ジャーク（加加速度，躍度）の測定法

Measurement Method of Jerk/Nobuhiko HENMI

信州大学 辺見信彦

1. はじめに

振動や運動の変化を計測するために，最もよく利用されている物理量は加速度である．加速度センサは古くより市販され産業界でも広く使用され一般に広く根付いている．運動の変化を表す物理量としてはジャーク（jerk）も同様である．ジャークとは加速度の時間微分値，すなわち加速度の時間に対する変化の割合である．日本語では加加速度とか躍度と呼ばれている．

残念ながら，現在市販されているジャークセンサはほとんどない．中国地震局から製品に近い形で紹介されている事例や¹⁾，測定原理は不明だが上海のメーカーから圧電式のセンサを販売している例²⁾はあるが，その他の販売事例は見当たらない．市販センサがほとんどないことに加え，ニュートンの運動方程式では加速度までの物理量しか扱われないため，一般の技術者や研究者にとってジャークは馴染みの薄い物理量であり，加速度の概念ほど世の中に浸透はしていない．しかしながら人間が運動の変化を感じ取る感覚は，加速度よりもジャークに対する感度の方が高い．それゆえ乗り心地や体への影響を抑制するため，列車³⁾，エレベータ⁴⁾，ローラーコースター⁵⁾などではジャーク量を制限するよう設計に考慮されている．

またジャークの工学的な応用やジャークを評価の指標にした事例も多くある．Flash らは⁶⁾人間が腕がある点からある点まで動かすときにジャークが最小になるように動作させているとして運動の軌跡をモデル化した．これがロボットアームの制御や人の腕の動きの予測に使用されるジャーク最小モデルであり，完全ではないが人が自然に動かそうとする運動の軌跡と類似し，しかも軌跡や運動を解析的に解くことを容易にする．

ジャークを計測する方法は，特にこのように計測すればよいといった一般化された方法はない．しかしその測定法に関する研究事例と，それらの測定原理により研究開発されたジャークセンサがいくつかある^{7)~9)}．ここではそれらの測定法とその応用について紹介する．

2. サイズモ系振動センサの原理とジャークセンサ

サイズモ系センサとは，振動を計測したい測定対象の上にセンサ本体を設置して，センサ内部のばね要素と質量要素の作用により対象物の振動を計測する振動センサの総称

である．圧電式，ひずみゲージ式，あるいは電磁石を用いたサーボ式などがある．ジャークセンサも基本は同じ原理に基づいている．

図1にサイズモ系振動センサの構造概略モデルを示す．サイズモ系センサは測定対象の上に，センサを筐体ごと設置して，内部の慣性質量体とセンサ筐体との相対運動を利用する．通常の場合はセンサの固有振動数よりもかなり低い周波数の振動を対象にして，内部質量とセンサ筐体との相対変位から加速度を計測する．図1に示されたモデルセンサに対して，測定対象の変位 x が角振動数 ω で

$$x = X \sin \omega t \quad (1)$$

で振動しているときの，センサ内部質量の変位 y と測定対象との相対変位 $z = y - x$ の時間応答を，センサ内部の減衰比と固有角振動数を ζ および ω_n とし，運動方程式 $\ddot{z} + 2\zeta\omega_n\dot{z} + \omega_n^2 z = \omega^2 X \sin \omega t$ から求めると，式(2)から(4)のようになる．

$$z = Z \sin(\omega t + \alpha) \quad (2)$$

ここで， $\Omega = \omega/\omega_n$ として

$$Z = \frac{\Omega^2}{\sqrt{(1-\Omega^2)^2 + (2\zeta\Omega)^2}} X \quad (3)$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{2\zeta\Omega}{1-\Omega^2} \quad (4)$$

