多軸工作機械の幾何学的誤差を含む加工シミュレーション のための工具掃引体導出に関する研究*

－ラジラスエンドミルにおける工具掃引領域形状の分類－

荒井 航** 田中文基*** 小野里雅彦***

Study on Generating Tool Swept Volumes for Machining Simulation with Geometric Errors of Multi-Axis Machine Tools
- Classification of Shapes of Tool Swept Area for Radius Endmill -

Wataru ARAI, Fumiki TANAKA and Masahiko ONOSATO

Error characteristics of multi-axis machine tools such as geometric errors cause machined errors on machined surfaces of machined parts. To estimate the machined errors on machined parts, shapes of machined parts with machined errors should be derived in computer simulation. By representing shapes of machined parts as difference set between a workpiece and tool swept volumes, the machined errors on machined surfaces can be estimated. A tool swept volume is composed of tool swept areas on tool surfaces that form surfaces of the tool swept volume. Tool swept areas on tool surfaces change its shape depending on tool motion. In order to derive tool swept volumes without any restriction on tool motion, all shape types of tool swept areas should be classified as tool swept types for general tools in multi-axis machining. Hence, in our previous study, tool swept types of cylindrical surface (side surface of a flat endmill), tapered surface (side surface of a taper endmill) and planar surface (bottom surface of an endmill) were classified. In this paper, tool swept types of torus that represents a corner radius of a radius endmill are classified into 8 tool swept types.

Key words: machine tool, tool swept volume, classification of shapes of tool swept area, geometric errors of machine tool, machining simulation, radius endmill, multi-axis machining

1. 緒 言

多軸工作機械を用いた部品加工は、駆動軸の位置決め誤差や回転誤差、加工プロセスに起因した熱・振動により生じる誤差等の誤差特性による影響を受けるため、工作物の品質が低下する¹⁾。多軸工作機械の誤差特性による部品加工への影響は、加工形状²⁾に生じる加工誤差や、工具中心等の軌跡³⁾に生じる変化量によって表現されている。このような多軸工作機械の誤差特性による影響下で高精度な加工物を得るには、加工形状に生じる加工誤差をシミュレーションによって予測し、評価した結果に基づき工程設計を行うことが望ましい⁴⁾。仕上げ加工等の工具の回転速度が送り速度よりも十分速い加工を対象としたシミュレーションでは、回転体として近似表現された工具形状が用いられる。このとき加工形状は、工作物と、近似された工具形状の移動領域の総和を表す工具掃引体との、差集合として表現される。工具掃引体は、工具運動により新しく生成される工具掃引面と、工具パスの初期/終了位置における工具形状の境界面から構成される。工具表面上において工具掃引面を形成する領域を工具掃引領域とすると、その形状は工具運動によって曲線や面となる。そのため、多軸加工にて一般的な工具形状について、工具掃引領域の形状と、それに対応する工具運動を明らかにし、工具運動に制約なく工具掃引体を導出可能とする必要がある。また、CADのマクロ機能により、工具パス上の離散的な位置に配置した工具

形状の和集合として工具掃引体を表現する方法もあるが、加工面全体に対する評価を行う場合、工具を非常に多くの位置に配置する必要があるため、適していない。そのため、現在の主な工具掃引体に関する研究では、工具掃引領域において速度ベクトルと法線ベクトルが直交するという条件に基づいた、工具掃引領域を表す工具掃引条件式⁵⁾や、工具掃引領域の軌跡を表す Sweep-envelope differential equation(SEDE)⁶⁾が用いられている。Chiou ら⁶⁾はテーパ形状とトーラス形状から構成される回転体の工具、LiMin ら⁷⁾は不連続領域のない回転体、を対象に、工具掃引条件式を用いた掃引体導出手法を提案した。また、Bharat ら⁸⁾は、不連続領域を持たない回転体を対象に、SEDEを用いた掃引体導出手法を提案した。しかし、これらの手法は、工具軸と垂直に交わる軸回りの回転運動といった、多軸加工で一般的な工具運動における工具掃引体を導出することができない。また、回転工具の掃引体を導出可能な市販 CAD システムにおいても同様の問題がある。これに対し Seok ら⁹⁾は、フラットエンドミル側面を表す円柱に対し、工具掃引領域の形状と、それに対応する工具運動を明らかにすることで、工具運動に制約なく工具掃引体を導出可能とした。しかし、多軸加工で一般的なテーパエンドミルやラジラスエンドミルは、円柱だけでは表現できない。そのため、円錐形状(テーパエンドミル側面)、トーラス形状(ラジラスエンドミルのコーナーラジラス側面)、平面(ラジラスエンドミルの工具底面)や工具表面の法線ベクトルが不連続な領域、を対象に、工具掃引領域の形状と、それに対応する工具運動を明らかにする必要がある。以上より本研究では、工具の回転速度が送り速度に対し十分速い加工において、多軸加工にて一般的な工具を対象に、工具掃引条件の成立条件を解析するこ

