ロバスト性調整可能な高速 M 推定ガウシアンフィルタ*

近藤雄基** 沼田宗敏*** 興水大和*** 神谷和秀† 吉田一朝††

The Fast M-Estimation based Gaussian Filter Controllable in robustness

Yuki KONDO, Munetoshi NUMADA, Hiroyasu KOSHIMIZU, Kazuhide KAMIYA and Ichiro YOSHIDA

A FMGF (Fast M-Estimation based Gaussian Filter) is the fast robust Gaussian filter that output wave pattern accorded mutually with the Gaussian filter output. However, in some case, robustness of the FMGF is less than Brinkmann's robust Gaussian filter. In this paper, robustness of the FMGF is strengthened. The FMGF has characteristic that robustness and output process is calculated in each x -coordinates. Using this characteristic, only few x -coordinate that is affected by outlier are recalculated. In the recalculation process, parameter m value changes to small value, and to strengthens robustness. Using characteristic of the FMGF that accords with output of the Gaussian filter, whether the data is outlier or not is judged. The first process of the proposed method, executes the Gaussian filter and the normal FMGF. Next, only x -coordinates that has deviation between output of the Gaussian filter and the FMGF are recalculated. It is confirmed that the robustness of the proposed method is strengthened without problems.

Key words: roughness profile, low-pass filter, Gaussian filter, robust Gaussian filter, FMGF

1. 緒 言

計測対象物表面の粗さ曲線は、カットオフ値 λ_c のローパスフィルタにて断面曲線の長波長成分である平均線を抽出し、これを断面曲線から減算して得られる¹⁾²⁾。この平均線を求めるローパスフィルタは ISO11562³⁾ で定められていたが、現在ではガウシアンフィルタ (Gaussian filter) の規格である ISO16610⁴⁾ に置き換えられ、平均線はガウシアンフィルタと計測データである断面曲線との畳み込み演算によって計算される。しかし、ガウシアンフィルタにはロバスト性がないため、計測データに外れ値があると平均線は深刻な影響を受ける⁵⁾。

この問題を解決するため、S. Brinkmann らはロバストガウシアンフィルタを提案した⁶⁾。しかし、このフィルタは外れ値がない場合の出力もガウシアンフィルタの出力と異なり互換性がない。そうした状況の中、筆者らは高速 M 推定を用いたロバストガウシアンフィルタである FMGF (高速 M 推定ガウシアンフィルタ: Fast M-Estimation based Gaussian Filter)⁷⁾ を提案した。FMGF は外れ値に対してのみロバスト性を発揮し、外れ値がない場合の平均線はガウシアンフィルタの出力に一致する特性がある。振幅伝達特性レベルでもガウシアンフィルタと高精度に一致する事が確かめられている⁸⁾。また、FMGF の高速計算性についても詳細な検証を行ない確認されている⁹⁾。

このように、FMGF は「ガウシアンフィルタとの特性一致」、「高速計算性」、「ロバスト性」という二次元表面性状用フィルタの三大特性の全てを達成している。しかし、出力比較実験では、データによってはロバスト性が S. Brinkmann らのロバストガウシアンフィルタよりも劣る場合があった⁷⁾。そこで FMGF

を拡張し、FMGF のロバスト性を調整・強化できるようにして、ロバスト性でも S. Brinkmann らのロバストガウシアンフィルタより劣ることがないようにする。

一般的に、ロバストフィルタがロバスト性を調整するには、どの程度の乖離まで繰り返し演算を行なうかを定めるパラメータを調整する⁶⁾¹⁰⁾。しかし、FMGF は乖離の計算や繰り返し演算を行なわないため同様の方法は適用できない。また、基本的にロバスト性とガウシアンフィルタ出力との一致性はトレードオフの関係である。FMGF でもロバスト性に関するパラメータ m の値が大きいとロバスト性は低くガウシアンフィルタとの一致性が上がり、小さいとロバスト性が高くガウシアンフィルタとの一致性が低下する。よって、単純に m の値を小さくするだけでは「ガウシアンフィルタとの特性一致」が崩れる危険性が高い。

