Fig.2 Case-based anomaly detection method
(Observed data and similar training data are compared)

* 原稿受付 平成 24 年 5 月 29 日

** 正 会 員 日立製作所 横浜研究所 (横浜市戸塚区吉田町 292)

*** 日立製作所 横浜研究所

Fig.3 Principal components of sensor data

Fig.4 Principal components of sensor data (Seasonal variation)

種のセンサデータに対する主成分分析の結果得られる上位 3 主成分を表示した例を示すが、設備の運転中(右上)と停止中(左下)にクラスを形成し、しかもセンサデータはより低次の特徴空間で表現できるという意味で分布が縮退している。我々は、正常データの特徴を表す部分空間が形成されると考え、部分空間法を基本手法として検討してきた^{8)~10)}。部分空間法に基づく認識手法は、下記の課題を有すると考える。

- ・蓄積した学習データからの乖離の度合いに基づいて、異常を検知することが基本になるが、多様な動作モード/環境への対応が必要である。図 4 に、連続運転中設備の 15 種のセンサデータに対する主成分分析の結果を示す。設備が正常に稼働している半年間のセンサデータの上位 3 主成分を示しており、一ヶ月ごとに色を変えて表示した。同図よりデータの推移が見られることから、経時変化への対応が必要であることが分かる。

- ・過去事例に照らして異常の現象把握、異常種類の説明が必要である。

そこで、これらの課題を解決すべく、基本検討を行った。

3. 部分空間における残差ベクトルの軌跡に基づく認識手法の提案

前章で述べたように、識別器は部分空間法を基本手法として採用し、正常状態を表す基準点が明確な LSC 法:Local Subspace Classifier¹¹⁾や LAC 法:Local Average Classifier¹²⁾を前提に検討を進める。これらは、 k 近傍データを扱うという意味で Just-In-Time モデリング法¹³⁾や Model-on-Demand モデリング法¹⁴⁾といった局所モデリング法の一種であり、ここでは、LSC 法を対象に議論を進める。

LSC 法概念を図 5 に示す。学習データに関して、観測データ q の k 近傍データを用いてアフィン部分空間を作成し、観測データ q から部分空間への垂線の足 b の位置を基準に、観測データまでの投影距離 d を異常測度と考え、その大小により異常予兆かどうかを判断する。

具体的な投影距離算出は以下の通りである。

観測データ q と k 近傍学習データ $x_i (i=1, \dots, k)$ から、観測データ q に最も近いアフィン部分空間上の点 b を求めるには、 q を k 個並べた行列 Q と x_i を並べた行列 X から式(1)により相関行列 C を求め、式(2)により b を得、 q と b との距離 d である異常測度を求める。 1_k は要素がすべて 1 の列ベクトルである。

$$C = (X - Q)^T (X - Q) \quad \dots \quad (1)$$

$$b = \frac{C^{-1} 1_k}{1_k^T C^{-1} 1_k} \quad \dots \quad (2)$$

ここで、過学習を避ける意味で、正則化項を加えて C の代わりに $C + \lambda I$ としている。 I は $k \times k$ の単位行列である。

k 近傍データ x_i は部分空間上にあり、正常状態を表す部分空間上の基準点 b から観測データ q に向かい、投影距離 d を長さにもつベクトルが、異常に関する情報をもっていると見なすことができる。このベクトル V_t を残差ベクトルと呼ぶことにする。添字 t は観測データが得られた時刻を表す。

なお、LAC 法の場合は、 k 近傍データ $x_i (i=1, \dots, k)$ の重心が点 b となる。

以下、提案手法とその着眼点を述べる。

3.1 Range Search 式部分空間法(RS_LSC 法)による異常検知

設備の多くは、図 6 に示すように、学習データの任意の 2 点間距離の分布は双峰性(あるいは多峰性)を示している。ここで、横軸は選んだ学習データと他の学習データの 2 点間距離を表し、縦軸はその頻度を表している。この分布は、選択した学習データ毎に異なる形状を呈するが、設備は運転中や停止中などの定常状態(モード)をもつため、双峰性となる場合が多い。峰の間の谷の部分は過渡期に相当し、学習データの頻度が小さい。

