複数台のコンベアベルトを組み合わせた搬送システムの構築 *

—搬送条件の導出とスケジューリング—

樋野 励** 原田 倫孝**

Development of a Transportation System with Multiple Conveyor Belts
- Conditions for Transportation and Scheduling -

Rei HINO and Michitaka HARADA

Necessary and sufficient conditions for material handling scheduling are clarified in order to construct a flexible and agile transportation system composed of multiple conveyor belts. In addition to a conventional straight forward belt, a special type of belt is adopted to change the material flow direction when transporting a product between two manufacturing resources. In the present paper, three essential motions of the belts are identified, which are translation on the belt, transition between two belts and rotation of the belt. The time conditions of each motion are formulated strictly for the synchronization of two belts. Furthermore, a representative scheduling problem is introduced according to the derived conditions for multiple conveying paths in a production shop. The scheduling problem is formulated in a mixed integer programming manner and solved numerically to accomplish the production without any conflicts during the transportation.

Key words: material handling, conveyor belt, scheduling problem, mixed integer programming, optimization

1. 緒 言

多品種少量生産や変種変量生産に限らず、少品種多量生産を行う場合でも、生産設備間の搬送経路の柔軟な変更が求められる場面は決して少なくない。例えば、半導体製品の製造では、装置の運転条件の調整や保守状況に応じて、使用可能な装置を複数の候補の中から選ぶことがあり、使用装置の組み合わせに応じて搬送経路を変えなければならない。

無人搬送車 (Automated Guided Vehicle) は、搬送経路の変更が容易な搬送手段の 1 つである。たとえば、工場内に設けられた標識の案内により自走する搬送車は、作業者と同一作業空間での移動が可能であり、搬送頻度の少ない場面において有効な搬送手段と成り得る¹⁾。また、有軌道式無人搬送車 (Rail Guided Vehicle) は、作業者と作業空間を隔てることにより、比較的早い速さでの安全な移動が可能である²⁾。さらに、軌道を天井付近に敷設すれば、生産設備の配置の影響を受けにくい搬送システムの構築を行うことができる。その一方で、無人搬送車を用いる場合、搬送先の生産設備に対して対象物を運ぶ本来の目的に対してのみならず、積載元の生産設備に対して、対象物を受け取るために、搬送車だけの移動が生じる。また、荷の有無に関わらず、これらの移動のためには、搬送車同士の衝突を考慮に入れた運用を行う必要がある。さらに、積載のための搬送車だけの移動は直前に行った搬送先の選択結果の影響を受ける。この移動は搬送順序によって変わるため、正確な搬送スケジュールの計画のためには、特別な考慮が必要である³⁾。

本研究では、複数台数のコンベアベルトを組み合わせた搬送システムを取り扱う。コンベアベルトは、搬送車のような積載のための移動が不要なため、運用次第では、効率のよい搬送が期

Fig. 1 Structure of transportation system composed of conveyor belts

待できる。ただし、搬送経路の変更を可能にするため、経路の分岐箇所には、対象物の搬送方向を変えることができる転回機能を備えたコンベアベルトの存在を前提とし、無人搬送車と同じ搬送経路を与えることを考える。搬送方向を変えることができる仕組みを備えるコンベアベルトを複数台数組み合わせた搬送システムの搬送計画に関する研究は、特別な運用形態を取り扱った研究^{4) 5)}を除いて、著者らが知る限りは行われていない。

本論文では、まず最初に、複数台のコンベアベルトを組み合わせた搬送システムに対し、所与の搬送要求の遂行のための必要十分条件を明らかにする。具体的には、コンベアベルトの基本動作について分析を行い、基本動作の間の開始時刻あるいは終了時刻に成り立つ関係の定式化を行う。次に、導いた関係式に基づき、複数の異なる搬送要求に対するスケジューリング問題を扱い、搬送対象物が互いに衝突を起すことなく搬送されるための搬送計画の立案結果を示す。

* 原稿受付 平成 24 年 5 月 8 日

**正 会 員 名古屋大学大学院 (名古屋市中種区不老町)

Fig. 2 Three basic motions of conveyor belt

2. 複数台のコンベアベルトを組み合わせた搬送システム

2.1 搬送システムの構成

本研究では、複数台のコンベアベルトを組み合わせて、搬送システムを構成する。図1は、固定された方向にのみ対象物の搬送を行うコンベアベルトと、搬送に加えて転回を行うことにより搬送方向を変えることができるコンベアベルトの関係を模式的に示している。この図に示すように、転回可能なコンベアベルトを用いて、コンベアベルトの組み合わせを変えることにより、無人搬送車と同じ搬送経路の計画を可能にする。

2.2 コンベアベルトの基本動作

搬送に必要なコンベアベルトの動作として次の3つの基本動作を定める。本論文で取り扱う搬送システムによる対象物の全ての移動は、これらの3つの基本動作の組み合わせにより行うことができる。