しかし、FMGF には計測方向である x 座標毎にフィルタ結果を出力するという独立性がある。この独立性を活用し、外れ値の影響を受ける範囲の x 座標のみ、 m の値を小さくするとロバスト性強化ができると思われる。外れ値の影響を受けているかどうかの判断は、FMGF の「ガウシアンフィルタとの特性一致」を活用する。まずはガウシアンフィルタと通常の FMGF 処理を行ない、ガウシアンフィルタ出力と異なった x 座標のみ、 m の値を小さくして再演算を行なう。こうすることにより「ガウシアンフィルタとの特性一致」を維持したまま、ロバスト性だけを強化できることが期待される。

以下、第 2 章では FMGF の処理手順と特性を振り返り、ロバスト性を強化・調整する拡張方法を示す。第 3 章では、ロバスト性強化検証実験を行なう。第 4 章では FMGF の拡張に伴う処理時間の変化について実験を行い、第 5 章で全体をまとめる。

2. FMGF のロバスト性調整方法

2.1 FMGF の処理手順

FMGF の拡張方法を示す前に、まずは FMGF の処理手順を示

* 原稿受付 平成 27 年 8 月 7 日

掲載決定 平成 27 年 10 月 14 日

** 学生会員 中京大学大学院 (名古屋市中区八事本町 101-2)

*** 正 会 員 中京大学 (名古屋市中区八事本町 101-2)

† 正 会 員 富山県立大学 (富山県射水市黒河 5180)

†† 正 会 員 株式会社小坂研究所 (埼玉県三郷市鷹野 3-63)

す。図 1 の太い実線を入力データとすると、まず z 軸を Δz 間隔で離散化し、入力データに対応するセルに、データ点 1 点につき 1 となるように重みを入れる。この際、実数値である入力データに最も近い 2 つのセルに、入力データの値に応じて線形に度数を振り分ける線形補間を行なうと、離散化数が少なくても高精度に処理を行うことができる。次に、重みが入っている格子点 (x_i, z_i) を中心に 2 次元フィルタ F をかける。この 2 次元フィルタ F は、 x 方向はガウシアンフィルタ、 z 方向は 2 次 B スプラインフィルタの合成フィルタである。続いて、各 x 座標毎に重みの最高点となる z 座標を実数値で求める。これが FMGF の出力結果となる。図 2 は、図 1 の x_i の部分の断面を抽出、かつ各格子点の重みである制御点より 2 次 B スプライン曲線化した図である。重みが最大となる座標の z 値（実数）がフィルタ出力結果となる。外れ値がある場合には、 z_b 近辺の外れ値の重みの累積値よりも z_a 近辺の計測データの重みの累積値の方が大きくなり出力されるため、FMGF はロバストにふるまう。

Fig. 1 Procedure of the FMGF

Fig. 2 Output sequence of the FMGF

Fig. 3 The estimation function of the filters

2.2 FMGF 特性の理論的根拠

外れ値がない場合の出力がガウシアンフィルタと一致しながら、外れ値に対してはロバストにふるまう FMGF 特性の理論的根拠を示す。FMGF の誤差推定関数である 2 次 B スプライン基底関数の形状は、図 3 のように中心部の基本幅の範囲は量子化ガウシアンフィルタの誤差推定関数である 2 次関数と同じである（付録 A.1）。しかし、基本幅より外の範囲の関数値は 0 に収束する。よって外れ値は基本幅より外に、それ以外の正常なデータは基本幅の中に来るように基本幅を調整すると、外れ値に対してのみロバスト性を発揮し、正常なデータに対してはガウシアンフィルタと同じ出力結果を示す。なお、S. Brinkmann らのロバストガウシアンフィルタの重み関数である Beaton 関数は、基本幅内の形状もガウシアンフィルタの重み関数である 2 次関数と異なるため、ガウシアンフィルタ出力と一致しないことは理論的にも自明となる。

2.3 FMGF のロバスト性調整新手法

FMGF のロバスト性の高さは、 z 方向に適用する 2 次 B スプラインフィルタの基本幅分割数 m に依存する。この m の値が大きいとロバスト性は低くガウシアンフィルタとの一致性が上がり、小さいとロバスト性が高くガウシアンフィルタとの一致性が下がる。よって、FMGF のロバスト性の調整はこの m の値の設定が重要となる。なお、これまでの実験から、 m の値は x 座標毎に重みの存在するセルの数を計算し、そのセルの数の平均 μ と分散 σ^2 をもとに $m = \mu + 2\sigma$ で設定するとバランスの良い結果が得られる傾向がある⁹⁾。なお、処理の都合上 m の値は奇数が望ましいので、 $\mu + 2\sigma$ を超える最小の奇数に繰り上げる。