* 原稿受付 平成 29 年 2 月 6 日

掲載決定 平成 29 年 5 月 31 日

** 学生会員 北海道大学大学院情報科学研究科 (北海道札幌市北区北 14 条西 9)

*** 正 会 員 北海道大学大学院情報科学研究科

とで工具掃引領域の形状と、それに対応する工具運動を工具掃引タイプとして分類し、工具動作に制限のない工具掃引体導出手法を提案する。先行研究では、図1に示すように、円柱は3種類、円錐は9種類、平面は3種類の工具掃引タイプがあることを明らかにした^{10) 11)}。本論文では、ラジラスエンドミルのコーナーラジラス側面を表すトーラス形状の工具掃引タイプを分類する。

2. 工具掃引条件に基づく工具掃引体導出

2.1 工具掃引面導出のための工具掃引条件式

工具の回転速度が送り速度よりも十分速い加工を対象としたシミュレーションでは、回転体として近似表現された工具形状が用いられる。このとき工具掃引体は、図2に示すように、工具運動に伴い新しく生成される面である工具掃引面(Tool swept surface)と、工具パスの初期・終了位置において工具掃引体の最外面に属する工具の表面(Surface of tool)で構成される。工具掃引面は、工具パスの各位置における工具表面上の工具掃引領域(Tool swept area)から構成され、工具掃引領域の形状は工具運動によって異なる。図2は、円柱とトーラスで構成される工具を、直進させながら、直進方向へ徐々に傾かせる場合を示しており、工具掃引領域の形状は、円柱では2本の曲線、トーラスでは下に凸の曲線となる。本研究では、工具表面上の工具掃引領域に生じる速度ベクトル $\mathbf{v}$ と法線ベクトル $\mathbf{n}$ が垂直に交わるという工具掃引条件(tangency condition)から得られる工具掃引条件式(1)を解くことで工具掃引領域を求め、工具掃引面を導出する。

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

これ以降、工具掃引条件の成立条件を解析し、工具掃引領域の形状と、それに対応する工具運動を工具掃引タイプとして分類する。

2.2 コーナーラジラスの形状表現と工具掃引条件式

工具形状は、工具座標系のZX平面で定義した母線を工具軸回りに回転した回転体として表現される。本論文では、ラジラスエンドミルの母線を、図3に示すように、上下のテーパを表す線分と、コーナーラジラスを表す円弧で表現する。このとき、コーナーラジラスはトーラス形状となる。工具座標系におけるコーナーラジラスの工具表面上の点への位置ベクトル $\mathbf{r}_T$ 、法線ベクトル $\mathbf{n}_T$ は、式(2)、(3)となる。なお、Tは転置を表す。

$$\mathbf{r}_T(\phi, \rho) = \begin{bmatrix} (E + R_{tc} \cos \phi) \cos \rho \\ (E + R_{tc} \cos \phi) \sin \rho \\ -(H + R_{tc} \sin \phi) \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{n}_T(\phi, \rho) = [\cos \phi \cos \rho \quad \cos \phi \sin \rho \quad -\sin \phi]^T \quad (3)$$

また、 R_{tc} は円弧の半径、 E は工具軸と円弧中心点の距離、 H は工具座標系原点と円弧中心点の距離、 ρ ($0 \leq \rho < 2\pi$)は工具軸回りの角度を表す変数、 ϕ は円弧中心点回りの角度を表す変数である。 ϕ の範囲は、トーラス上側テーパの角度を ϕ_{begin} ($\phi_{begin} \geq 0$)、下側テーパの角度を $\pi/2 - \phi_{end}$ ($\phi_{end} \leq \pi/2$)とすると、 $\phi_{begin} \leq \phi \leq \phi_{end}$ となる。なお、式(2)、(3)は、 $\phi = 0$ のとき円柱の一部、 $\phi = \pi/2$ のとき工具底面の一部を表し、先行研究^{10) 11)}にて分類済みである。これ以降、 $\phi_{begin} > 0$ 、 $\phi_{end} < \pi/2$ とし、工具掃引タイプを分類する。ここで、図4に示すように、工具表面上の点への位置ベクトル $\mathbf{r}_T$ を、その点における法線ベクトル $\mathbf{n}_T$ と工具軸方向のベクトル $\mathbf{r}_a$ を用い、式(4)として定義する。

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_T(\phi, \rho) &= \mathbf{r}_a(\phi) + m(\phi) \mathbf{n}_T(\phi, \rho) \\ &= (-H + E \tan \phi) [0 \quad 0 \quad 1]^T + \left(\frac{E}{\cos \phi} + R_{tc} \right) \mathbf{n}_T(\phi, \rho) \end{aligned} \quad (4)$$

Fig. 1 Components of tool and their tool swept types

Fig. 2 Components of tool swept volume

Fig. 3 Generating line of radius endmill

Fig. 4 Coordinate systems and vectors

Fig. 5 Overview of classifying when $\forall \phi, A(\phi) \equiv 0$ and $B(\phi) \equiv 0$