- 1) 搬送 (conveyance) : 1台のコンベアベルトにより行うことができる対象物の移動を“搬送”と定める。すなわち、図2(a)に示すように、進行方向に対して対象物の後端がベルトの巻き上げ部にある状態から、対象物の先端がベルトの巻下げ部に達するまでの状態に対応する。
- 2) 移送 (transfer) : 隣接の2台のコンベアベルトの同調により行うことができる対象物の移動を“移送”と定める。図2(b)に移送と呼ぶ状態を模式的に示す。図から明らかに、対象物が一方のベルトの巻下げ部を通過する状態と、他方のベルトの巻き上げ部を通過する状態は同時に起きる。
- 3) 転回 (rotation) : 1台のコンベアベルトの配列方向を変えるための動作を“転回”と定める。図2(c)に示すように、ベルトに対象物を載せない状態で転回と、対象物をベルトの上に載せた状態で転回がある。

対象物の移送は、隣り合う2台のコンベアベルトの間で行われる。そのため、移送を行うためには、同時刻に同じ時間だけ同じ方向に、2台のコンベアベルトのベルトを動かさなければならない。もし、いずれか一方のコンベアベルトの配列方向が異なる場合には、向きを変えるために行う転回を、移送を行う前に終えなければならない。一方、転回を行うことができる1台のコンベアベルトに関して、対象物を載せた状態で転回を搬送と同時にすることは可能である。例えば、図2(c)に示されるように、搬送対象物が上にあるコンベアベルトの転回中に、さ

らにコンベアベルトのベルトを動かし、その上にある対象物のコンベアベルト上の位置を変えることは理論上は可能である。

本研究では、隣り合う2台のコンベアベルトの関係を考える際に、固定された方向にのみ搬送を行うコンベアベルトと、搬送方向を変えるために転回を行うことができるコンベアベルトを区別することなく扱う。すなわち、理論上は、搬送システムを構成する全てのコンベアベルトに対して、搬送と移送、そして転回を加えた合計3つの基本動作を行うことを仮定する。

また、本論文で取り扱うコンベアベルトによる搬送対象物の移動は、理想的に行われることを仮定する。すなわち、3つの基本動作のいずれにおいても、対象物はベルトの上をすべらないと考える。また、隣り合うベルトの間に対象物が移動する際には、2台のベルトは完全に同じ速度で、定められた時刻に定められた時間だけ動き、隣接箇所での移送を滑らかに行うことができるものとする。さらに、転回を行うことができるコンベアベルトは、隣接するコンベアベルトと互いに干渉なく向きを変えることができることを仮定する。

3. 搬送スケジューリング

3.1 用語の説明

コンベアベルトによる搬送のために行う個々の基本動作は、それぞれ離散事象として扱うことができる。本研究では、複数のコンベアベルトの連携により、製造時に異なる搬送経路を必要とする複数の対象物に対して、搬送スケジュールの立案を行う。本論文では、各離散事象が生起する時刻およびその時間を表すために、次の記号を用いる。

$j_{\alpha,i}^{\psi,v}$	対象物 α の i 番目、 あるいはコンベアベルト ψ で v 番目の搬送
$\hat{j}_{\alpha,i}^{\psi,v}$	搬送 $j_{\alpha,i}^{\psi,v}$ の前移送
$\tilde{j}_{\alpha,i}^{\psi,v}$	搬送 $j_{\alpha,i}^{\psi,v}$ の後移送
$J_{\alpha,i}^{\psi,v}$	搬送 $j_{\alpha,i}^{\psi,v}$ 中の転回
$\hat{J}_{\alpha,i}^{\psi,v}$	移送 $\hat{j}_{\alpha,i}^{\psi,v}$ 前の転回
$s_{\alpha,i}^{\psi,v}$	搬送開始時刻
$p_{\alpha,i}^{\psi,v}$	搬送所要時間
$f_{\alpha,i}^{\psi,v}$	搬送終了時刻
$S_{\alpha,i}^{\psi,v}$	転回開始時刻
$P_{\alpha,i}^{\psi,v}$	転回所要時間
$F_{\alpha,i}^{\psi,v}$	転回終了時刻
D	搬送対象物の集合
T_{α}	対象物 α の製造のために求められる搬送処理の集合
n_{α}	対象物 α の搬送処理数
B	搬送システムを構成するコンベアベルトの集合
M	十分に大きな正の実数
$x_{\alpha,i,\beta,j}$	0-1 整数変数 $j_{\alpha,i}$ が $j_{\beta,j}$ より先に処理される時 1, そうでない時 0.
$y_{\alpha,i,\beta,j}$	0-1 整数変数 $j_{\alpha,i}$ が $j_{\beta,j}$ の直前に処理される時 1, そうでない時 0.
$z_{\alpha,i,\beta,j}$	0-1 整数変数 $j_{\alpha,i}$ が $j_{\beta,j}$ よりも2つ以上前に処理される時 1, そうでない時 0.