この特性を基に、一度通常の FMGF とガウシアンフィルタの処理を行なった後、両フィルタ出力を比較する。そして、ロバスト性改良 FMGF では値が異なった x 座標のみ m の値を小さくして再演算を行ない、ロバスト性を強化・調整できるようにする。これにより、ロバスト性改良 FMGF は外れ値がない場合のガウシアンフィルタとの特性一致を維持しつつ、外れ値に対してのみさらにロバスト性が強化されることが期待できる。このロバスト性改良 FMGF の処理の流れをフローチャートにすると図 4 のようになる。

Fig. 4 Flowchart of the proposed method

Fig. 5 Input data and output data of the three filters (In the case where FMGF is lower robustness than Brinkmann)

Fig. 6 The deviation of the FMGFs (various m values) and Brinkmann's robust Gaussian filter from the Gaussian filter

Fig. 7 Input data and output data of the FMGFs

一方、このロバスト性調整・強化処理を行うことにより、処理時間の増加が見込まれる。まずは通常の FMGF とガウシアンフィルタの出力結果を比較するために、ガウシアンフィルタの処理時間が加わる。しかし、ガウシアンフィルタの処理時間は FMGF の処理時間と比べて短い時間であるので増加量は小さい。また、量子化ガウシアンフィルタを用いれば、FMGF の処理途中データを用い、推定値出力プロセスの追加のみでガウシアンフィルタと同等の出力が可能である。よって、量子化ガウシアンフィルタ出力との比較処理にすれば、更に高速化が期待できる。次に、外れ値がない場合にはガウシアンフィルタ出力と比較する時間が増えるのみである。外れ値がある場合の再演算も、外れ値が 1 点のみの場合はフィルタ幅に相当する全データ数の 1/5 のみの再演算で済む。その再演算処理も、 x 方向へのガウシアンフィルタをかけるステップまでの結果をそのまま再利用できるため、処理時間増加量は多く見積もっても 1.5 倍程度であると思われる。

3. ロバスト性改良 FMGF のロバスト性強化検証実験

2 章で提案したロバスト性強化・調整を適用したロバスト性改良 FMGF のロバスト性検証実験を行なう。用いる計測データは外れ値が含まれた、外れ値部分の通常の FMGF 出力結果が S. Brinkmann らのロバストガウシアンフィルタ出力よりもガウシアンフィルタ出力に近い計測データを用いる。また、再演算時の m の値をどの程度小さくするかは、 $m = \mu + 2\sigma$ で設定された値を基準に、90%、80%、70%、60%、50% で検証を行なう。但し、FMGF の処理の都合上 m の値は奇数が望ましいため、奇数になるように調整を行なう。また、FMGF 出力とガウシアンフィルタ出力が一致しているかの判断は、わずかでも差があれば再演算の対象とする。

3.1 FMGF のロバスト性の方が低い場合

まずは、通常の FMGF のロバスト性が S. Brinkmann らのロバストガウシアンフィルタのロバスト性より低かった場合の検証を行なう。図 5 はその条件を満たすの入力データである。図 6 は、図 5 の入力データを用い得られたフィルタ出力結果とガウシアンフィルタの出力との差分である。なお、初回の m の値は 21 であったので、再演算時の m の具体値は 19 (90%)、17 (80%)、15 (70%)、13 (60%)、11 (50%) となる。なお、ガウシアンフィルタのフィルタ幅は λ_c ($L/5=1$ mm) であるので、外れ値の影響範囲は外れ値から ± 0.5 mm の範囲に留まる。まず、S. Brinkmann らのロバストガウシアンフィルタ出力は、外れ値の影響範囲外でもガウシアンフィルタの出力結果と異なっている。しかし、FMGF は再演算時の m の値が変わっても、外れ値影響範囲以外の FMGF 出力はガウシアンフィルタ出力と一致したままである。そして、 m の値が小さくなるにつれて外れ値影響範囲の FMGF 出力とガウシアンフィルタ出力との偏差が増え、ロバスト性が強くなった。 m の値が 90% の段階では、まだ S. Brinkmann らのロバストガウシアンフィルタのロバスト性の方が強い。一方、 m の値が 80% 以下になると、FMGF の方がロバスト性の方が強くなる結果が得られた。

