変位計測干渉計 (正弦波周波数／位相変調干渉法)*

Displacement Measuring Optical Interferometer (Sinusoidal Frequency/Phase Modulation Interferometer)

明田川正人**

Masato AKETAGAWA

Key words interferometer, displacement, interpolation, sinusoidal frequency/phase modulation

1. はじめに

精密工学・微細加工・ナノテクノロジーの進展にともない変位計測の重要性はますます増している。いずれピコメートル程度までの分解能が求められると予想する¹⁾。レーザを光源とする干渉計は、その周波数(波長)がメートル標準にトレーサブルでありかつ安定であればこれら分野での変位計測センサとして十分利用可能である。変位計測干渉計は光源レーザの波長が基本単位であるが、これ以下の変位を算出するには位相補間法が重要である¹⁾。正弦波周波数／位相変調を用いた干渉計が以前から報告されている²⁾³⁾。著者らはこの変調法が上の分野の変位計測に適用できると考え、この変調法を用いた変位計測干渉計を開発している。本報告では著者らの行った正弦波周波数／位相変調変異計測干渉計を簡単に紹介する。

2. 正弦波周波数／位相変調干渉法

2.1 正弦波周波数／位相変調干渉法の原理

図1と2にマイケルソン型の正弦波周波数／位相変調干渉計を示す。図1は光源レーザ(外部共振型レーザダイオード:ECLD)の周波数を正弦波状に変調して干渉計に入射させる。図2ではレーザ光源(He-Neレーザ)から出射した光の位相を電気光学素子(EOM)で正弦波状に位相変調させ干渉計に入射させる。どちらの干渉計でも参照アーム(Reference Mirror)と計測アーム(Target Mirror)から戻った光の干渉信号 $I(t)$ は次の式(1)で与えられる⁴⁾⁻⁶⁾。

なお、この手法は回折格子干渉計でも適用可能である⁴⁾。

$$I(t) = |E_r|^2 + |E_m|^2 + 2E_r E_m \cos\left(\phi_0 + \frac{4\pi n \Delta L}{\lambda_0} + m \sin \omega_m t\right)$$

(1)

ここで E_r , E_m , ϕ_0 , ΔL , λ_0 , n , m , ω_m はそれぞれ、参照アームと計測アームの光電場、干渉計初期位相、可動鏡変位、光源の真空中での波長、空気屈折率、変調深さ、変調角周波数を表す。周波数変調の場合、変調深さは周波数変調幅と干渉計光路差によって変化する。図2のようにEOMを干渉計入口に置いた場合、変調深さはEOMに印加するAC電圧振幅と干渉計光路差によって変化する。式(1)をベッセル関数⁷⁾によって変形すると次の式を得る。なお、簡単化のために式(1)の初期位相 ϕ_0 を0としたが、実用上問題は生じない。

$$I(t) = |E_r|^2 + |E_m|^2 + 2E_r E_m \cos\left(\frac{4\pi n \Delta L}{\lambda_0}\right) \left(J_0(m) + 2\sum_{k=1}^{\infty} J_{2k}(m) \cos 2k\omega_m t \right)$$

図1 正弦波周波数変調干渉計 HWP: 半波長板 QWP: 1/4 波長板 PZT: 圧電素子ステージ

図2 正弦波位相変調干渉計 HWP: 半波長板 QWP: 1/4 波長板 PZT: 圧電素子ステージ

*原稿受付 令和元年5月21日

**正会員 長岡技術科学大学大学院機械創造工学専攻(新潟県長岡市上富岡町1603-1)

$$+2E_rE_m \sin\left(\frac{4\pi n\Delta L}{\lambda_0}\right) \{2\sum_{k=0}^{\infty} J_{2k+1}(m) \sin(2k+1)\omega_m t\} \quad (2)$$

ここで、 k 、 $J_n(m)$ はそれぞれ整数と n 次 (n : 整数) のベッセル関数である。式 (2) は周波数あるいは位相を正弦波状に変調した場合、その干渉信号は変調周波数の高調波成分を多数含むことを示す。また、干渉計移動ミラーの変位成分を示す位相項 ($4\pi n\Delta L/\lambda_0$) は偶数高調波のときは $\cos$ 項として偶数倍高調波の振幅に、奇数高調波のときは $\sin$ 項として奇数倍高調波の振幅に含まれることが分かる。この $\cos$ 項と $\sin$ 項を同時に、例えば変調周波数の 2 倍と 3 倍の高調波をロックイン検波で得れば、リサーチ円¹⁾⁸⁾を描くことができ位相補間が可能となる^{4)~6)}。