このようなセンサデータに対応するため、観測データ q が入力されるごとに、観測データ q と類似する、すなわち q との距離が、定めた距離以内の学習データを選択することにした。局所モデリング法において個数パラメータ k の調節のみによって異なるモードの混入を避けることは困難であり、徒に小さな値を k に設定するのは(究極は最近傍則)、学習データが少数のときは避けるべきと考え、距離が近い同じモードの学習データのときは定めた k 個を選び、遠い学習データでは距離制約により最低限の個数を選ぶようにする。

上記距離制約のもと、パラメータ k を上限とし、観測データごとに適切な学習データを選択する。ここでは、学習データを 1 から順次増やしてアフィン部分空間を逐次生成し、それらの中で投影距離が最小になるものを選ぶことにした。以下、Range Search の意味で RS_LSC 法と呼ぶ。図 7 に RS_LSC 法の手順をフローチャートの形で示す。距離制約(しきい値: d_{th})は実際の距離分布を事前に把握し、これを定める。

Fig.5 Local subspace classifier

Fig.6 Multiple operational mode

Fig.7 Procedure of Range Search LSC

Fig.8 Starting point trajectories of residual vectors
(Data is thinned out and displayed.)

3.2 LSC における残差ベクトル始点のばらつき評価による異常検知信頼性の確保

(a) 残差ベクトル始点位置のばらつき

残差ベクトルの始点位置は、「正常」の拠り所であり、基準そのものとなる。設備によっては、その動きは正常データの季節的な推移などを表しており、基準位置を観測データごとに逐次変えることにより、季節変動などの環境変化や負荷変動に追従可能としているとも言える。図8に、30次元の始点位置に対する主成分分析の結果得られる上位3主成分を示した。学習データを間引き、かつ月単位で色を変えて表示している。同図では、設備が毎日運転と停止を繰り返しながら、徐々に推移している傾向が見てとれる。二つの集団が運転中(左上)と停止(右下)に対応し、それらの間が過渡期に相当する。本論文で対象とした設備では、過渡期のデータ量は少なく全体の1%程度であった。

このように、残差ベクトルの始点位置が徐々に変わることにより環境変化や負荷変動に追従しているが、残差ベクトルの始点位置は学習データが少ない場合にも変動する。LSC法では、ある時刻において学習データ選択個数を制御すると、その値によって、基準位置 b が変化し得る。すなわち、図9に示すように、学習データ x の有無によって生成される部分空間 L の状態が変わり、基準位置 b がばらつくことになる。これにより、残差ベクトルの長さがばらつき、その結果、誤報を生じる。これはデータの粗密が原因で生じる。学習データが密にある場合、学習データの増減では部分空間の状態は変化しないが、学習デ

ータが粗な場合、距離制約の下ではあるが、距離が遠い学習データを選択することになるため、部分空間 L の状態が変わる可能性が高い。たとえば、図10は不安定なセンサデータの一例である。横軸がデータ取得時刻を表す番号であり6日間に対応している。縦軸がセンサデータの値を示す。運転と停止を日々規則的に繰り返している設備であるが、センサデータの波形は日によって異なり、例えば丸印で示した波形は明らかに不揃いである。図11は、運転起動時の過渡期のセンサデータの例である。上段と下段は異なる日のものであり、横軸はデータ取得時刻の番号であり起動時を基準にしている。縦軸はセンサデータの値を示す。過渡期の振舞いは日によって異なることが分かる。さらに、俊敏な設備の応答に対しては、センサデータのサンプリング間隔が不十分であることもあり得る。このような場合、学習データが相対的に不足することが考えられ、粗な分布になる。