一部区間のみロバスト性が異なると、その境界部分のフィルタ出力結果に不自然な段差が発生することが懸念される。図 7

は再演算時の m の値を 50%にした際の FMGF 出力結果を拡大したものである。 $x=2.6, 3.6$ mm あたりが境界となるが、出力結果に不自然な段差は発生していない。よって、再演算時の m の値を 50%に下げても問題のないことが確認された。

図 5 以外の入力データでも同様の結果が得られるか、図 8 のデータでも検証を行なう。なお、この場合の初回の m の値は 15 であり、10%刻みでは m の値が重複するため、再演算時の m は 13 (90%), 11 (70%), 9 (60%), 7 (50%) のみで行なう。図 9 は図 8 の入力データを用い、得られたフィルタ出力結果とガウシアンフィルタの出力との差分である。先程と同様に、外れ値影響範囲以外の FMGF 出力はガウシアンフィルタ出力と一致し

Fig. 8 Input data and output data of the three filters (In the case where FMGF is lower robustness than Brinkmann)

Fig. 9 The deviation of the FMGFs (various m values) and Brinkmann's robust Gaussian filter from the Gaussian filter

Fig. 10 Input data and output data of the FMGFs

つつ、 m の値が小さくなるにつれてロバスト性が強くなる傾向が見られた。しかし、60%と 50%では全く同じ出力結果となり、 m の値は一定まで小さくするとロバスト性が頭打ちになることが確認された。また、図 8 のデータを用いた場合、FMGF のロバスト性を最大にしても、S. Brinkmann らのロバストガウシアンフィルタとほぼ同程度であった。図 10 は再演算時の m の値を 50%にした際の FMGF 出力結果を拡大した図である。 $x=3.4, 4.4$ mm あたりが境界となるが、出力結果に不自然な段差は発生しておらず、こちらも m の値を 50%に下げても問題はなかった。

3.2 FMGF のロバスト性の方が高い場合

再演算を行なうまでもなく、元々 S. Brinkmann らのロバストガウシアンフィルタ出力結果よりも通常の FMGF 出力結果の方がロバスト性が高い場合の入力データでも同様の検証を行なう。図 11 はその条件を満たすデータである。この場合の初回の m の値は 19 であり、 m の値を各割合に下げた具体値は 17 (90%), 15 (80%), 13 (70%), 11 (60%), 9 (50%)となる。図 12 は図 11 の入力データを用い、得られたフィルタ出力結果とガウシアンフィルタの出力との差分である。3.1 章の S. Brinkmann らのロバストガウシアンフィルタよりも FMGF のロバスト性の方が低かった場合の実験と同様に、外れ値影響範囲以外の FMGF 出力はガウシアンフィルタ出力と一致しつつ、 m の値が小さくなるにつれてロバスト性が強くなる傾向が見られた。そして、図 8 と同じく、60%と 50%では全く同じ出力結果となり、 m の値は一定まで小さくするとロバスト性が頭打ちになることが確認

Fig. 11 Input data and output data of the three filters (In the case where FMGF is higher robustness than Brinkmann)

Fig. 12 The deviation of the FMGFs (various m values) and Brinkmann's robust Gaussian filter from the Gaussian filter

Fig. 13 Input data and output data of the FMGFs

された。図 13 は再演算時の m の値を 50% にした際の FMGF 出力結果を拡大した図である。 $x=1.7, 2.7$ mm あたりが境界となるが、出力結果に不自然な段差は発生しなかった。よって、元々 FMGF の方がロバスト性が強かった場合でも、 m の値を半分に下げてもロバスト性が過剰に働き出力結果がおかしくなる問題は起こらなかった。

4. ロバスト性改良 FMGF の処理時間検証実験

ロバスト性調整・強化の再演算処理により、FMGF の処理時間がどの程度変化するか検証する。用いる計測データは外れ値が 1 点のみ含まれたデータ 10 種 ($N=500$) で検証を行ない、各入力データの測定時間は 10 回計測した平均値をとる。なお、FMGF の設定は、 z 方向の離散化セル数は 50、初回処理時の基本幅分割数 m は $\mu+2\sigma$ を超える最小の奇数、再演算時の m は初回の 50% 相当になるよう設定した。比較のため、S. Brinkmann らのロバストガウシアンフィルタの処理時間も計測する。なお、S. Brinkmann らのロバストガウシアンフィルタは繰り返し演算回数により処理時間は大きく異なるため、繰り返し演算回数 (初回の通常のガウシアンフィルタと同じ処理を 1 回目としてカウントする) も併せて記録する。