なお、LD の周波数変調および EOM の位相変調には変調信号と同期する 1 倍高調波の残留振幅成分 (RAM) が混入する場合があります⁹⁾、この影響を低減するために著者らは 2 倍 3 倍高調波を選択している。

2.2 X 線干渉計と走査型トンネル顕微鏡への応用

通常の干渉計出力、例えばシングルパスのマイケルソン干渉計では隣接する暗縞間の距離は正確に半波長である。ただし、通常の干渉計出力にはオフセット成分が必ず混じるので暗縞を正確に決めることはできない。式 (2) において変調周波数と同じ周波数成分をロックイン検波（または干渉信号の微分処理）で取り出すと、その出力 I_ω は、

$$I_\omega = 4E_rE_mJ_1(m) \sin\left(\frac{4\pi n\Delta L}{\lambda_0}\right) \quad (3)$$

となり暗縞位置はゼロクロス法により決定できる。変調深さ m を調整して 1 次のベッセル関数 $J_1(m)$ を大きく選べば信号雑音比を向上させることができる。式 (3) は隣接する暗縞間距離を正確に（波長／整数）（例えば 4 パス差動型干渉計で隣接暗縞間距離は波長／16）として、ピコメートルオーダで正確に決定できることを示している。これは位相変調ホモダイン干渉計 (PMHI)¹⁰⁾ として提案され、シリコンの格子間隔を決定する X 線干渉計に応用された¹¹⁾。

著者らはグラファイト結晶格子表面の格子間隔を走査型トンネル顕微鏡 (STM) で捉え、これを基準とする長さ測定を提案している¹²⁾。STM と PMHI を組み合わせグラファイト結晶の格子間隔を決定した¹²⁾。図 3 にグラファイト格子像 (a) と PMHI (4 パス差動型干渉計で隣接暗縞間距離は波長／16 = 633 nm / 16 = 39.6 nm) の干渉縞 (b) (図では点 A-B 間が 12 暗縞間距離) を示す¹³⁾。同図 (a) と (b) の点 A-B 間の格子数（およそ 1927.2 個）と干渉計より割り出した暗縞間距離（およそ 39.6 nm × 12 = 474.7 nm）を比較し格子間隔を決定する。格子間隔の計数は 1/10 まで目視で行った。格子間隔は 246.3 pm で、合成不確かさは 0.1 pm であった。X 線干渉計によるシリコン格子定数の決定（約 10^{-9} の計測不確かさ）および著者らの実験では、正弦波位相変調を基本原理とする PMHI は大変有用であることを示す。

図3 グラファイト結晶表面のSTM画像 (a) とPMHI干渉計の出力 (b)

図4 ヨウ素周波数安定化LDとそれを光源とする変位計測マッハツエンダ型干渉計

2.3 レーザダイオードの周波数安定化と変位計測

レーザダイオード (LD) は低コストで長寿命であるが、周波数安定性が低く変位計測干渉計には不向きであった。

著者らは、LD に正弦波周波数／位相変調を加えてその中心周波数をヨウ素の吸収線にロックして周波数安定性を 10^{-11} 程度まで高め、かつこれを光源とする変位計測干渉計を開発した⁵⁾⁶⁾。図 4 は EOM を用いて 633 nm 帯 LD 光を位相変調し、その中心周波数をヨウ素の飽和吸収線にロックしかつ変位計測を行った実験系を示す¹⁴⁾。