式(1)から(4)より， $\omega/\omega_n \ll 1$ のとき

$$z \approx -\Omega^2 x = -\frac{\ddot{x}}{\omega_n^2} \quad (5)$$

となり， $\omega/\omega_n \gg 1$ のとき

図1 サイズモ系振動センサの構造モデル

図2 圧電式ジャークセンサの原理

$$z \approx -x \quad (6)$$

となる。すなわち、センサの固有振動数よりもかなり低い振動に対しては、内部質量とセンサ筐体の間の相対変位を計測すれば加速度に比例した値が計測される。これを圧電体やひずみゲージなどで計測するのが加速度センサである。各種研究開発されているジャークセンサも基本的にはこの原理を用いており、変換方法などの電気的あるいは構造的工夫によりジャークに相当する値に変換している。

3. 圧電式ジャークセンサ⁷⁾¹⁰⁾¹¹⁾

圧電式ジャークセンサの原理は上述のサイズモ系加速度センサに類似している。図1のモデルにおけるセンサ筐体と内部質量を、図2のように圧電素子でつなぐと、図1のモデルにおけるばねとダンパは圧電体材料の剛性と粘性摩擦を表すことになる。圧電素子の変形量が測定対象に対する内部質量の相対変位 z に相当し、圧電素子はその変形量に比例した電気分極を発生し、その結果として圧電素子の電極間に電荷 Q が生じる。圧電素子の変形量は内部質量の慣性力に比例した値となるため、チャージアンプにより Q を測定すれば、ニュートンの法則から加速度に比例した出力が得られる圧電式加速度センサとなる（式（7））。

$$Q \propto \ddot{x} \quad (7)$$

このとき、図2のように圧電素子の両端電極間を短絡し、電荷 Q を電流 i として計測すると、式（8）のように、電流は単位時間当たりに通過する電荷の大きさであり、 Q が加速度に比例するので、 i は加速度の単位時間当たりの変化量、すなわちジャークに比例することとなる。

$$i = \frac{dQ}{dt} \propto \frac{d\ddot{x}}{dt} = \ddot{\dot{x}} \quad (8)$$

つまり、通常の圧電式加速度センサの計測アンプをチャージアンプから電流計測アンプに変更すればジャークが測定できる。これが圧電式ジャークセンサの原理である⁷⁾。

図3～5は、市販の電荷出力型圧電式加速度ピックアップ素子をジャークセンサ素子として使用し、電流アンプを用いて測定した時間応答と周波数応答である¹⁰⁾。素子の固有振動数は32 kHzである。ともにジャークセンサ素子を加振器により正弦波状に振動させたときの応答である。基準センサとして変位センサを用いている。正弦加振の場合、ジャークの振幅は変位振幅に角振動数の3乗を掛けた値が基準となり、位相は変位正弦波よりも270°進んだ値が基準となる。図3は500 Hzで正弦振動させたときの結

図3 正弦加振したときのジャークセンサ出力と変位センサの出力の時間応答波形

図4 圧電式ジャークセンサの周波数特性（振幅）

図5 圧電式ジャークセンサの周波数特性（位相）

果であり、変位に対してジャークセンサの位相が270°進んだ正弦波となっている。またジャークは周波数が高くなるほど感度が高まるので、変位センサに現れにくかった8 kHz程度の高周波振動がジャークセンサ出力には検出されている。

図4の振幅特性および図5の位相特性は、周波数を変化させる際、基準としている変位センサの値から換算されるジャークの振幅が、3区分した周波数範囲内でそれぞれ一定となるように変位振幅を調整しながら正弦波加振して計測した結果である。位相については変位に対して270°進

んだ位相を基準に結果を表示している。振幅特性は入力した変位振幅から換算されるジャークの振幅値に対するセンサ出力電圧のゲインを示しており、計測した 100 Hz から 5 kHz の範囲でセンサのゲインが周波数に依存せず一定なことを示している。また位相特性では加振のジャークに対してほぼ 0° の位相遅れでセンサ出力が得られており、振幅と位相いずれも良好なことがわかる。