ワールド座標系を工作物座標系、ローカル座標系を工具座標系とする。式(4)で表現される位置ベクトル $\mathbf{r}_T$ の工具座標系における速度ベクトル $\mathbf{v}_T$ を、図4に示すように、工具座標系原点の平行移動速度ベクトル $\mathbf{v}_\Sigma$ 、工具座標系原点を通過する角速度ベクトル $\boldsymbol{\omega}_\Sigma$ を用い、式(5)として定義する。

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_T(\phi, \rho) &= \mathbf{v}_\Sigma + \boldsymbol{\omega}_\Sigma \times \mathbf{r}_T(\phi, \rho) \\ \begin{cases} \mathbf{v}_\Sigma = [\tau_{\Sigma x} \quad \tau_{\Sigma y} \quad \tau_{\Sigma z}]^T \\ \boldsymbol{\omega}_\Sigma = [\omega_{\Sigma x} \quad \omega_{\Sigma y} \quad \omega_{\Sigma z}]^T \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

式(1)、(3)、(4)、(5)より、工具掃引条件式(6)を得る。

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_T(\phi, \rho) \cdot \mathbf{v}_T(\phi, \rho) &= \mathbf{n}_T(\phi, \rho) \cdot (\mathbf{v}_\Sigma + \boldsymbol{\omega}_\Sigma \times (\mathbf{r}_a(\phi) + m(\phi) \mathbf{n}_T(\phi, \rho))) \\ &= \mathbf{n}_T(\phi, \rho) \cdot (\mathbf{v}_\Sigma + \boldsymbol{\omega}_\Sigma \times \mathbf{r}_a(\phi)) \\ &= A(\phi) \cos \rho + B(\phi) \sin \rho - \tau_{\Sigma z} \sin \phi = 0 \\ \begin{cases} A(\phi) = (\tau_{\Sigma x} - H \omega_{\Sigma y}) \cos \phi + E \omega_{\Sigma y} \sin \phi \\ B(\phi) = (\tau_{\Sigma y} + H \omega_{\Sigma x}) \cos \phi - E \omega_{\Sigma x} \sin \phi \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

これ以降、式(6)の $\cos \rho$ 、 $\sin \rho$ の係数 $A(\phi)$ 、 $B(\phi)$ の値に基づき、 $\forall \phi$ にて $A(\phi) \equiv 0$ 、 $B(\phi) \equiv 0$ の場合、 $\phi = \phi_{zero}$ にて $A(\phi_{zero}) = 0$ 、 $B(\phi_{zero}) = 0$ の場合、 $A(\phi)$ 、 $B(\phi)$ が同時に0とならない場合、の3つの状態にわけ、工具掃引タイプを分類する。

3. コーナーラジラスの工具掃引タイプの分類

3.1 $\forall \phi$ にて $A(\phi) \equiv 0$ 、 $B(\phi) \equiv 0$ である場合

平行移動速度ベクトル $\mathbf{v}_\Sigma$ と角速度ベクトル $\boldsymbol{\omega}_\Sigma$ が式(7)を満たすとき、式(6)において、 $\forall \phi$ にて $A(\phi) \equiv 0$ 、 $B(\phi) \equiv 0$ となる。

$$\tau_{\Sigma x} = 0, \omega_{\Sigma y} = 0, \tau_{\Sigma y} = 0, \omega_{\Sigma x} = 0 \quad (7)$$

このとき、工具掃引条件式は式(8)となる。

$$-\tau_{\Sigma z} \sin \phi = 0 \quad (8)$$

ここで、 $0 < \phi < \pi/2$ より $\sin \phi \neq 0$ であるため、図5に示すように、工具掃引タイプは $\tau_{\Sigma z} = 0$ と $\tau_{\Sigma z} \neq 0$ の2通りになる。従って、式(7)を満たし $\tau_{\Sigma z} = 0$ であるとき、工具は工具軸回りに回転し、工具掃引条件は ϕ, ρ に関わらず成立するため、コーナーラジス全体が掃引される。また、 $\tau_{\Sigma z} \neq 0$ であるとき、工具は工具軸方向に並進移動し、工具掃引条件は ϕ, ρ に関わらず成立しないため、コーナーラジスは掃引されない。

3.2. $\phi = \phi_{zero}$ にて $A(\phi_{zero}) = 0$, $B(\phi_{zero}) = 0$ である場合

平行移動速度ベクトル τ_{Σ} と角速度ベクトル ω_{Σ} が、式(7)を満たさず、 $A(\phi_{zero}) = 0, B(\phi_{zero}) = 0$ の連立方程式より得られる式(9)を満たすとき、式(10)を満たす ϕ_{zero} にて $A(\phi_{zero}) = B(\phi_{zero}) = 0$ となる。

$$\omega_{\Sigma x} \tau_{\Sigma x} + \omega_{\Sigma y} \tau_{\Sigma y} = 0 \quad (9)$$

$$\tan \phi_{zero} = \frac{\tau_{\Sigma y} + H \omega_{\Sigma x}}{E \omega_{\Sigma x}}, \left(\frac{\tau_{\Sigma x} - H \omega_{\Sigma y}}{-E \omega_{\Sigma y}} \right) \quad (10)$$