ECLD から出射した光は、偏光ビームスプリッタ 1 (PBS1) で分けられ透過光は音響光学素子 (AOM) を経由してヨウ素セルへポンプ光として入射し、反射光はビームスプリッタ 1 (BS1) に入射する。この BS1 で光は分けられ反射光はマッハツエンダ型干渉計の計測アームに、透過光は EOM を経由してさらに BS2 で分けられる。この BS2 での反射光はヨウ素セルへのプローブ光になり、透過光はマッハツエンダ型干渉計の参照アームに入射する。ヨウ素セルのポンプ光とプローブ光は同軸でかつ逆向きに進行し、プローブ光の一部が光検出器 1 (APD1) に入射する。その出力信号を位相変調と同期したロックイン検出を行い、ヨウ素の飽和吸収線を零位法で特定し、それが常にゼロとなるように PID コントローラーで ECLD の中心波長を制御する。一方、マッハツエンダ型干渉計の計測アームには圧電素子 (PZT) で駆動する可動鏡 (図では Target mirror) が置かれる。干渉計出力は光検出器 2

図5 正弦波位相変調干渉計で得た変位、静電容量型センサとの出力比較 (a) とその差 (b)

(APD2) で電圧信号に変換され変調周波数の2倍と3倍高調波によってロックイン検出される。式(2)よりロックイン検出された2倍高調波成分 $I_{2\omega}$ と3倍高調波成分 $I_{3\omega}$ は次になる。

$$I_{2\omega} = 4E_r E_m J_2(m) \cos\left(\frac{4\pi n \Delta L}{\lambda_0}\right) \quad (4)$$

$$I_{3\omega} = 4E_r E_m J_3(m) \sin\left(\frac{4\pi n \Delta L}{\lambda_0}\right) \quad (5)$$

図4の構成では変調深さ m はEOMに印加される電圧のみで決定可能であり⁶⁾、2次3次のベッセル関数が等しくなる ($J_2(m) = J_3(m)$) ように m を選べば ($m = 3.77$ rad), 2倍3倍成分の振幅は等しくかつ位相が 90° 異なるので、変位計測 (位相計測) にリサージュ円を利用できる。図4のPZTに三角波変位を与えたときの変位を求めた例を図5に示す¹⁴⁾。同時に静電容量型センサでステージの変位を取得し比較した。図5(a)は両者を示し、同図(b)ではその差を示す。サブナノメートルオーダの不確かさで変位計測ができていることが分かる。

周波数安定化であるが、EOM変調光に含まれるRAMを低減する能動制御を行ったところ、1000sサンプリング時間でおおよそ 3.7×10^{-11} の周波数安定性を得た¹⁵⁾。これは商用のヨウ素周波数安定化He-Neレーザ¹⁶⁾とほぼ同等な性能である。

2.4 2次元面内変位計測への応用

正弦波周波数／位相変調干渉計の位相復調には著者らはロックインアンプを用いた。ロックインアンプは高コストになるので、著者らはロックインアンプを用いない位相復調法を提案した¹⁷⁾。干渉計出力に2次元光検出器 (カメラ) を置きこの手法を適用することで、2次元面内変位計測を可能とした。

図6 正弦波周波数／位相変調干渉計信号に含まれる0～3倍高調波成分の時間変化

図7 画像データへの適用. 各ピクセルごとに式(7)(8)の計算を行う

図6に正弦波周波数／位相変調法で得られる干渉信号の変調信号の0～3倍高調波成分の時間変化を示す¹⁷⁾。図中黒点で示す $a_0 \sim a_3$ および $b_0 \sim b_5$ はそれぞれ2倍波と3倍波の最大値／最小値を示す。また、図中の周期 T_m は変調信号の周期である。これらの点を変調信号と同期させてデータ収集する。具体的には変調周波数の12倍高調波と同期させてデータ収集を行う。次のような簡単な加減演算で2倍高調波成分 $I_{2\omega}$ と3倍高調波成分 $I_{3\omega}$ が計算できる。

$$a_0 - a_1 + a_2 - a_3 = 4I_{2\omega} = 16E_r E_m J_2(m) \cos\left(\frac{4\pi n \Delta L}{\lambda_0}\right) \quad (6)$$

$$b_0 - b_1 + b_2 - b_3 + b_4 - b_5 = 6I_{3\omega} = 24E_r E_m J_3(m) \sin\left(\frac{4\pi n \Delta L}{\lambda_0}\right) \quad (7)$$