表 1 は、各フィルタの処理時間を計測した結果である。ロバスト性改良 FMGF の処理時間は、通常の FMGF の処理時間と比べ平均で約 1.34 倍の処理時間を要した。しかし、S. Brinkmann らのロバストガウシアンフィルタの処理時間と比べると平均で 58% であった。S. Brinkmann らのロバストガウシアンフィルタの繰り返し演算回数が最も少なく高速であった繰り返し演算回数 3 の場合にしばって比較しても平均で 71% の処理時間で済んだ。よって、ロバスト性改良 FMGF になっても S. Brinkmann らのロバストガウシアンフィルタに対する高速処理の優位性は崩れなかった。なお、通常のガウシアンフィルタの処理時間は平均 0.129ms、量子化ガウシアンフィルタの出力処理時間は平均 0.0565ms であった。このように、比較処理用のガウシアンフィルタ処理時間は、FMGF の処理を有効活用することにより、半分以下に減らす事に成功した。

S. Brinkmann らのロバストガウシアンフィルタの計算量オーダー $O(N^3)$ に対し、FMGF の計算量オーダーは $O(N)$ である。よって、データ数 N の値が大きくなればなるほど FMGF の高速

Table 1 The processing time of filters

Data	Nomal FMGF (ms)	Proposed method (ms)	Brinkmann (ms)	Repetition calculate times
1	2.44	3.23	4.67	3
2	2.50	3.40	6.24	4
3	2.58	3.45	4.89	3
4	2.54	3.49	6.45	4
5	2.56	3.42	7.16	5
6	2.44	3.19	5.81	4
7	2.47	3.21	7.28	5
8	2.38	3.06	4.67	3
9	2.74	3.86	6.12	4
10	2.49	3.26	4.76	3
Average	2.51	3.37	5.81	3.8

優位性はさらに大きくなる。よって、今回の実験では測定データ数 N は 500 と小さかったが、実用域である $N=8000$ 以上のデータ数では、圧倒的な処理時間の差が生じることとなる。

5. 結 言

外れ値に対してのみロバスト性を発揮する FMGF のロバスト性を、ガウシアンフィルタとの一致性を崩すことなく強化する手法を提案し実験した。これにより、計測データによっては S. Brinkmann らのロバストガウシアンフィルタよりもロバスト性が低くなる問題を解決した。

ロバスト性改良 FMGF は、外れ値がない場合にガウシアンフィルタ出力との一致性を維持しながら、外れ値に対してのみ、これまで以上にロバスト性を発揮した。さらに、処理速度においても S. Brinkmann らのロバストガウシアンフィルタよりも高速であることを確認した。よって、ロバスト性改良 FMGF は従来の FMGF と同じく「ガウシアンフィルタとの特性一致」、「高速計算性」、「ロバスト性」という二次元表面性状用フィルタの三大特性の全てを達成した。どのような傾向の計測データ・外れ値で、通常の FMGF のロバスト性が S. Brinkmann らのロバストガウシアンフィルタのロバスト性より劣るかの明確な傾向は特定できていない。しかし、提案手法を用いれば、事前に計測データの傾向を確認する必要はなく、実用上の問題はない。

謝 辞

本研究は、JSPS 科研費 15K05880 の助成によって行われた。研究を遂行するにあたり、貴重な意見を賜った長岡技術科学大学柳和久教授に謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 柳和久, 原精一郎: ISO での「製品の幾何特性仕様: 表面性状」に