なお、 $\omega_{\Sigma x}$ と $\omega_{\Sigma y}$ は同時に0にはならない。このとき $\phi = \phi_{zero}$ では、工具掃引条件式が式(11)となる。

$$-\tau_{\Sigma z} \sin \phi = 0 \quad (11)$$

$0 < \phi < \pi/2$ の範囲では $\sin \phi \neq 0$ であるため、図6に示すように、 $\tau_{\Sigma z} = 0$ と $\tau_{\Sigma z} \neq 0$ の場合で工具掃引タイプが異なる。

式(7)を満たさず、式(9)を満たし、 $\tau_{\Sigma z} = 0$ であるとき、 $\phi = \phi_{zero}$ では $A(\phi_{zero}) = B(\phi_{zero}) = 0$ であるため、工具掃引条件は変数 ρ に関係なく成立する。よって、 $\phi = \phi_{zero}$ の工具断面を表す円が工具掃引線となる。また、 $\phi \neq \phi_{zero}$ では、 $\cos \rho, \sin \rho$ を合成した工具掃引条件式は式(12)となり、 $\sin(\rho + \mu(\phi)) = 0$ となり、 $\mu(\phi)$ は一意に定まるため、 ρ の解は2つ存在する。

$$\sqrt{A(\phi)^2 + B(\phi)^2} \sin(\rho + \mu(\phi)) = 0 \quad (12)$$

$$\mu(\phi) = \tan^{-1} \frac{\sin \mu(\phi)}{\cos \mu(\phi)} = \tan^{-1} \frac{A(\phi)}{B(\phi)}$$

よって、 $\phi \neq \phi_{zero}$ の工具断面上の2つの工具掃引点を結んだ2本の曲線が工具掃引線となる。これより、 ϕ_{begin}, ϕ_{end} と ϕ_{zero} の大小関係で、図7に示す2種類の工具掃引タイプのいずれかとなる。i) $\phi_{zero} < \phi_{begin}$ または $\phi_{end} < \phi_{zero}$ である場合、図7(a)に示すように、2本の曲線が工具掃引曲線となる。ii) $\phi_{begin} \leq \phi_{zero} \leq \phi_{end}$ である場合、図7(b)に示すように、円と2本の曲線が工具掃引線となる。

また、式(7)を満たさず、式(9)を満たし、 $\tau_{\Sigma z} \neq 0$ であるとき、工具掃引タイプ分類のため、工具掃引条件式の $\cos \rho, \sin \rho$ を合成し、式(13)を得る。

$$\sqrt{A(\phi)^2 + B(\phi)^2} \sin(\rho + \mu(\phi)) - \tau_{\Sigma z} \sin \phi = 0 \quad (13)$$

$$\mu(\phi) = \tan^{-1} \frac{\sin \mu(\phi)}{\cos \mu(\phi)} = \tan^{-1} \frac{A(\phi)}{B(\phi)}$$

ここで、 $0 < \phi < \pi/2$ の範囲では $\sin \phi \neq 0$ であるため、工具掃引条件式(13)の ρ の解の数は、付録に示すように、式(14)の値より判別できる。

$$D_{\rho}(\phi) = A(\phi)^2 + B(\phi)^2 - \{\tau_{\Sigma z} \sin \phi\}^2 \quad (14)$$

式(14)を用いた工具掃引タイプの分類は3.3.と同じ手順であるため、まとめて3.3.にて説明する。

3.3. $A(\phi), B(\phi)$ が同時に0とならない場合

3.1.また3.2.とならない場合、工具掃引条件式(6)における $A(\phi), B(\phi)$ は同時に0とならない。ここで、工具掃引タイプを分類するため、 $\cos \rho, \sin \rho$ を合成し、工具掃引条件式(15)を得る。

$$\sqrt{A(\phi)^2 + B(\phi)^2} \sin(\rho + \mu(\phi)) - \tau_{\Sigma z} \sin \phi = 0 \quad (15)$$

$$\mu(\phi) = \tan^{-1} \frac{\sin \mu(\phi)}{\cos \mu(\phi)} = \tan^{-1} \frac{A(\phi)}{B(\phi)}$$

Fig. 6 Overview of classifying when $\phi = \phi_{zero}, A(\phi_{zero}) = B(\phi_{zero}) = 0$

Fig. 7 Tool swept types of torus in Section 3.2

Fig. 8 Overview of classifying when $A(\phi) = 0$ and $B(\phi) = 0$ are not satisfied simultaneously

$0 < \phi < \pi/2$ の範囲では $\sin \phi \neq 0$ であるため、 $\tau_{\Sigma z} = 0$ と $\tau_{\Sigma z} \neq 0$ の場合で工具掃引タイプが異なる。

$\tau_{\Sigma z} = 0$ のとき、工具掃引条件式(15)にて $\sin(\rho + \mu(\phi)) = 0$ となり、 $\mu(\phi)$ は一意に定まるため、 ρ の解は2つ存在する。よって、すべての工具断面上に2つの工具掃引点が存在し、それらの工具掃引点を結んだ2本の曲線が工具掃引曲線となる。