4次以降の高調波とのクロストークを見ると式(6)は6次高調波成分 $I_{6\omega}$ が混ざり次のようになる。

$$\begin{aligned} a_0 - a_1 + a_2 - a_3 &= 4(I_{2\omega} + I_{6\omega}) \\ &= 16E_r E_m \{J_2(m) + J_6(m)\} \cos\left(\frac{4\pi n \Delta L}{\lambda_0}\right) \end{aligned} \quad (8)$$

図8 正弦波位相変調干渉計による可動鏡全体の面内変位計測

図9 図8の(60, 60)ピクセルの変位の時間変化

変調深さ m を 3.14 rad とすると式(7)(8)の $\cos$ 項と $\sin$ 項の振幅の大きさが等しくなりリサージュ円を利用できる。また、このとき7次以降の高調波成分は無視できる。したがって、式(7)(8)右辺の最大値／最小値の加減演算により可動鏡の変位を計算できる。もちろん変調深さ m は任意の値でもベッセル関数の値が判明すれば、これを補正してリサージュ円を描くことはできる。

図7にこの手法を画像データに適用する場合の計算法を示す¹⁷⁾。変調信号の12倍高調波のクロックで画像を取得し、各画像のピクセルごとに式(7)(8)の計算を行い、各ピクセルごとにリサージュ円を描けば2次元面内変位の計算が可能である。ただし、この手法は変調周波数以下（およそ $1/5 \sim 1/10$ ）の速さの現象を計測していることに注意を払う必要がある。図8に正弦波位相変調干渉計の可動鏡全体の面内変位を検出した事例を示す。実験条件は、変調周波数 15 kHz （カメラフレームレート 180 kframe/s ）、フレーム 240000 枚、変調深さ 1.12 rad 、解像度 128×128 ピクセル（1ピクセル： $20 \mu\text{m} \times 20 \mu\text{m}$ ）、可動鏡三角波変位 $1.5 \mu\text{m}/1 \text{ Hz}$ とした。ベッセル関数の値を求めリサージュ

円を補正して変位を決定した。図に示すように可動鏡全体の2次元変位を観察することができた。

図9に画像のほぼ真ん中の(60, 60)ピクセルの変位の時間変化を示す¹⁸⁾。振幅変調の影響と思われる周期誤差が観察されるが、三角波変位を捉えていることが分かる。ただし、現在のカメラの各ピクセルのダイナミックレンジが8～12 bit クラスであり、これが最終的に面内変位の分解能を制限する。このダイナミックレンジでの面内変位分解能はナノメートルオーダーと予想している。より高いダイナミックレンジ（～16 bit）のカメラが望ましい。

3. おわりに

正弦波周波数／位相変調干渉計による変位（1次元変位と2次元面内変位）を得る手法を簡単に紹介した。この手法は回折格子干渉計でも適用可能である。特定の変調深さを選ぶと位相同期ループを用いた位相補間法が可能であるが、この位相補間法を回折格子干渉計に適用した事例がある¹⁹⁾。著者らはこれを任意の変調深さでも適用できるように研究開発を行っている²⁰⁾。

最後に干渉計計測では、環境によるノイズをどれだけ減少安定させるかがキーポイントである。空気屈折率の変動・床振動・音響などは容易にサブナノメートルレベルの外乱を引き起こす。アップの原理などの順守も必要である。

参考文献

- 1) 明田川正人：ピコメートルオーダー分解能変位計測技術，精密工学会誌，**85**（2019）318.
- 2) 佐々木修己，柳内敏男：正弦波位相変調干渉法，光学，**15**（1986）25.
- 3) A. Dandridge, A. Tveten and T. Giallorenzi: Homodyne demodulation scheme for fiber optic sensors using phase generated carrier, IEEE Journal of Quantum Electronics, **18**（1982）1647.
- 4) M. Madden, M. Aketagawa, T. Kumagai, Y. Maeda and E. Okuyama: Concurrent measurement method of spindle radial, axial and angular motions using concentric circle grating and