図12に、学習データの実験個数を変えたときの残差ベクトルの始点位置ばらつきを示す。30次元の始点位置に対し上位3主成分を示している。同図では、学習データ選択個数を5個から20個まで変化させた。この図より、定常状態に比べ、過渡期では少数学習データとなり、この結果、始点位置が安定せず、始点位置は学習データ選択個数に依存することになる。

(b) 残差ベクトル始点位置ばらつき量による異常測度の補正

そこで、観測データを入手し、部分空間を生成するたびに、学習データ選択個数を変えて残差ベクトルの始点位置のばらつき量を評価し、この値に応じて残差ベクトルの長さを可変する。具体的には、始点位置のばらつき量に応じて、RS_LSC法の出力である異常測度を補正する。すなわち、RS_LSC法による異常測度を $Y1$ 、始点位置のばらつき 3σ を $Y2$ とし、異常測度を $Y1-a*Y2$ として出力する。ここで、係数 a は実験的に決める。これにより、過渡期などの誤報発生を抑制する。

なお、学習データの粗密を直接扱い、粗密に応じて学習データ存在範囲(境界)を拡張させる方法¹⁵⁾や、選択しなかった近傍学習データを対象に点 b までの距離を評価する方法も検討したが、学習データの粗密を直接扱うのではなく、正常の代表点である基準位置のばらつきを扱う方が適切と考えた。

残差ベクトルの始点位置のばらつき評価は、学習データの質的評価指標を与え、学習データの継続的収集・蓄積の要否判断にも有効であると考えられる。

Fig.9 Subspace variation caused by training data selection

Fig.10 Examples of unstable sensor data

Fig.11 Examples of transient sensor data (Start-up at different days)

Fig.12 Positional variations of starting points of residual vectors caused by selection of training data

3.3 残差ベクトル軌跡による異常予兆の説明

異常予兆の有無のみならず、その種類も特定したい。そこで、残差ベクトル V_t を再度考える。観測データは時系列データであることから、残差ベクトルの向き、終点軌跡に着目し、これをベクトル空間にて図 13 のように表す。同図(a)が異なる運転状態をもつ設備の残差ベクトル軌跡を表し、状態 A と状態 B は、設備の運転中や停止中などの二つの運転状態を表す。丸印の観測データに対し、青い四角が選択された学習データを表し、赤い矢印が残差ベクトルを示す。残差ベクトルは状態に応じて求められる。同図(b)が異常事例に対する類似度を表す (同図(b)は残差ベクトル始点を座標原点とした表示例)。異常事例 A と B は、過去に発生した事例である。異常発生に伴って残差ベクトルは、異常事例特有の軌跡をたどると考えられ、同図(b)は、時間経過と共に、残差ベクトルが異常事例 A に接近していく様子を表している。終点が動く速度を管理できれば、異常到達の時間もある程度推定可能になる。

異常予兆の説明のため、蓄積された複数の過去異常事例に対して、残差ベクトルのコサイン類似度($\cos \theta$)を求め、類似度が高い異常種類を出力する。複合異常の場合にも、残差ベクトルの合成表現が期待される。

(a) Local subspace and residual vector

(b) Starting point trajectory of residual vector

Fig.13 Residual vector and anomalous cause identification

なお、残差ベクトルの始点がばらつくことによる終点を見込む立体角は、観測データから始点のばらつきを見込む立体角と等しいと考え、残差ベクトル始点のばらつき半径を 3σ とし、異常測度を d とすると、立体角は $9\pi\sigma^2/d^2$ となる。異常が顕著になり d が大きくなるほど立体角は小さくなり、残差ベクトル軌跡の信頼性が向上することが分かる。