$\tau_{\Sigma z} \neq 0$ であるとき、 $0 < \phi < \pi/2$ の範囲では $\sin \phi \neq 0$ であるため、工具掃引条件式(15)の ρ に関する解の数は、付録に示すように式(16)の値より判別することができる。

$$D_{\rho}(\phi) = A(\phi)^2 + B(\phi)^2 - \{\tau_{\Sigma z} \sin \phi\}^2 \quad (16)$$

式(6)の $A(\phi), B(\phi)$ を式(16)へ代入し、 $s = \tan(\phi/2)$, ($0 < s < 1$)の置換を行うことで、式(17)を得る。

$$D_{\rho}(s) = (s^2 - G_a s - 1)^2 + \{-(G_a^2 - 4G_b)\}s^2 \quad (17)$$

$$\begin{cases} G_a = -2E \{ H(\omega_{\Sigma x}^2 + \omega_{\Sigma y}^2) + \omega_{\Sigma x} \tau_{\Sigma y} - \omega_{\Sigma y} \tau_{\Sigma x} \} / \{ (H\omega_{\Sigma x} + \tau_{\Sigma y})^2 + (H\omega_{\Sigma y} - \tau_{\Sigma x})^2 \} \\ G_b = \{ E^2(\omega_{\Sigma x}^2 + \omega_{\Sigma y}^2) - \tau_{\Sigma z}^2 \} / \{ (H\omega_{\Sigma x} + \tau_{\Sigma y})^2 + (H\omega_{\Sigma y} - \tau_{\Sigma x})^2 \} \end{cases}$$

なお、 s と ϕ には、式(18)に示す関係がある。

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\sin \phi}{\cos \phi} = \tan^{-1} \frac{2s}{1-s^2} \quad (18)$$

ある ϕ の工具断面上での工具掃引点の数は、 $s = \tan(\phi/2)$ を代入した式(17)の値より判別できる。 $D_{\rho}(s) = 0$ のとき工具掃引点は1つ、 $D_{\rho}(s) > 0$ のとき工具掃引点は2つ存在し、 $D_{\rho}(s) < 0$ のとき工具掃引点は存在しない。式(17)は、第1項 $(s^2 - G_a s - 1)^2$ の値が0以上であるため、第2項の係数を $G_{12} = -(G_a^2 - 4G_b)$ とすると、 $G_{12} > 0$, $G_{12} = 0$, $G_{12} < 0$ の場合で値が異なる。よって、図8に示すように3つの場合に分け、工具掃引タイプの分類を行う。なお、3.2.にて $\tau_{\Sigma z} \neq 0$ となる場合、 $G_{12} < 0$ となる。

はじめに、 $G_{12} > 0$ であるとき、 $\phi_{begin} \leq \phi \leq \phi_{end}$ では $D_{\rho}(s) > 0$ のため、各工具断面上には工具掃引点が2つ存在する。よって、

それらの工具掃引点を結んだ2本の曲線が工具掃引曲線となる。

次に、 $G_{12} = 0$ であるとき、式(17)における第1項 $s^2 - G_a s - 1 = 0$ の解 $s_{\text{one}} (s_{\text{one}} > 0)$ では $D_\rho(s_{\text{one}}) = 0$ となり、式(18)へ s_{one} を代入し得られる ϕ_{one} の工具断面には工具掃引点が1つ存在する。また、 $s \neq s_{\text{one}}$ では $D_\rho(s) > 0$ のため、工具断面には工具掃引点が2つ存在する。これより、 ϕ_{begin} 、 ϕ_{end} と ϕ_{one} の大小関係で、図9に示す4つの工具掃引タイプのいずれかとなる。i) $\phi_{\text{one}} < \phi_{\text{begin}}$ または $\phi_{\text{end}} < \phi_{\text{one}}$ であるとき、 $\phi_{\text{begin}} \leq \phi \leq \phi_{\text{end}}$ のすべての範囲で $D_\rho(s) > 0$ となる。よって、図9(a)に示すように、各工具断面上には工具掃引点が2つ存在し、それらを結ぶ2本の曲線が工具掃引曲線となる。ii) $\phi_{\text{begin}} < \phi_{\text{one}} < \phi_{\text{end}}$ であるとき、 $\phi_{\text{begin}} \leq \phi < \phi_{\text{one}}$ 、 $\phi_{\text{one}} < \phi \leq \phi_{\text{end}}$ の範囲では $D_\rho(s) > 0$ となり、工具断面上に2点の工具掃引点が存在する。また、 $\phi = \phi_{\text{one}}$ では $D_\rho(s_{\text{one}}) = 0$ となり、工具断面上に1点の工具掃引点が存在する。これより、図9(b)に示すように、 ϕ_{one} の位置で交差する2本の曲線が工具掃引線となる。iii) $\phi_{\text{one}} = \phi_{\text{end}}$ であるとき、 $\phi_{\text{begin}} \leq \phi < \phi_{\text{end}}$ では $D_\rho(s) > 0$ となり工具断面上に2点の工具掃引点が存在する。また、 $\phi = \phi_{\text{one}}$ では $D_\rho(s_{\text{one}}) = 0$ となり工具断面上に1点の工具掃引点が存在する。これより、図9(c)に示すように、下に凸の曲線が工具掃引線となる。iv) $\phi_{\text{one}} = \phi_{\text{begin}}$ であるとき、 $\phi_{\text{begin}} < \phi \leq \phi_{\text{end}}$ では $D_\rho(s) > 0$ となり工具断面上に2点の工具掃引点が存在し、 $\phi = \phi_{\text{begin}}$ では $D_\rho(s_{\text{one}}) = 0$ となり工具断面上に1点の工具掃引点が存在する。これより、図9(d)に示すように、上に凸の曲線が工具掃引線となる。