なお、搬送 $j_{\alpha,i}^{\psi,v}$ に付随する事象に用いるアクセント記号を、他の記号についても同様に用いる。例えば、 $\hat{s}_{\alpha,i}^{\psi,v}$ は、搬送を行う前にコンベアベルト上に対象物の移送を行うための動作の開始時刻を表す。また、各記号の添字に用いた4種類の記号の内、上添字第2項が示すコンベアベルトによる搬送の順序に関する

Fig. 3 Relations among basic motions of conveyor belts

情報をのぞき、その他の記号が表す情報は、スケジュールの立案に先立って既に定められている。言い換えると、上添字第2項を定めることが、スケジュールの立案と関係がある。この記号が表す値を定めることができない場合や、意味の無い場合には、状況に応じて記載を省く。

3.2 基本動作の依存関係

コンベアベルトの基本動作は、同一コンベアベルトにより前後して行われる異なる搬送対象物のための基本動作の制約を受ける。また、隣接する他のコンベアベルトの基本動作からも制約を受ける。これらの基本動作の間に、矛盾が生じる搬送計画は、いわゆる実行不可能な計画として扱う。

図3は、コンベアベルトψの両側において、それぞれの一端を接する2台のコンベアベルトξおよびζの動作の依存関係を示している。縦軸には、計画の対象となっているコンベアベルトを示す。また、横軸は、それぞれの事象の生起順序を表しており、紙面の左方向から右方向に向かって推移する。四角および円は、それぞれコンベアベルトのベルトを動かしている状態とコンベアベルト全体の配列方向を変えるために転回を行っている状態を表している。矢印は、それぞれの動作の間に依存関係があることを表している。すなわち、矢印の先にある動作は、元にある動作の影響を受け、それぞれの動作を終えた後に、新たな動作を行うことができる。また、両方向の矢印により関係づけられている動作は、互いに依存関係にあり、同時に行わなければならない。なお、本論文では、そのコンベアベルトの長さに関わらず、1台のコンベアベルトで1度に運ぶことができる対象物を1つに限る。

1台のコンベアベルトに対しては、常に5つの基本動作の生起条件を考える。すなわち、1つの搬送 $j_{α,i}^{ψ,v}$ 、2つの移送 $j_{α,i}^{ψ,v}$ 、 $j_{α,i}^{ζ,v}$ および2つの転回 $J_{α,i}^{ψ,v}$ 、 $J_{α,i}^{ζ,v}$ の合計5つである。搬送システムにおいて、その配列方向を変えることのないコンベアベルトについては、転回に要する時間 $\hat{P}_{α,i}^{ψ,v}$ および $P_{α,i}^{ψ,v}$ の値をゼロに定めることにより、続く動作の生起時刻に影響を与えないように扱うことが可能である。同様に、転回を行うコンベアベルトにより、搬送行為が行われない場合には、この時間 $p_{α,i}^{ψ,v}$ の値をゼロに定める。

3.3 基本動作の生起時刻

対象物を載せていないコンベアベルトψに対象物αを載せるためには、それまで対象物αが載っていたコンベアベルトξからコンベアベルトψに移送 $j_{α,i}^{ψ,v}$ を行わなければならない。こ

Fig. 4 Rotation of conveyor belt ψ to receive object α from conveyor belt ξ after transferring object β to conveyor belt ζ

の基本動作を行うためには、2台のベルトの配列方向を揃える必要がある。具体的には、コンベアベルトψを転回 $\hat{J}_{α,i}^{ψ,v}$ させなければならない。この転回の開始時刻 $\hat{S}_{α,i}^{ψ,v}$ は、直前にそのコンベアベルトψにより搬送されていた対象物βが取り除かれた後でなければならない。次式が成り立つ。

$$\hat{J}_{β,j}^{ψ,v-1} \leq \hat{S}_{α,i}^{ψ,v} \quad (1)$$

転回の終了時刻 $\hat{F}_{α,i}^{ψ,v}$ は、転回に必要な時間 $\hat{P}_{α,i}^{ψ,v}$ により、次式で与えられる。

$$\hat{F}_{α,i}^{ψ,v} = \hat{S}_{α,i}^{ψ,v} + \hat{P}_{α,i}^{ψ,v} \quad (2)$$

転回 $\hat{J}_{α,i}^{ψ,v}$ に要する時間 $\hat{P}_{α,i}^{ψ,v}$ は、コンベアベルトψが対象物αの直前に搬送した別対象物βの影響を受ける。図4は、2つの対象物αとβが、コンベアベルトξ、ψおよびζにより運ばれる様子を示している。ここで、対象物αは、コンベアベルトξからψの順に運ばれ、対象物βは、コンベアベルトψからζの順に運ばれることを考える。もし、対象物βの次にαを運ぶならば、対象物βをコンベアベルトψからζに移すために必要なコンベアベルトψの向きから、コンベアベルトξ上にある対象物αを受け入れるために必要な向きへ配列方向を変えなくてはならない。このときに必要な時間 $\hat{P}_{α,i}^{ψ,v}$ は次式で与えられる。

$$\hat{P}_{α,i}^{ψ,v} = \theta_{ξ,ζ} / \omega_{ψ} \quad (3)$$

ここで、 $\theta_{ξ,ζ}$ は、コンベアベルトψの回転中心から見たコンベアベルトξおよびζのなす角であり、 $\omega_{ψ}$ は、コンベアベルトψの回転角速度である。 $\hat{P}_{α,i}^{ψ,v}$ の値は、搬送順序に依存し、その都度適切な値を用いる必要がある。一方、角度 $\theta_{ξ,ζ}$ は、あらかじめ与えられる情報であり、コンベアベルトψがとり得る値を整えて置かねばならない。角度 $\theta_{ξ,ζ}$ の例として、図4では角度 π より小さい回転角を示している。この転回では、対象物αのベルト上での進行方向に対する向きが、コンベアベルトξとコンベアベルトζでは逆になる。そのため、対象物の向きを搬送の途中で変えてはならない場合やコンベアベルトの転回方向に制約がある場合など、角度 π より大きい側の角度に対する転回時間を定める方が適切な場合もあり得る。