4. 評価結果と考察

4.1 実験条件

図 1 に示す産業設備の時系列データを対象とした。センサデータは計 30 種類あり、常時モニタされている。対象設備は同一形式であるが、号機が異なる 2 台とし、①評価期間 6/1~6/30, 7/7 に設備停止に至っているものと、②評価期間 3/1~4/15, 4/8 に設備停止に至ったものである。劣化形の異常であり、熟練者による目視判断では、設備停止の 1 週間前が認識限界と言われたデータであり、かつ数少ない異常事例である。短時間の変化を抽出するため、各時刻に対して ± 1 , ± 2 , ... の窓を設け、窓幅(3,5,...)×センサ数の時間軸特徴ベクトルを抽出し、正準化を施した。ここでは、窓幅 5 とした。また、異常現象の特定が可能であるかどうか調べるため、後述する単調に増加するノイズを正常センサデータに加算することにした。なお、学習データは、各号機に対し正常期間 2 ヶ月分を準備した。

LSC 法のパラメータは $k=20$ とした。Range Search の距離制約は、ここでは実験的に、観測データを入手するごとに観測データから見て学習データまでの最短距離 $d_{\min}$ を算出し、これを用いて $d_{th}=a*d_{\min}+b$ とした($a=1, b=0.1$)。この結果、図 7 に示した手順の k' は、用いた学習データでは 1 から 20 まで広く分布した。正則化項の λ は 0.01 とした。異常予兆の有無を検知するため、残差ベクトルの長さを評価し、異常予兆の現象理解のために残差ベクトルの向きをそれぞれ評価することにした。

4.2 実験結果

4.2.1 残差ベクトルの長さによる異常予兆の検知(3.1 節, 3.2 節に対応)

RS_LSC 法による残差ベクトルの長さである異常測度の推移

Fig.14 Sensor data and anomaly measures without/with proposed RS-method (Evaluation period:6/1-6/30.Breakdown on July 7th)

Fig.15 Variation of starting point of residual vector and anomaly measure with proposed method

を評価した。これを図 14 に示す。同図上から、センサデータの一例、LSC 法による異常測度、RS_LSC 法による異常測度をそれぞれ示す。センサデータの波形は、設備の運転中・休止中に対応して上下に切り替っている。異常による設備停止が近づくにつれ、同図後半から LSC 法と RS_LSC 法の異常測度が大きくなっていることが分かる。この例では設備停止(7/7 に停止)の 2 週間前には予兆検知の可能性を確認できた。ただし、同図では、正常期間でも異常測度が突発的に大きくなっており、対策が必要であることが分かる。異常測度の振舞いを詳細に見ると、主にセンサデータの立上りと立下りといった過渡期において異常測度が不規則に増大していることが確認できた。図 15 に、残差ベクトルの始点位置のばらつきを考慮した評価結果を示す。同図において、上側の波形は、残差ベクトルの始点位置のばらつきを 3σ として表示したものである。学習データ選択個数は最大 20 個とした。下側の波形は、この始点位置のばらつき 3σ を考慮して、RS_LSC 法の異常測度を補正したものである。異常測度 $Y1 \cdot a \cdot Y2$ において係数 a を実験的に 2 とした。

その結果、過渡期において異常測度の不規則な増減が適切に抑えられ、異常検知の信頼性が向上している。

なお、残差ベクトルの始点位置のばらつきは、部分空間に垂直な空間、すなわち補空間で考えた方が異常測度と対応がとりやすいが、ばらつきは等方的と見て、ここでは元の特徴空間での L2 ノルムのばらつき 3σ とした。

4.2.2 残差ベクトル軌跡による異常予兆の説明 (3.3 節に対応)

まず、残差ベクトルの特性を把握するため、図 16 に示す各種ランプ状ノイズを準備した。この例では、実際の設備停止に至った劣化形の異常の典型例を参考に、定常状態にある正常センサデータ 30 種から 2 種類を選び、これに劣化を模擬した単調に増加するランプ状ノイズをそれぞれ加算して、残差ベクトルの終点が異常種類に対応した振舞いをするかどうか調べた。

