直動ボールガイドの静剛性の解析に関する研究*

— 負荷分布理論の解析精度向上と解析コスト低減 —

今井竜也** 青山将大*** 濱田喜大† 高橋 徹** 野口昭治††

Study on Static Stiffness Analysis of Linear Motion Ball Guide
- Improve Analysis Accuracy of Load Distribution Theory and Reduce Analysis Costs -

Tatsuya IMAI, Shodai AOYAMA, Yoshihiro HAMADA, Tohru TAKAHASHI and Shoji NOGUCHI

The purpose of this study is to improve the accuracy of numerical analysis of linear motion ball guide (LMBG) and reduce the analysis cost. The author explains the load distribution theory, which is the basis of the theoretical analysis of LMBG. Next, the author explains how to apply carriage rail FE analysis to load distribution theory to improve analysis accuracy by taking into account elastic deformation of components. Next, we will conduct experiments on the stiffness of the LMBG in the vertical and rolling directions, confirm the validity by comparing the theoretical values with the experimental values, and consider the effects of the influence of the components on the LMBG stiffness. Finally, in order to reduce the analysis cost, we will explain how to transform the carriage deformation into a formula using the carriage FEM model load distribution theory and apply it to the load distribution theory. This theory enables high-accuracy analysis in a short time, and can be applied to various performance predictions of LMBG with a huge variety.

Key words: linear motion ball guide, load distribution theory, finite element method, stiffness analysis

1. 緒 言

直動ボールガイド (Linear Motion Ball Guide : LMBG) はキャリッジとレールおよびその間に介在する複数の玉で構成され、一般的には機械の最下部に組み込まれて直線運動の案内に使用される要素部品である。

実際の使用時において、キャリッジに外的に作用する荷重やモーメントは内部に組み込まれた個々の玉に分配され、それぞれの玉が荷重を支持しながら転がることで進行方向に滑らかにしゅう動できる。一方、進行方向を除く並進および回転の 5 自由度に関しては LMBG の各方向の剛性に応じた微小な姿勢変位が生じるが、これらを理論的に予測するためには、玉と軌道面間の接触部変形やキャリッジおよびレールといった構成部品の弾性変形を考慮した理論立てが必要となる。

清水らの先行研究では、玉と軌道面の接触計算に Hertz の接触論¹⁾を適用しまとめた負荷分布理論が確立され、複数のキャリッジで支持された 1 軸の送り装置としての理論に拡張することで、使用条件を想定した寿命予測や精度平均化効果の立証、ウェービング値の低減法など多くの研究発表^{2)~5)}がなされている。また、太田ら⁶⁾は予圧が付与された LMBG の垂直剛性に着目し、接触部変形だけでなくキャリッジやレールの変形を考慮する重要性に触れ、解析法の提案をしている。

これらの先行研究は全て負荷分布理論を基礎として展開されており、その解析精度向上は LMBG の寿命や運動精度といった様々な性能に関する予測精度の向上につながる。

そこで、これまで剛体と仮定されていたキャリッジやレールといった構成部品の変形計算に有限要素法 (Finite Element Method : FEM) を用い、負荷分布理論に適用したキャリッジ・レール FEM モデル負荷分布理論を構築し、その検証として実測剛性と理論剛性の比較を行った。また、構成部品の変形が LMBG 剛性に与える影響について考察し、キャリッジの変形計算を玉荷重の関数として近似的に数式化して負荷分布理論に適用することで解析コストの低減を実現した。

本報では、これらの定式化や検証結果について考察した内容を述べる。

2. キャリッジ・レール FEM モデル負荷分布理論

2.1 負荷分布理論の概要

負荷分布理論の基本的な定式化について説明する。ここでは、玉と軌道面の接触部変形のみを考慮し、キャリッジとレールは剛体かつレールが固定されているものとする。図 1 に示すように LMBG 中心に座標軸 $o-xyz$ を設定し、キャリッ

Fig.1 LMBG and coordinate system

* 原稿受付 令和元年 11 月 7 日

掲載決定 令和 2 年 1 月 15 日

** 正 会 員 THK 株式会社 (東京都大田区東糀谷 4-9-16)

*** THK 株式会社 (東京都大田区東糀谷 4-9-16)

† THK 株式会社 (山形県東根市大字東根甲 5600)