冒頭に、無人搬送車を用いた搬送システムにおいては、搬送前に積載元への搬送車のみの移動が生じることを指摘している。コンベアベルトでは、この転回 $\hat{J}_{α,i}^{ψ,v}$ が、搬送車の搬送元への移動に対応する。すなわち、搬送車を用いる搬送システムと同様の考慮は必要であるが、直前に対象物を移したコンベアベルトのみを考えれば十分である。

2 台のコンベアベルト ξ と ψ の間で行われる移送 $\hat{j}_{\alpha,i-1}^{\xi,u}$ と、 $\hat{j}_{\alpha,i}^{\psi,v}$ は、同時刻に始め、同時刻に終わらなければならない。すなわち、次式が成り立つ。

$$\hat{s}_{\alpha,i-1}^{\xi,u} = \hat{s}_{\alpha,i}^{\psi,v} \quad (4)$$

各々の終了時刻は、移送に要する時間 $\hat{p}_{\alpha,i-1}^{\xi,u}$ および $\hat{p}_{\alpha,i}^{\psi,v}$ により、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \hat{f}_{\alpha,i-1}^{\xi,u} &= \hat{s}_{\alpha,i-1}^{\xi,u} + \hat{p}_{\alpha,i-1}^{\xi,u} \\ \hat{f}_{\alpha,i}^{\psi,v} &= \hat{s}_{\alpha,i}^{\psi,v} + \hat{p}_{\alpha,i}^{\psi,v} \end{aligned} \quad (5)$$

これらは、単に記号によりその役割を区別しているだけであり、同じ時刻に生じる同一の事象である。すなわち、移送に関わる 2 台のコンベアベルトは、 $\hat{p}_{\alpha,i-1}^{\xi,u} = \hat{p}_{\alpha,i}^{\psi,v}$ の時間だけ、ベルトを駆動し、 $\hat{f}_{\alpha,i-1}^{\xi,u} = \hat{f}_{\alpha,i}^{\psi,v}$ の時刻にその動作を終える。

ただし、コンベアベルト ψ による移送 $\hat{j}_{\alpha,i}^{\psi,v}$ には、その開始時刻に対して、転回との制約を次式により与える。すなわち、転回 $\hat{j}_{\alpha,i}^{\psi,v}$ に関する動作が終わってからでないと、移送を行うことはできない。

$$\hat{F}_{\alpha,i}^{\psi,v} \leq \hat{s}_{\alpha,i}^{\psi,v} \quad (6)$$

コンベアベルトによる搬送 $\hat{j}_{\alpha,i}^{\psi,v}$ と対象物を載せた状態での転回 $\hat{J}_{\alpha,i}^{\psi,v}$ は、独立に生起してよい。ただし、いずれの動作も対象物の移送 $\hat{j}_{\alpha,i}^{\psi,v}$ を終えていなければならない。この制約は次式により与えられる。

$$\hat{f}_{\alpha,i}^{\psi,v} \leq \text{Min}\{s_{\alpha,i}^{\psi,v}, S_{\alpha,i}^{\psi,v}\} \quad (7)$$

2 つの動作の終了時刻は次式により、それぞれ与えられる。

$$\begin{aligned} f_{\alpha,i}^{\psi,v} &= s_{\alpha,i}^{\psi,v} + p_{\alpha,i}^{\psi,v} \\ F_{\alpha,i}^{\psi,v} &= S_{\alpha,i}^{\psi,v} + P_{\alpha,i}^{\psi,v} \end{aligned} \quad (8)$$

最後に、対象物をさらに次のコンベアベルト ζ に載せるための移送 $\hat{j}_{\alpha,i}^{\psi,v}$ は、搬送 $\hat{j}_{\alpha,i}^{\psi,v}$ および転回 $\hat{J}_{\alpha,i}^{\psi,v}$ のいずれもが終わっていないなければならない。すなわち次式が成り立つ。

$$\text{Max}\{f_{\alpha,i}^{\psi,v}, F_{\alpha,i}^{\psi,v}\} \leq \hat{s}_{\alpha,i}^{\psi,v} \quad (9)$$