圧電式ジャークセンサは構造が簡単で、市販の圧電式加速度ピックアップ素子をそのままジャークセンサ素子として転用できるといった利点がある。一方で、圧電で発生する電荷を電流に変換して計測しているため、基本的には変化しない一定のジャーク（すなわち DC 入力）は測定することはできない。ただし、著者はセンサの構造と検出回路をうまく設計することによって、0.5 Hz 以上の周波数帯域で 0.04 V/(m/s³) という高感度センサを開発している¹¹⁾。

圧電式ジャークセンサは高周波数域での感度を高めることが比較的容易であるので、パルス状振動の検出などには加速度センサよりも有効である。著者らは圧電式ジャークセンサを用いて転がり軸受の損傷診断への応用を展開している。回転機械の設備診断では、通常は加速度センサで異常振動を計測するが、異常振動のレベルが小さくなる低回転速度の回転機械に対しては異常振動の検出と診断が難しくなる。ジャークセンサを用いることにより、低速回転軸受の異常振動検出が加速度センサよりも容易になるだけでなく、低速回転下での異常振動検出信号の特異性を明らかにすることができた¹²⁾。さらにその信号の特徴に対応した新たな診断法を開発することができた¹³⁾。

4. 電磁石式サーボ型ジャークセンサ⁸⁾¹⁴⁾¹⁵⁾

図 6 にサーボ式ジャークセンサの原理図を示す。これは基本的にサーボ式加速度計と同じ構成であり、原理も類似している。一般にサーボ式の加速度計は、センサの内部質量を電磁石によってセンサ筐体に対して一定の位置になるようにフィードバック制御し、そのときの電磁石に流れる電流が電磁石の発生力に比例することを利用し、内部質量によって生じる慣性力を測定することで加速度を計測するものである（式 (9)、(10)）。

$$m\ddot{x} = k_i i \quad (9)$$

$$\therefore \ddot{x} \propto i \quad (10)$$

ここで m はセンサの内部質量、 k_i はコイルの力定数、 i はコイルを流れる電流、 $\ddot{x}$ は測定対象に固定されたセンサ筐体の加速度である。山門らによって開発されたサーボ型ジャークセンサの原理は、このサーボ式加速度計の電磁石にかかる両端電圧がコイルに流れる電流の微分値に比例することから、コイルの電圧を計測することによりジャークを計測するというものである（式 (11)、(12)）。

$$V = L \frac{di}{dt} \quad (11)$$

$$\therefore \ddot{x} \propto V \quad (\because \text{式 (10)}) \quad (12)$$

ここで V はコイルの両端電圧、 L はコイルのインダクタ

図 6 電磁石式サーボ型ジャークセンサの原理

ンスである。このサーボ式ジャークセンサの優れているところは、コイルに作用する電流と電圧を計測すると、ジャークと加速度を同時に計測できるという点である。またサーボ式の場合は圧電式と異なり、一定の（すなわち DC 入力の）ジャークや加速度に対しても出力が得られる。ただし内部質量の筐体に対する相対変位を一定にするようフィードバック制御せねばならないため、センサ素子内部に変位センサを必要とする。センサシステムが他の方式よりも複雑でコストがかかる。そしてジャークセンサおよび加速度センサとしての性能は、センサ内部の変位センサの精度とフィードバック制御の応答帯域によって左右される。また、圧電式や次章で述べる機械構造式のジャークセンサに比較してサーボ式の場合は低周波数域での応答に適用させることが容易なため、車両の制御などに応用しやすい。山門らはこのジャークセンサ/加速度センサを、自動車の横滑り防止やアンダーステア抑制などの車両制御¹⁴⁾や、自動車のドライバモデルの構築¹⁵⁾など積極的に応用している。