- phase modulation interferometers, Meas. Sci. Technol, **25** (2014) 094005.
- 5) T.T. Vu, M. Higuchi and M. Aketagawa: Accurate displacement-measuring interferometer with wide range using an I2 frequency-stabilized laser diode based on sinusoidal frequency modulation, Meas. Sci. Technol., **27** (2016) 105201.
 - 6) Quang Anh Duong, Thanh Tung Vu, M. Higuchi, D. Wei and M. Aketagawa: Iodine-frequency-stabilized laser diode and displacement-measuring interferometer based on sinusoidal phase modulation, Meas. Sci. Technol., **29** (2018) 065204.
 - 7) 例えば, 犬井鉄郎: 特殊函数, 岩波書店, (1989, 第18刷) 307.
 - 8) 例えば, Th.G. Beckwith, R.D. Marangoni and J.H. Lienhard V: Mechanical Measurements, Addison-Wesley, (1993) 425.
 - 9) N.C. Wong and J.L. Hall: Servo control of amplitude modulation in frequency-modulation spectroscopy: demonstration of shot-noise-limited detection, J. Opt. Soc. Am. B2 (1985) 1527.
 - 10) G. Basile, A. Bergamin, G. Cavagnero and G. Mana: Phase Modulation in High-resolution Optical Interferometry, Metrologia, **28** (1991) 455.
 - 11) G. Basile, P. Becker, A. Bergamin, G. Cavanero, A. Franks, J. Jackson, U. Kuetgens, G. Mana, E.W. Palmer, C.J. Robbie, M. Stedman, J. Stumpel, A. Yacoot and G. Zosi: Combined optical and X-ray interferometry for high-precision dimensional metrology, Proc. R. Soc. London Ser. A, **456** (2000) 701.
 - 12) M. Aketagawa, Y. Ikeda, N. Tanyarat and M. Ishige: Optical encoder calibration using lattice spacing and optical fringe derived from scanning tunnelling microscope and optical interferometer, Meas. Sci. Technol., **18** (2007) 503.
 - 13) 池田陽佑, Nuttapong Tanyarat, 明田川正人: 結晶格子スケールとレーザ干渉計を複合した絶対測長機の開発 (第3報: 光学式リニアエンコータの非線形誤差の測定), 2005年精密工学会秋季大会 学術講演会講演論文, (2005) 475.
 - 14) Q.A. Duong: Sinusoidal Phase Modulation by Electro-Optic Modulator for Concurrently Achieving Iodine- Frequency-Stabilized Laser Diode and High-Precision Displacement- Measuring Interferometer, 長岡技術科学大学博士論文, (2018) 47. <http://hdl.handle.net/10649/00000994> (2019年5月17日閲覧)
 - 15) Q.A. Duong, T.D. Nguyen, T.T. Vu, M. Higuchi, D. Wei and M. Aketagawa: Suppression of residual amplitude modulation appeared in commercial electro-optic modulator to improve iodine-frequency-stabilized laser diode using frequency modulation spectroscopy, Journal of the European Optical Society-Rapid Publications, **14** (2018) 24 <https://doi.org/10.1186/s41476-018-0092-x> (2019年5月17日閲覧)
 - 16) ネオアーク株式会社ホームページ, <http://neoark.co.jp/product/he-ne> (2019年5月17日閲覧)
 - 17) 中川盛太, 樋口雅人, 韋冬, 明田川正人: 正弦波周波数/位相変調干渉計のための新しい復調法の提案および画像データへの応用, 2018年精密工学会春季大会 学術講演会講演論文, (2018) C16.
 - 18) 中川盛太: 正弦波周波数／位相変調干渉計のための新しい復調法の提案及び画像データへの応用, 長岡技術科学大学修士論文, (2018) 67-68.
 - 19) S. Makinouchi, A. Watanabe, M. Takasaki, T. Ohara, J.H. Ong and S. Wakui: An evaluation of a modulated laser encoder, Precision Engineering, **35** (2011) 30.
 - 20) 樋口雅人, 浅野仁, 韋冬, 明田川正人: 正弦波周波数変調変位計測干渉計における直接位相検出法の開発, 2017年精密工学会春季大会 学術講演会講演論文, (2017) D02.

明田川正人

1985年東京工業大学大学院総合理工学研究科修士課程修了, キヤノン, ニコン, 長岡技術科学大学・助手, 助教授, 准教授を経て現在, 同大学大学院・機械創造工学専攻・教授, 博士(工学). 研究・専門テーマは, ビコメートル・ナノメートル計測制御.