与えられた搬送計画に従って、隣り合うコンベアベルトによる搬送を行うためには、各々のコンベアベルトの基本動作の生起時刻にこれらの制約条件が守られることが求められる。逆に、これらの条件が満たされる搬送計画は、コンベアベルト上で対象物が干渉を起こすことなく実行可能である。なぜなら、コンベアベルトの基本動作として最初に定義される対象物を受け入れるための転回の開始時刻 $\hat{S}_{\alpha,i}^{\psi,v}$ は、残りの基本動作に先立って行われることが、式 (2) から (9) により定められ、この時刻は、他のコンベアベルトの基本動作の中で最後に定義される移送 $\hat{f}_{\beta,j}^{\psi,v-1}$ より遅いことが、式 (1) により定められているためである。

3.4 搬送スケジューリング問題

コンベアベルトを用いる搬送の際には、隣接するコンベアベルトの間で移送のために必ず同時刻に同じ時間だけ、同方向にベ

ルト部を動かさなくてはならない。そのため、最初の 1 台のコンベアベルトに対して定めた対象物の搬送順序が、その他のコンベアベルトに対する搬送順序に大きな影響を与える。時には、異なるコンベアベルトを起点とする複数の対象物の搬送計画が、1 台のコンベアベルト上で互いに進路を塞ぎ、実行不可能になることが考えられる。そのため、搬送効率の良い計画を立てることは、自動搬送車による搬送スケジュールの立案と同様に容易ではない。

本論文では、前節での生起時刻に関する分析結果に基づき、スケジューリング問題を考え、比較的規模の小さな搬送計画に対して、最適なスケジュールの立案を試みる。数ある実行可能な搬送スケジュールの中から、最適もしくは、最良の計画を選ぶ方法については種々考えられるが、ここでは、汎用の最適化ソフトウェアによる最適化を行うことを前提に、数理計画法による解法を試みる。具体的には、搬送スケジューリング問題を混合整数計画問題として記述し、オープンソースの最適化ソフトウェアによる最適解を求める⁶⁾。

搬送スケジューリング問題の前提条件を以下のように与える。

- 1) コンベアベルトの配置は既知
- 2) 個々のコンベアベルトによる搬送時間は既知
- 3) 搬送方向を揃えるための転回時間は既知
- 4) 搬送に用いるベルトの使用順序は既知
- 5) 始点、終点におけるバッファの容量は無限大

この前提条件に対して、与えられたすべての搬送要求を終えることができる時刻が最短になるような最適化を目的として、以下の混合整数計画問題としての定式化を提案する。

$$\text{Minimize } C_{max} \quad (10)$$

subject to

$$s_{\alpha,n_\alpha}^{\psi} + p_{\alpha,n_\alpha}^{\psi} \leq C_{max} \quad \forall \alpha \in D \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \hat{s}_{\beta,j}^{\psi} + \hat{p}_{\beta,j}^{\psi} &\leq \hat{S}_{\alpha,i}^{\psi} + M \cdot x_{\alpha,i,\beta,j} \\ \hat{s}_{\alpha,i}^{\psi} + \hat{p}_{\alpha,i}^{\psi} &\leq \hat{S}_{\beta,j}^{\psi} + M \cdot (1 - x_{\alpha,i,\beta,j}) \\ \forall j_{\alpha,i}, j_{\beta,j} &\in J_\psi, j_{\alpha,i} \neq j_{\beta,j}, \forall \psi \in B \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \hat{s}_{\alpha,i-1}^{\xi} &\geq \hat{S}_{\alpha,i}^{\psi} + \sum_{j_{\beta,j} \in J_\psi} \hat{P}_{\alpha,i}^{\psi}(\beta,j) \cdot y_{\beta,j,\alpha,i} \\ \forall j_{\alpha,i} &\in J_\psi, \forall \psi \in B \end{aligned} \quad (13)$$

$$\hat{s}_{\alpha,i-1}^{\xi} + \hat{p}_{\alpha,i-1}^{\xi} \leq s_{\alpha,i}^{\psi} \quad \forall \alpha \in D, \forall i \in T_\alpha \quad (14)$$

$$s_{\alpha,i}^{\psi} + p_{\alpha,i}^{\psi} \leq \hat{s}_{\alpha,i}^{\psi} \quad \forall \alpha \in D, \forall i \in T_\alpha \quad (15)$$

$$s_{\alpha,i}^{\psi} + p_{\alpha,i}^{\psi} \leq \hat{s}_{\alpha,i}^{\psi} \quad \forall \alpha \in D, \forall i \in T_\alpha \quad (16)$$

$$\begin{aligned} y_{\alpha,i,\beta,j} &\leq x_{\alpha,i,\beta,j} \\ \forall \alpha \in D, \forall i \in T_\alpha, \forall \beta \in D, \forall j \in T_\beta \end{aligned} \quad (17)$$

$$2 - M \cdot (1 - z_{\alpha,i,\beta,j}) \leq W \leq 1 + M \cdot z_{\alpha,i,\beta,j}$$

$$W - M \cdot z_{\alpha,i,\beta,j} \leq y_{\alpha,i,\beta,j} \leq M \cdot (1 - z_{\alpha,i,\beta,j})$$

$$W = \sum_{j_{\gamma,k} \in J_\psi} (x_{\alpha,i,\gamma,k} - x_{\beta,j,\gamma,k})$$

$$\forall \alpha \in D, \forall i \in T_\alpha, \forall \beta \in D, \forall j \in T_\beta \quad (18)$$