- 呼応して, 精密工学会誌, 69, 8 (2003) 1057.
- 2) 吉田一朗: 表面粗さ—その測定方法と規格に関して—, 精密工学会誌, 78, 4 (2012) 301.
 - 3) ISO 11562, Geometrical product specifications (GPS) — Surface Texture: Profile method — Metrological characteristics of phase correct filters, 1996.
 - 4) ISO 16610-21, Geometrical product specifications (GPS) — Filtration— Part 21: Linear profile filters: Gaussian filters, 2011.
 - 5) 原精一郎, 笹島和幸, 牛島尊之: 3 次元表面微細形状測定データにおける異常値の処理, 2005 年度精密工学会春季大会学術講演会講演論文集, (2005) 109.
 - 6) S. Brinkmann, H. Bodschiwinna and H.-W. Lemke: Assessing roughness in three-dimensions using Gaussian regression filtering, International J. of Machine Tools & Manufacture, 41, 13, (2001) 2153.
 - 7) 沼田宗敏, 藤原孝幸, 舟橋琢磨, 奥水大和, 神谷和秀, 野村俊: 高速 M 推定を用いたロバストガウシアンフィルタの提案, 精密工学会誌, 76, 6 (2010) 684.
 - 8) 近藤雄基, 沼田宗敏, 奥水大和: 高速M推定を用いたロバストガウシアンフィルタの振幅伝達特性, 精密工学会誌, 79, 7 (2013) 659.
 - 9) 近藤雄基, 沼田宗敏, 奥水大和: FMGF(高速M推定ガウシアンフィルタ)の処理時間, 2013 年度精密工学会秋季大会学術講演会講演論文集, (2013) 369.
 - 10) T.Goto, J.Miyakura, K.Umeda, S.Kadowaki, K.Yanagi: A Robust Spline Filter on the basis of L_2 -norm, Precision Engineering, 29 (2005) 157.

付 録

A.1. 量子化ガウシアンフィルタの誤差推定関数について

ガウシアンフィルタは通常, 以下の式(A.1)のように入力データ $f(x)$ とガウシアンフィルタの重み関数 $g(x)$ との畳み込み演算で処理が行われる. なお, i はフィルタ中心からの距離である.

$$f \otimes g = \sum g(i - x_i) f(x_i) \quad (\text{A.1})$$

FMGF の場合, 2.1 で説明したように z 方向に離散化し重みを入れ, その重みに 2 次元フィルタ F をかける方法で出力を求める. なお, この 2 次元フィルタ F は合成フィルタであるので, 1 次元フィルタ (x 方向: ガウシアンフィルタ, z 方向: 2 次 B スプライン基底関数) をそれぞれ独立に適用しても問題はない. 図で説明すると, 図 A.1 のように, 重みの存在するセル (グレー) に対し x 方向にガウシアンフィルタを適用する. そして, 図 A.2 のように, 各 x 座標毎に誤差推定関数として 2 次 B スプライン基底関数を畳み込み, 重みが最大値となる z 座標を求める.

ところで, 図 A.3 のように, z 方向のフィルタを 2 次 B スプライン基底関数から 2 次関数に変えてみるとどうなるだろうか. 2 次関数に変えても, 基本幅内のフィルタ形状は FMGF と全く同じとなる. この場合, 2 次元フィルタ F の処理は, x 方向にガウシアンフィルタ, z 方向へ上に凸の 2 次関数を畳み込むこととなる. そしてその後, 重みが最大値となる z 座標を実数値で求め出力する. このことは z 方向へ下に凸の 2 次関数を畳み込んで最小値を求めことに等しいので, これは最小 2 乗法を適用して z 方向の出力値を推定することに他ならない. よって各 x 座標の出力結果は, z 方向の座標値の重みの加重平均となる. そして, その値は式(A.1)のガウシアンフィルタ出力に一致する. ただし, 離散化誤差を防ぐため, 重みを入れる際に線形補間を行なう必要がある. このガウシアンフィルタと等価なフィルタを量子化ガウシアンフィルタ (Quantization Gaussian filter) と呼ぶことにする. この量子化ガウシアンフィルタの誤差推定関数は

2 次関数となる.

改めて量子化ガウシアンフィルタの処理手順を示す. まず, 図 A.1 のステップまでは FMGF と全く同じ処理を行なう. 続いて, 図 A.2 のように, 各 x 座標毎に z 方向にフィルタを適用し出力処理を行なうのは同じだが, その処理内容は異なる. 量子化ガウシアンフィルタの場合は, 各 x 座標毎に重みが存在するセルの z 座標と重みをかけた加重平均を求める. 図 A.2 中で示すと, x_i 部分にある枠の範囲毎に順に求めていくことになる. この範囲の平均値となる z 座標が推定値となる.

Fig. A.1 Common process of the FMGF and the quantization Gaussian filter

Fig. A.2 Output sequence of the FMGF and the quantization Gaussian filter

Fig. A.3 2-dimension filter F of the FMGF and the quantization Gasussian filter