最後に、 $G_{12} < 0$ であるとき、式(17)を2次式 $D_1(s)$ 、 $D_2(s)$ の積である式(19)へ変形し、工具掃引タイプを分類する。

$$D_\rho(s) = D_1(s) \cdot D_2(s) \\ = \left\{ (s^2 - G_a s - 1) + \sqrt{G_a^2 - 4G_b s} \right\} \\ \cdot \left\{ (s^2 - G_a s - 1) - \sqrt{G_a^2 - 4G_b s} \right\} \quad (19)$$

なお、 $D_1(s)$ 、 $D_2(s)$ は下に凸であり、式(19)より、 $0 < s (0 < \phi)$ において $D_1(s) > D_2(s)$ である。また、どちらも $s = 0$ で値が-1となるため、 $D_1(s) = 0$ 、 $D_2(s) = 0$ の2つの解は $s > 0$ と $s < 0$ の範囲に1つずつ存在する。ここで、 $s > 0$ における $D_1(s) = 0$ の解を s_{ans1} 、 $D_2(s) = 0$ の解を s_{ans2} とする。また、 s_{ans1} 、 s_{ans2} を式(18)へ代入したときの値を、 ϕ_{ans1} 、 ϕ_{ans2} とする。 ϕ 、 s 、 $D_1(s)$ 、 $D_2(s)$ 、 $D_\rho(s)$ と工具掃引点の関係を表1に示す。 $D_1(s)$ は $s = s_{\text{ans1}}$ を境に、 $D_2(s)$ は $s = s_{\text{ans2}}$ を境に、値が負から正となる。これらより、 $0 \leq s < s_{\text{ans1}}$ にて $D_\rho(s) > 0$ 、 $s = s_{\text{ans1}}$ にて $D_\rho(s) = 0$ 、 $s_{\text{ans1}} < s < s_{\text{ans2}}$ にて $D_\rho(s) < 0$ 、 $s = s_{\text{ans2}}$ にて $D_\rho(s) = 0$ 、 $s > s_{\text{ans2}}$ にて $D_\rho(s) > 0$ となる。よって、工具断面における工具掃引点の数は、 s の増加に伴い、2, 1, 0, 1, 2の順に変化する。以上より、 ϕ_{begin} 、 ϕ_{end} 、 ϕ_{ans1} 、 ϕ_{ans2} の大小関係で、図10に示す工具掃引タイプのいずれかとなる。i) $\phi_{\text{end}} < \phi_{\text{ans1}}$ または $\phi_{\text{begin}} > \phi_{\text{ans2}}$ であるとき、 $\phi_{\text{begin}} \leq \phi \leq \phi_{\text{end}}$ では $D_\rho(s) > 0$ となり、全ての工具断面上に2点の工具掃引点が存在する。これより、図10(a)、(b)に示すように、それらの工具掃引点をつなぐ2本の曲線が工具掃引線となる。ii) $\phi_{\text{begin}} \leq \phi_{\text{ans1}}$ かつ $\phi_{\text{ans2}} \leq \phi_{\text{end}}$ であるとき、 $\phi_{\text{begin}} < \phi < \phi_{\text{ans1}}$ 、 $\phi_{\text{ans2}} < \phi < \phi_{\text{end}}$ では $D_\rho(s) > 0$ となるため工具断面上に2点の工具掃引点が存在し、 $\phi = \phi_{\text{ans1}}$ 、 ϕ_{ans2} では $D_\rho(s) = 0$ となるため工具断面上に1点の工具掃引点が存在する。また、 $\phi_{\text{ans1}} < \phi < \phi_{\text{ans2}}$ では $D_\rho(s) < 0$ となるため掃引されない。これより、図10(c)に示すように、上下に凸の2本の曲線が工具掃引線となる。iii) $\phi_{\text{begin}} \leq \phi_{\text{ans1}}$ かつ $\phi_{\text{end}} < \phi_{\text{ans2}}$ であ

Fig. 9 Tool swept types of torus in $G_{12} = 0$ of Section 3.3

Table 1 Number of tool swept points in $0 < \phi < \pi/2$

ϕ	0	$\rightarrow$	ϕ_{ans1}	$\rightarrow$	ϕ_{ans2}	$\rightarrow$
s	0	$\rightarrow$	s_{ans1}	$\rightarrow$	s_{ans2}	$\rightarrow$
$D_1(s)$	-1	< 0	= 0		> 0	
$D_2(s)$	-1	< 0	< 0	< 0	= 0	> 0
$D_\rho(s)$	= 1	> 0	= 0	< 0	= 0	> 0
Number of tool swept points	2	2	1	0	1	2