式 (11) は、搬送の最後に使用するベルトにおける移送終了時刻に対して、評価値の取り得る範囲を定める。すなわち、評価値は、すべての搬送の終了時刻よりも遅い時刻を取り、この時刻が最小になるように式 (10) により最適化を行うことにより、総搬送時間が最短になるように、すべてのコンベアベルトにお

Fig. 5 Arrangement of conveyor belts and paths for four objects

Table 1 Required times for events

conveyor belt	2,4,6,11 13,15,20 22,24,	1, 10, 19	3,5, 12,14, 21,23	7,8, 9,16, 17,18
conveying time p	2	1	5	3
transferring time $\hat{p}, \check{p}$	1	1	1	1
rotating time P	1	0	0	0

ける基本動作の生起時刻を定める。

式 (12) は、複数の対象物の搬送要求を課されているコンベアベルトに対して、対象物の搬送順序を定めることを意味する。すなわち、式 (12) の第 1 式は対象物 β を α よりも先にコンベアベルト ψ により運ぶことを意味する。逆に式 (12) の第 2 式は、対象物 α を β よりも先に運ぶことを表す。そのため、0-1 変数である $x_{\alpha,i,\beta,j}$ により、2 つの不等式のうち一方を制約条件として与える。

式 (13) は、直前の搬送の影響を受け、次の搬送を行うために必要ならば転回を行うための時間を考慮に入れるための式である。ここで、 $\hat{P}_{\alpha,i}^{\psi}(\beta,j)$ は、コンベアベルト ψ が、対象物 α の直前に β の搬送を行った場合に、対象物 α を受け入れるために必要な転回 $\hat{J}_{\alpha,i}^{\psi}$ を行うために必要な時間を意味する。この $\hat{P}_{\alpha,i}^{\psi}(\beta,j)$ の値は、最適化の前に準備しておくことができる。 $y_{\beta,j,\alpha,i}$ は、対象物 α の直前に β を搬送しているときに 1、それ以外るときに 0 をとる決定変数である。

式 (14)~(16) は、式 (3)~(9) に対応する。ただし、決定変数の数を減らすため、終了時刻に関する変数は用いない。さらに、対象物を搭載したままの転回 $J_{\alpha,i}^{\psi}$ の開始時刻 $S_{\alpha,i}^{\psi}$ は、そのベルトによる搬送 $j_{\alpha,i}^{\psi}$ の開始時刻 $s_{\alpha,i}^{\psi}$ に揃えている。ベルトの上に対象物が完全に移動した後では、搬送を始める時刻と転回を始める時刻は必ずしも同じである必要はない。その一方、いわゆるセミアクティブスケジュールを考えるならば、これらの 2 つの値は自ずと同じ値になる。組み合わせ最適化問題では決定変数が少ない方が有利であるため、ここでは、同じ値として制約式に導入している。具体的には、式 (7) からは、2 つの制約不等式が導かれるが、ここでは、式 (14) のみにより制約を与えている。一方、転回を行うことができるコンベアベルトによる搬送時間 $p_{\alpha,i}^{\psi}$ と転回時間 $P_{\alpha,i}^{\psi}$ は同じ値ではないため、式 (9) は、式 (15) および (16) の 2 式により制約を与えなければならない。

また、式 (17) および (18) は、一台のコンベアベルトに割り当てられた搬送要求のうち、連続して搬送される仕事の直前の先行関係を区別するための制約式である。式 (13) に対して説明したように、 $y_{\alpha,i,\beta,j}$ は、製品 α の i 番目の搬送を、製品 β の j 番目の搬送の直前に行うとき 1、そうでないとき 0 の値をとる。 W は、紙面の関係で導入した仮変数である。式 (18) の第 3 式より分かるように、この W の値は、対象物 α と β の後に搬送している対象物の個数の差を表し、 $W=1$ のときに、対象物 β の直前に α を運ぶことを意味する。本論文では、この W の情報を利用することにより、転回ベルトに与えられる搬送要求に対して、対象物が直前に通過するベルトと配列方向を揃えるために必要な時間を定める。

なお、本定式化において、記述を平易にするために、 $x_{\alpha,i,\alpha,i}=0$ を仮定している。また、問題として与えられる搬送経路に対し、第 0 番目に用いるコンベアベルトの基本動作として $j_{\alpha,0}$ を想定し、この動作に関するすべての処理時刻に関し値 0 を与える。

本研究では、コンベアベルトによる双方向の搬送を扱うことを前提としている。そのため、搬送順序によっては、1 台のコンベアベルトにおいて 2 つの対象物が互いに衝突を起こす状況が考えられる。ここでは、すべてのコンベアベルトが、1 度に 1 つの対象物の搬送しか行わないことを式 (12) により保証し、同時にすべての対象物が問題として与えられたベルトコンベアの使用順序に従って運ばれることを式 (13)~(16) により保証する。従って、これらの連立不等式を満たす解は、対象物の干渉のない搬送スケジュールを与える。