RS_LSC 法による残差ベクトルの終点追跡評価結果を図 17 に

示す。終点位置に対する上位 3 主成分を表示している。同図(a)は異常種類 A のみが発生した事例、異常種類 B のみが発生した事例、そして A と B が同時発生した複合事例を同一図中に示す。同様に、図 17(b)は異常種類 B が異常種類 A の 4 日後に発生した複合事例を示している。異常測度はいずれも単調に増加している。いずれも異常が発生する前は正常であり、データが局在しつつ変動しているが、異常が発生した時点から、この集団から離れる方向に逸脱が始まる。同図(a)の A と B の同時発生では、それらの異常の残差ベクトルの合成ベクトルが生成され、同図(b)では B の発生に伴って、残差ベクトルの合成ベクトルが生成された。このように典型的な異常種類が複合的に発生した場合、それぞれの異常の残差ベクトルの合成として表現できることが分かる。

次に、ある異常種類単独で生じた、実際の設備停止に関して、その異常予兆との関連性を調べた。残差ベクトルの類似度が見るべき指標となる。設備が完全に停止すると状態が変わるため、ここでは設備停止の約 1 時間前のセンサデータを用いた。

図 18 に、残差ベクトルの類似度、ここではコサイン類似度を示す(緑色の波形)。表示期間は 3/16~4/15 である。同図より、設備停止時(4/8 に停止)と類似した予兆が、若干不規則な動きながら観測されていることが確認できた。このように、コサイン類似度の時間推移の有効性が確認できた。

参考に、コサイン類似度と異常測度の積の波形を取得した(赤色の波形)。この波形の推移を用いると、対象異常の種類毎の異常度合いが分かり、有益な機能であることを確認した。過去の異常発生を事例として収集し記憶しておけば、異常種類ごとの異常測度を選択的に知ることが可能になる。

なお、図 4 に示した経時変化がある場合は、着目観測データの残差ベクトルに、過去事例の残差ベクトル始点から着目観測

Fig.16 Examples of additive noises

(a)Residual vector trajectories of multiple anomaly occurred together

Fig.17 Evaluation results of residual vector trajectory

(b) Residual vector trajectories of multiple anomaly occurred with time lag

Fig.17 Evaluation results of residual vector trajectory

Fig.18 Evaluation results of residual vector similarity
(Evaluation period : 3/16~4/15)

Fig.19 Evaluation result of residual vector trajectory

データの残差ベクトル始点に向かうベクトルを加えた合成ベクトルを、着目観測データの残差ベクトルとして扱えば良い。

図 19 に残差ベクトルの終点の軌跡評価結果を示す。終点位置に対し主成分分析の結果得られる上位 3 主成分を、日単位で色を変えて表示している。コサイン類似度(図 18 の緑色波形)が大きく変化する箇所(3/22~4/1)を選択した。緑色が正常を表し、異常に向かって残差ベクトルが推移している様子が分かる。右手前が設備停止(4/8)の 1 週間前(4/1)であり、それ以降は、図示していないが僅かに変位しながら設備停止に至った。

このように、残差ベクトルの軌跡は、異常予兆の検知、その種類の把握に有効であることを確認できた。特に、異常に対する視認性があり、ユーザに分かり易い情報の提示を可能とするものである。

なお、上記設備以外に、中型発電設備、切削加工やドリル加工の生産設備などを対象に、提案手法の課題抽出を推進中であ

り、正常学習データが準備できる対象では問題は生じていない。

5. 結 言

異常予兆の検知と予兆の種類特定を統一的に扱うべく、設備から得られる多次元時系列センサデータを対象に、事例ベースの異常検知・種類特定手法を検討した。観測データと類似する学習データを逐次選択して形成される部分空間から、観測データに向かう残差ベクトルを定義し、これにより劣化形異常の予兆検知と異常種類の特定を試みた。産業設備を対象に評価を行い、以下の結論を得た。