Fig. 10 Tool swept types of torus in $G_{12} < 0$ of Section 3.4

るとき、 $\phi_{\text{begin}} \leq \phi < \phi_{\text{ans1}}$ では $D_\rho(s) > 0$ となるため工具断面上に2点の工具掃引点が存在し、 $\phi = \phi_{\text{ans1}}$ では $D_\rho(s_{\text{ans1}}) = 0$ となるため工具断面上に1点の工具掃引点が存在する。また、 $\phi_{\text{ans1}} < \phi \leq \phi_{\text{end}}$ は $D_\rho(s) < 0$ となり掃引されない。これより、図10(d)に示すように、下に凸の曲線が工具掃引線となる。iv) $\phi_{\text{ans1}} < \phi_{\text{begin}}$ かつ $\phi_{\text{ans2}} \leq \phi_{\text{end}}$ であるとき、 $\phi_{\text{ans2}} < \phi \leq \phi_{\text{end}}$ では $D_\rho(s) > 0$ となるため工具断面上に2点の工具掃引点が存在し、 $\phi = \phi_{\text{ans2}}$ では $D_\rho(s_{\text{ans2}}) = 0$ となるため工具断面上に1点の工具掃引点が存在する。また、 $\phi_{\text{begin}} \leq \phi < \phi_{\text{ans2}}$ は $D_\rho(s) < 0$ となり掃引されない。これより、図10(e)に示すように、上に凸の曲線が工具掃引線となる。v) $\phi_{\text{ans1}} < \phi_{\text{begin}}$ かつ $\phi_{\text{end}} < \phi_{\text{ans2}}$ であるとき、 $\phi_{\text{begin}} \leq \phi \leq \phi_{\text{end}}$ では $D_\rho(s) < 0$ となり、図10(f)に示すように、工具断面上に工具掃引点は無く、掃引されない。

4. ケーススタディ

ケーススタディにより、工具運動を表す平行速度ベクトル $\mathbf{r}_\Sigma$ と角速度ベクトル $\boldsymbol{\omega}_\Sigma$ から、提案手法による工具掃引タイプ判別、工具掃引領域導出を行い、工具運動に対し工具掃引領域が正しく得られることをグラフィクス表示により確認することで、提案手法の有効性を示す。ケーススタディでは、図3に示す母線で表現されるラジラスエンドミル($R = 10 \text{ mm}$, $R_{\text{tc}} = 5 \text{ mm}$, $\phi_{\text{begin}} = 1.25 \text{ deg}$, $\phi_{\text{end}} = 88.75 \text{ deg}$, $L = 40 \text{ mm}$)のコーナーラジラスを対象に、CAYXZ型の5軸工作機械にて表2に示す2つの指令を実施する際の工具掃引タイプの判別と工具掃引領域

の導出を行う。なお、判別・導出は、分割した工具パスの離散的な各位置にて行う。また、指令1では、形状創成理論⁹⁾における定義に基づき、Y軸方向の並進駆動軸、A軸回りの回転駆動軸、Y, A駆動軸間、に生じる幾何学的誤差を考慮した。誤差量は工具運動計算の簡化のため表3に示すように固定値とする。なお、 α, β, γ は駆動軸におけるX, Y, Z軸回りの角度誤差量、 $\delta_x, \delta_y, \delta_z$ は駆動軸におけるX, Y, Z軸方向への位置決め誤差量を表す。指令1によるコーナーラジエンスの運動を図11(a), (b)に、指令2によるコーナーラジエンスの運動を図12(a), (b)に示す。また、指令1における工具掃引領域を図11(c), (d)に、指令2における工具掃引領域を図12(c), (d)に示す。なお、図11(a), (c), 図12(a), (c)はコーナーラジエンス側面から見た図であり、図11(b), (d), 図12(b), (d)は底面から見た図である。指令1では、下に凸の曲線が工具掃引領域として導出される。指令2では、円と2本の曲線が工具掃引領域として導出される。2つのケーススタディについて、工具動作と導出される工具掃引領域を比較すると、工具運動に対し正しく工具掃引領域が導出できていることがわかる。なお、提案手法は誤差量が動的に変化する場合でも、平行速度ベクトル $\mathbf{t}_s$ と角速度ベクトル $\mathbf{\omega}_s$ が求まるので、工具掃引タイプ判別と工具掃引領域導出が可能である。

5. 結 言

本研究では、多軸加工における一般的な工具形状を対象に、工具掃引条件の成立条件を解析することで、工具掃引領域の形状と、それに対する工具運動を工具掃引タイプとして分類している。本論文では、ラジエンスエンドミルのコーナーラジエンス部分を表すトーラス形状に対し、工具掃引条件式より工具掃引タイプの判別式を求め、8つの工具掃引タイプがあることを明らかにした。これにより、任意の工具運動における工具掃引領域の形状を判別可能となる。またケーススタディにて、幾何学的誤差を含む場合と含まない場合の多軸加工を対象に、ラジエンスエンドミルのコーナーラジエンス側面の工具掃引タイプの判定と工具掃引領域の導出を行った。また、工具運動と工具掃引領域を比較することで、正しく工具掃引領域が導出されていることを確認した。今後の課題として、工具表面の法線ベクトルが不連続な領域に対する工具掃引タイプの分類や、各工具掃引タイプに対する工具掃引体導出手法の提案が挙げられる。