4. 計算例

本論文により定めた制約条件により、立案できるスケジュールの妥当性を確認するために、コンベアベルトの組み合わせによる規模の小さい搬送システムを構成する。この搬送システムに対して複数の搬送経路を与え、最適な搬送スケジュールの立案例を示す。

図 5 は、例題に用いる搬送システムについて、24 台のコンベアベルトの配置状態を示している。異なる向きに配置されているコンベアベルトの間には、転回可能なコンベアベルトを配置し、同形状の通路を自動搬送車が走行する搬送システムと同じ搬送経路を与える。表 1 は、各々のコンベアベルトが基本動作に必要な時間を示している。転回を行うことにより搬送方向を変えることができるコンベアベルトについては、転回に要する時間を示している。また、最初に対象物を載せるコンベアベルト 1,10, および 19 については、搬送に要する時間が短だけでなく前移送を必要ないものとして扱う。このことは、搬送開始時刻に、ロボットなどにより棚から対象物が載せ換えに時間を要することなく、直接ベルトの上に置かれることを想定している。また、コンベアベルト 13 は、転回方向を反時計回りに制限している。そのため、搬送要求 3 および 4 のように、コンベアベルト 8 から 12 および 12 から 17 に対象物を搬送する場合には、コンベアベルトの転回中に対象物の搬送は必要ない。しかし、搬送要求 2 のように、コンベアベルト 12 から 8 に搬送する場合には、コンベアベルト 13 は転回に加えて、搬送を行う必要がある。

この搬送システムに対して、表 2 に示す搬送要求を与える。この搬送要求は、図 5 上にも示している。この計画は、ベルトによる最外周の経路を搬送される対象物 1 と逆に最内周の経路を搬送される対象物 4 に加え、2 つの異なる搬送要求を与えてい

Table 2 Planned paths for conveyances

Path	Sequences of conveyor belts for transportation
1	1 → 2 → 3 → 4 → 5 → 6 → 9 → 15 → 18 → 24 → 23 → 22 → 21 → 20 → 19
2	1 → 2 → 7 → 11 → 12 → 13 → 8 → 4 → 5 → 6 → 9 → 15 → 18 → 24 → 23 → 22 → 21 → 20 → 19
3	10 → 11 → 7 → 2 → 3 → 4 → 8 → 13 → 12 → 11 → 16 → 20 → 19
4	10 → 11 → 12 → 13 → 17 → 22 → 21 → 20 → 19

Table 3 previous conveyance and required rotating times $\mathcal{P}_{\alpha,i}^{13}(\beta,j)$

$\alpha \backslash \beta$	$j_{2,6}^{13}$	$j_{3,8}^{13}$	$j_{4,4}^{13}$
$j_{2,6}^{13}$	—	$\mathcal{P}_{2,6}^{13}(3,8) = 0$	$\mathcal{P}_{2,6}^{13}(4,4) = 1$
$j_{3,8}^{13}$	$\mathcal{P}_{3,8}^{13}(2,6) = 0$	—	$\mathcal{P}_{3,8}^{13}(4,4) = 0$
$j_{4,4}^{13}$	$\mathcal{P}_{4,4}^{13}(2,6) = 1$	$\mathcal{P}_{4,4}^{13}(3,8) = 0$	—

る。対象物 2 および対象物 3 は、ベルト 7, 8 および 12 を互いに逆方向に搬送され、それらに隣接するベルトに誤った順序で対象物を投入すると、その後の搬送ができなくなる恐れがある。また、対象物 2 の搬送は、ベルト 11 を 2 度使用する。このような、いわゆるリエントラント性⁷⁾をもつ処理に対しては、制約式 (12) における搬送順序の $x_{\alpha,i,\beta,j}$ の値をあらかじめ与えても良い。

搬送要求が与えられると、転回可能なコンベアベルトについて、各々の搬送順序によって、対象物を受け入れるために必要な時間 $\mathcal{P}_{\alpha,i}^{\psi}(\beta,j)$ の値を定めることができる。1 例として、コンベアベルト 13 に対する時間 $\mathcal{P}_{\alpha,i}^{\psi}(\beta,j)$ を表 3 に示す。コンベアベルト 13 は、搬送要求 2, 3 および 4 に対して用いられる。例えば、搬送要求 $j_{4,4}^{13}$ の後に $j_{2,6}^{13}$ を、あるいは、搬送要求 $j_{2,6}^{13}$ の後に $j_{4,4}^{13}$ の搬送を行う場合、コンベアベルトの向きを揃えるために時間 1 が必要になる。しかし、それ以外の順序の搬送に対しては、直前の搬送を終えた時点で、次の対象物を受け入れるために必要な配列方向にコンベアベルトが向いているため、転回の必要がない。しかし、スケジュールの立案は、処理時間が短いことだけが重要でない。例えば、そのコンベアベルトが搬送を行っていないならば、対象物を受け取るための準備として行われる時間が長くて全体の搬送効率には影響を与えないことがあり得る。