5. 機械構造を利用したジャークセンサ

センサ内部の慣性力を利用しているサイズモ系センサは、基本的に加速度に対応した出力を得るものである。ジャークを計測するためには何かしらの変換が必要である。その変換にセンサの機械構造を利用するタイプのものがある。山本らの研究グループは、片持ち梁が振動により励起された慣性力による弾性変形とジャイロセンサ、すなわち角速度センサとの組み合わせによりジャークセンサを構築した⁹⁾。その原理図を図 7 に示す。この原理は測定対象の振動により片持ち梁の先端に設置されたジャイロセンサが上下変位する。ジャイロセンサの質量の慣性力によって梁がたわみ、梁先端が傾く。そのたわみ量と傾きはその慣性力、つまり片持ち梁の根元部分の加速度に比例するが、梁先端の傾きをジャイロセンサで検出するため角速度が検出される。角速度は梁先端の傾きの微分値であるので、結果として測定対象のジャークが検出できる。この研究グループはジャイロセンサの代わりに圧電式加速度センサで梁先端の震度を計測することにより、ジャークのさらに一階微分の物理量に相当する値を検出できるとして報告している¹⁶⁾。彼らはこのジャークの微分値の値をジャークドットと呼んでいるが、一般にジャークの一階微分はスナップ(snap)またはジョウンス(jounce)などと呼ばれる。

図7 片持ち梁構造を利用したジャークセンサの原理

この片持ち梁とジャイロセンサを用いたジャークセンサは片持ち梁を用いているため励振された後の梁の残留振動が問題になる。そのためあまり大きな振動やセンサ構造の固有振動を励起するような状況での使用は難しい。また元々たわみ変形そのものが小さいうえに、その角速度を測っているため、ジャークセンサとしての感度は原理的に低いという欠点がある。ただし、ジャイロセンサの代わりに加速度センサを用いてスナップを計測できるのは興味深い。加速度センサの代わりに圧電式ジャークセンサを片持ち梁に搭載すればスナップのさらに一階微分であるクラックル（crackle）あるいはポップ（pop）と呼ばれる物理量が計測できるセンサとなる可能性がある。センサ感度は必ずしも高くできるとは考えにくい。加速度よりもジャーク、ジャークよりもスナップ、スナップよりもクラックルの方が、それぞれの微分値であるので高周波数域の振動成分に対する感度が上がり、低周波数域の振動成分に対する感度が下がるため、よりパルス状振動を検出しやすくなる可能性があると考えられる。

6. お わ り に

一般のエンジニアや研究者には馴染みの薄いジャークについて紹介し、その代表的なセンシングの原理について解説した。ここでは紹介しなかったが、ジャークを振動の制御に用いる研究も行われている^{17)~20)}。市販のジャークセンサがないため加速度センサの出力を微分して利用しようとすることも多く試行されていると思われるが、微分は高周波ノイズの影響を強く受けるため、フィルタリングの研究例などもある²¹⁾。ジャークを直接計測できれば、さまざまな分野への展開の可能性があると思われる。著者がある学術講演会でジャークセンサについて発表した際、加速度センサの出力を微分すればよいのではないかと質問をした技術者がおられたが、変位センサがあれば速度センサがいらないわけではないのと同様に、加速度センサがあるからといってジャークセンサはなくてもよいということにはならない。いくつかの分野で利用されるようになってきていることは事実だが、振動や運動の表現に対してジャークはまだまだ一般に浸透していない。ジャークセンサは、ジャークの値として利用できるだけでなく、パルスの検出など高周波数成分を含む振動の高感度検出センサとしての利用価値も高い。ここに紹介したように、ジャークが簡単に計