付 録

工具掃引条件式(A1)に対し、 $q = \tan\{(\rho + \mu(\phi))/2\}$ の置換を行うと、変数 q に関する方程式(A2)を得る。

$$\sqrt{A(\phi)^2 + B(\phi)^2} \sin(\rho + \mu(\phi)) + C(\phi) = 0$$

$$\mu(\phi) = \tan^{-1} \frac{\sin \mu(\phi)}{\cos \mu(\phi)} = \tan^{-1} \frac{A(\phi)}{B(\phi)} \quad (A1)$$

$$\frac{C(\phi)q^2 + 2\sqrt{A(\phi)^2 + B(\phi)^2}q + C(\phi)}{1 + q^2} = 0 \quad (A2)$$

式(A2)について、 $q \in \mathbb{R}$ より、式(A2)の解は、式(A2)の分子部分から得られる。また、 $q \in \mathbb{R}$ 、 $0 \leq \rho < 2\pi$ より、 q が定まるとき、 ρ は一意に定まる。以上より、 $C(\phi) \neq 0$ のとき、工具掃引条件式(A1)の ρ に関する解の数は、式(A2)の分子部分である q に関する2次方程式の判別式(A3)の値より判別することができる。

$$D_\rho(\phi) = A(\phi)^2 + B(\phi)^2 - C(\phi)^2 \quad (A3)$$

なお、 $D_\rho(\phi) = 0$ のとき ρ の解は1つ存在し、 $D_\rho(\phi) > 0$ のとき ρ の解は2つ存在し、 $D_\rho(\phi) < 0$ のとき ρ の解は存在しない。

Table 2 Operations for case studies

Operation		X mm	Y mm	Z mm	A deg	C deg
1	Start	-5	-5	30	10	-3
	End	5	-20	33	-10	3
2	Start	0	0	40	-25	45
	End	0	0	40	25	45

Table 3 Error parameters for case studies

Axis	α deg	β deg	γ deg	δ_x mm	δ_y mm	δ_z mm
Y	0.01	0.07	0.09	0.04	0.08	0.03
A	0.05	0.07	0.06	-	-	-
Y - A	0.07	0.07	0.06	0.03	0.02	0.02

Fig. 11 Results of deriving tool swept profile curves of Operation 1

Fig. 12 Results of deriving tool swept profile curves of Operation 2

参 考 文 献

- 1) 稲崎一郎, 岸浪建史, 坂本重彦, 杉村延広, 竹内芳美, 田中文基: 工作機械の形状創成理論 —その基礎と応用—, 養賢堂, (1997).
- 2) 成田浩久, 白瀬敬一, 若松栄史, 荒井栄司: ヴァーチャルマシニングシミュレータを用いた NC プログラムの評価と修正, 日本機械学会論文集(C 編), 66, 648 (2000) 401.
- 3) Mohsen S., Behrooz A., Mohsen H.: Dimensional and geometrical errors of three-axis CNC milling machines in a virtual machining system, Computer-aided design, 45 (2016) 1306.
- 4) Wang W. P. and Wang K. K.: Geometric modeling for swept volume of moving solids, IEEE Computer Graphics and Applications, 6, 12 (1986) 8.
- 5) D. Blackmore, M. C. Leu and L. P. Wang: The sweep-envelope differential equation algorithm and its application to NC machining verification, Computer Aided-Design, 29 (1997) 629.
- 6) C. -J. Chiou, Y. -S. Lee: Swept surface determination for five-axis numerical control machining, International Journal of Machine Tools & Manufacture, 42 (2002) 1497.
- 7) LiMin Z., Gang Z., Han D.: Formulating the swept envelope of rotary cutter undergoing general spatial motion for multi-axis NC machining, International Journal of Machine Tools & Manufacture, 49 (2009) 199.
- 8) Seok W. L., Andreas N.: Complete swept volume generation, Part I: Swept volume of piecewise C1-continuous cutter at five-axis milling via Gauss map, Computer-Aided Design, 43 (2011) 427.
- 9) Bharat A., Jinesh M., Milind S.: Local and global analysis of parametric solid sweeps, Computer Aided Design, 31 (2014) 294.
- 10) Wataru ARAI, Fumiki TANAKA and Masahiko ONOSATO: Tool swept types analysis based on tangency condition for generating tool swept volumes of generalized tool, Proceedings of ISFA 2016 (2016).
- 11) 荒井 航, 田中文基, 小野里雅彦: 誤差を伴う多軸加工における工具掃引曲線を用いた工具掃引体導出手法の提案(第4報) ラジエンスエンドミル工具底面の工具掃引状態分類, 精密工学会秋季学術講演会論文集 (2016) 685.