図 6 にスケジュール例を示す。本スケジュールは、製品 2 に必要とされる搬送時間総和と、スケジュールの総所用時間が等しいことから最適であることが確認できる。この搬送スケジュールは、製品 3 が製品 2 が通過してから、ベルト 11 による搬送を始めることにより得られている。

図 6(b) は、転回を行うことができるコンベアベルト 4 と隣接するコンベアベルト 3 による搬送計画の詳細を示している。コンベアベルト 3 とコンベアベルト 4 の間で、対象物 3 の移送を行うためには、コンベアベルト 4 による対象物 3 の搬送に先駆けて、対象物 2 を別のコンベアベルトに移しておかねばならない。そのため、コンベアベルト 3 の後端に対象物 3 が到達していても、すぐにはコンベアベルト 4 との間の移送はおこなわれていない。この状態は、有限バッファスケジューリング問題における閉塞 (blocking) と呼ばれる状態に対応する⁸⁾。

一方、図 6(c) は、転回を行うことができるベルト 13 と隣接するベルト 12 による搬送計画の詳細を示している。この時間帯

Fig. 6 An example of transportation by conveyor belts

には、コンベアベルト 13 を用いて、対象物 4 の 4 番目の搬送を行う際に、この対象物が直前のコンベアベルト 12 による搬送中に、転回 $\hat{j}_{4,4}^{13,2}$ を済ませる計画が立てられている。そのため、搬送対象物 4 がコンベアベルト 12 の終端に達した時には、対象物 4 の搬送を止めることなく、コンベアベルト 13 に移載できていることが分かる。また、このコンベアベルト 13 は、転回方向を反時計回りに限っているため、対象物 2 の 6 番目の搬送要求に対しては、ベルト上で搬送を行わなければならない。この搬送は、制約式 (7) に従って、コンベアベルトの転回と同時に行なう計画を立案できていることが確認できる。

本論文では、複数のコンベアベルトを用いた搬送システムとそのスケジュールの立案方法を取り扱い、加工や組み立てに関する機械の処理については言及していない。しかし、機械による処理は、コンベアベルトによる搬送と対応づけることにより、本論文で明らかにした定式化を用いることが可能である。このとき、コンベアベルトによる対象物の移送は、工作物を取り付けたパレットの交換に対応する。

5. 結 言

搬送方向を変えることができる転回ベルトを想定し、複数のコンベアベルトの組み合わせによる搬送システムに対する検討を行った。まず、コンベアベルトの搬送のために、1) 搬送、2) 移送、3) 転回の 3 つの基本動作が必要であることを示した。次に、これらの基本動作について、移送が 2 つの隣り合うベルトの間で同時に行う必要があること、1 台のベルトにおいて搬送と転回を同時に行うことができることを示し、個々の基本動作の生起

時刻に関する関係を明らかにした。さらに、生起時刻に関する制約を数理計画法により扱うために、混合整数計画問題として定義した。最後に、異なる順序でコンベアベルトを使用する搬送要求に対し、本論文で明らかにした制約条件を満たすことにより、実行可能なスケジュールの立案が可能であることを示した。

一般にコンベアベルトは、動作中に複数の製品を搭載することができる。本論文では、ベルトの長さに関わらず、搬送できる製品は1度に1つに限っている。今後、同時に搬送を行うことを想定した制約式を明らかにすることに加え、搬送スケジュールの立案方法についても検討を行い、より規模の大きい搬送要求に応えるための方法について検討を行う予定である。

参 考 文 献

- 1) A bilevel decomposition algorithm for simultaneous production scheduling and conflict-free routing for automated guided vehicles, Tatsuhi Nishi, Yuichiro Hiranaka, Ignacio E. Grossmann, Computers & Operations Research, **38**, (2011)876.
- 2) Modeling of Schedule-Based Path Planning for Automated Vehicles Guided by Uni-directed Rails, Rei Hino, Hiroki Tsuji, International Journal of Automation Technology, **6**, 2, (2012)228.
- 3) スケジューリングに基づく生産設備の再配置 (第1報) (設備配置に対する評価値としてのスケジュールの導入), 樋野励, 森脇俊道, 精密工学会誌, **69**, 5, (2003)655.
- 4) 細胞型機械の研究 (第1報), 阪尾知彦, 近藤伸亮, 南都寛, 梅田靖, 富山哲男, 精密工学会誌, **65**, 5, (1999)673.
- 5) 細胞型機械の研究 (第3報): 細胞型生産システムの開発, 近藤伸亮, 佐藤ロベルト清, 梅田靖, 富山哲男, 精密工学会誌, **69**, 12, (2003)1785.
- 6) GNU Linear Programming Kit, <http://www.gnu.org/software/glpk/> accessed 2012.10.5.
- 7) リエントラントフローショップスケジューリング問題に関する研究 (第1報) 数理計画法による最適化, 樋野励, 上川大輔, 森川正憲, 鈴木教和, 社本英二, 精密工学会誌, **74**, 10, (2008)1119.
- 8) バッファを考慮にいたジョブショップスケジューリング 第3報 混合整数計画による最適化, 樋野励, 日本機械学会論文集 (C 編), **74**, 742, (2008)1669.