測できるようになっているので、ジャークの積極的な利用や応用を試みようという方々が増えることを願っている。

参 考 文 献

- 1) Y. Xueshan, Q. Xiaozhai, G.C. Lee, M. Tong and C. Jinming: Jerk and Jerk Sensor, Proceedings of the 14th World Conference on Earthquake Engineering, (2008).
- 2) <http://zhendongsd.en.alibaba.com/productgrouplist-214346049/YD31.html>
- 3) 鉄道車両制御装置，特願 2004-69958.
- 4) エレベータの制御装置，特願 2002-170312.
- 5) 佐藤実：宇宙エレベーターの物理学，オーム社，(2011) 104.
- 6) T. Flash and N. Hogns: The Coordination of Arm Movements: An Experimentally Confirmed Mathematical Model, The Journal of Neuroscience, 5, 7 (1985) 1688.
- 7) 辺見信彦，明石慎，田中道彦：圧電型ジャークセンサの基礎特性，2004 年度精密工学会秋季大会学術講演会，(2004) 917.
- 8) 山門誠，門向裕三：加加速度を用いた運動評価・制御システムの研究（第1報，加加速度センサと加加速度の車両運動制御システムへの適用検討），日本機械学会論文集（C 編），64, 619 (1998) 873.
- 9) 田村雅巳，山本鎮男，曾根彰，増田新：振動ジャイロと片持ち梁を組み合わせたジャークセンサの開発とこれを用いた不連続信号の検出，日本機械学会論文集（C 編），65, 629 (1999) 122.
- 10) 辺見信彦，中井孟，大西正紘，田中道彦，山本宗人：圧電式ジャークセンサの研究—市販加加速度センサ素子への測定原理の適用—，2008 年度精密工学会春季大会学術講演会，(2008) 515.
- 11) 辺見信彦，吉村一生，田中道彦，山本宗人：圧電式ジャークセンサ—高感度試作品の性能—，自動車技術会論文集，41, 2 (2010) 425.
- 12) 辺見信彦，高木良祐：ジャークセンサによる転がり軸受の損傷診断に関する研究（第1報，ジャークセンサ検出による低回転時の振動信号の特長），日本機械学会論文集 C 編，79, 801 (2013) 1775.
- 13) 辺見信彦：ジャークセンサによる転がり軸受の損傷診断に関する研究（第2報，新しい診断法の提案と有効性の検証），日本機械学会論文集 C 編，79, 801 (2013) 1786.
- 14) 高橋純也，山門誠，横山篤ほか：G-Vectoring 制御を用いた横すべり防止装置の運動性能評価，自動車技術会論文集，41, 2 (2010) 195.
- 15) 山門誠，安部正人：加加速度情報を用いた車両横運動と連係して加減速するドライバモデルの提案—車両運動力学の合理性を有する運転動作から抽出したドライバモデル，自動車技術会論文集，39, 3 (2008) 53.
- 16) 曾根彰，増田新，松浦孝，山村貴彦，山田眞，山本鎮男：ジャークドットセンサによる構造物の損傷検出，日本機械学会論文集（C 編），70, 693 (2004) 1318.
- 17) 趙莉，堀洋一：安全と乗り心地の向上を目指し加速度・ジャーク限界とドライバ指令変更を考慮したリアルタイム速度パターン生成，電気学会研究会資料，IIC，産業計測制御研究会 2006, 16 (2006) 5.
- 18) 張炳勳，堀洋一：加速度変化率の微分値を考慮した目標軌道設計法と高速高精度位置決め制御系の適用，電気学会研究会資料，IIC，産業計測制御研究会 2002, 85 (2002) 23.
- 19) 菊池貴行，大久保重範，及川一美，高橋達也：水平多関節ロボットの制御，計測自動制御学会東北支部第 224 回研究集会，224-5 (2005) 1.
- 20) 山形拓也，辺見信彦：ジャークセンサ出力のフィードバックによる運動制御の研究，日本機械学会 2013 年度年次大会講演論文集，(2013) S115021.
- 21) S. Nakazawa, T. Ishihara and H. Inooka: Real-time Algorithms for Estimating Jerk Signals from Noisy Acceleration Data, Proceedings of the International Conference on Mechatronics and Information Technology, (2001) 423.