①残差ベクトルの長さに着目すると、設備の異常の度合いを表す異常測度が得られ、②始点位置の変動に着目すると、学習データの収集状態・粗密状態が分かり、上記異常測度を補正可能となること、③残差ベクトルの終点軌跡を追うと、異常現象の種類を理解し易いことを確認した。さらに、④過去事例との残差ベクトルの類似度に着目すると、過去の事例と類似した異常の発生を予測し得るという知見を得た。また、ユーザへの視認性を確保できたと考える。

本論文では、提案手法の基本的可能性を主に述べた。今後の課題は、他の種々の設備に適用し、提案手法の適用可能範囲を明確にすることである。また、少数学習データ時の残差ベクトルの始点位置のばらつきは、異常検知の性能に影響を与えることが確認できたため、始点位置の安定化が今後の検討課題である。

参 考 文 献

- 1) 久保田和人, 森田千絵, 渡辺経夫: データマイニングを用いたプラントの知的メンテナンス技術, 東芝レビュー, **61**,12 (2006) 8.
- 2) 小野田崇, 伊藤憲彦, 是枝英明: 水力発電所における異常予兆発見支援ツールの開発, 電学論 D, **131**,4 (2011) 448.
- 3) S.Wegerich :Similarity Based Modeling of Time Synchronous Averaged Vibration Signals for Machinery Health Monitoring, 2004 IEEE Aerospace Conference, **7** (2004) 3654.
- 4) 山下善之, 小森 浩, 青木栄治, 橋本欣二: ART2 ニューラルネットワークによるポンプ性能劣化診断支援, 化学工学論文集, **26**,3 (2000) 457.
- 5) 香川敏昌, 平井雅人, 小山茂則, 豊田佳克: 生産支援のための故障診断システムの開発, 徳島県立工業技術センタ研究報告, **14** (2005) 9.
- 6) 小松孝二, 清田雄彦, Vachkov Gancho, 木村信行: 建設機械の稼働モード認識による異常検知, 構造工学論文集, **51A**,1 (2005) 331.
- 7) George Vachtsevanos, Frank L.Lewis, Michael Roemer, Andrew Hess, Biqing Wu: Intelligent Fault Diagnosis and Prognosis for Engineering Systems, chapter4, John Wiley and Sons, Inc.(2006).
- 8) 前田俊二, 渋谷久恵: 多次元時系列センシングデータを対象とした部分空間法による設備異常検知の検討, 精密工学会秋季大会 (2009) 651.
- 9) 前田俊二, 渋谷久恵: 部分空間法に基づく残差ベクトル軌跡による異常検知手法の検討, 精密工学会春季大会 (2010) 329.
- 10) 前田俊二, 渋谷久恵: 過渡状態を伴うセンサデータに対応可能な異常予兆検知方法の研究, 精密工学会秋季大会 (2010) 541.
- 11) 堀田政二: 線型多様体間距離に基づくパターン識別と学習, MIRU2008 サテライトワークショップ部分空間法研究会 (2008) 36.
- 12) 今村弘樹, 堀田政二, 藤村 誠, 黒田英夫: クラス毎の最近傍プロトタイプとその k 近傍プロトタイプにおけるノルム平均に基づく最近傍決定則によるパターン識別手法, 映像学誌, **61**,11(2007) 1642.
- 13) Qiubao Zheng, Hidenori Kimura: Just-in-time modeling for function prediction and its applications, Asian Journal of Control, **3** (2001) 35.
- 14) Daisuke Inoue, Shigeru Yamamoto: An Operation Support System based on Database-Driven On-Demand Predictive Control, SICE Annual Conference in Sapporo (2004) 2024.
- 15) 佐野真通, 加藤丈和, 和田俊和, 酒井薫, 前田俊二: パターンの近接性と密度推定に基づく 1 クラス識別器. 画像の認識・理解シンポジウム(MIRU2008) (2008) 897.