†† 正 会 員 東京理科大学 (千葉県野田市山崎 2641)

Fig.2 Load distribution in LMBG

ジに水平 F_y , 垂直 F_z の荷重と各軸まわりのローリング M_x , ピッチング M_y , ヨーイング M_z のモーメントが作用することで、それぞれに対応する座標原点 o まわりの変位 α_y , α_z と傾き角 α_{rx} , α_{ry} , α_{rz} が生じる場合を考える。

ここで、任意の列番号 j , 玉番号 i の断面に着目すると、図 2 に示すようにキャリッジ軌道面はレール軌道面に対して相対的に変位し、その曲率中心 A_{cij} は A'_{cij} に移動する。この時、玉とキャリッジ側およびレール側の軌道面では、それぞれ δ_{ij} なる接触部変形が生じつつ接点変動することで、接触角は γ_j から β_{ij} に変化する。新たな接触角 β_{ij} はレール曲率中心 A_{rij} と移動後のキャリッジ曲率中心 A'_{cij} を結ぶ線上に形成され、 δ_{ij} に応じた玉荷重 P_{ij} が個々の玉位置に分布することになる。

A_{cij} の y , z 方向の変位量 δ_{yij} と δ_{zij} は、未知数 α と A_{cij} の座標値 x_{ij} , y_{ij} , z_{ij} を用いてそれぞれ

$$\delta_{yij} = \alpha_y + \alpha_{rx} x_{ij} - \alpha_{rz} z_{ij} \quad (1)$$

$$\delta_{zij} = \alpha_z - \alpha_{ry} x_{ij} + \alpha_{rx} y_{ij} \quad (2)$$

と表され、移動後のキャリッジとレールの曲率中心間の距離 $A'_{cij}A_{rij}$ は図中の V_{yij} と V_{zij} および玉径 D_a と適合度 f を用いて

$$V_{yij} = (2f-1)D_a \cos \gamma_j - f_{yij} \delta_{yij} \quad (3)$$

$$V_{zij} = (2f-1)D_a \sin \gamma_j - f_{zij} \delta_{zij} \quad (4)$$

$$A'_{cij}A_{rij} = \sqrt{V_{yij}^2 + V_{zij}^2} \quad (5)$$

と表される。 f_{yij} , f_{zij} は列番号 j に対応する係数であり

$$f_{y1} = f_{y4} = f_{z1} = f_{z2} = 1 \quad (6)$$

$$f_{y2} = f_{y3} = f_{z3} = f_{z4} = -1 \quad (7)$$

と定める。ここで、予圧量を λ すなわち LMBG に組み込むオーバーサイズ玉の基準玉径に対する差とし、キャリッジ軌道面の両端に施されたクラウン量 λ_x とすると、一接触点あたりの接触部変形量 δ_{ij} は

$$\delta_{ij} = \frac{A'_{cij}A_{rij} - A_{cij}A_{rij} + \lambda - \lambda_x}{2} = \frac{\sqrt{V_{yij}^2 + V_{zij}^2} - (2f-1)D_a + \lambda - \lambda_x}{2} \quad (8)$$

と表され、玉荷重 P_{ij} は玉径と軌道面半径で決定されるヘルツ定数 C_b を用いて⁷⁾

$$P_{ij} = C_b \delta_{ij}^{\frac{3}{2}} \quad (9)$$

となる。また、その時の接触角 β_{ij} は

$$\beta_{ij} = \tan^{-1} \left(\frac{V_{zij}}{V_{yij}} \right) \quad (10)$$

で表される。

以上より、任意の玉位置における玉荷重 P_{ij} と接触部変形量 δ_{ij} および接触角 β_{ij} は 5 つの未知数 α の関数として整理することができ、LMBG に外的に作用する荷重とモーメントとの釣り合い条件式は、水平方向について

$$\sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^{Z_j} P_{ij} \cos \beta_{ij} - F_y = 0 \quad (11)$$

垂直方向について

$$\sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^{Z_j} P_{ij} \sin \beta_{ij} - F_z = 0 \quad (12)$$

ローリング方向について

$$\sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^{Z_j} P_{ij} w_{ij} - M_x = 0 \quad (13)$$

ピッチング方向について

$$\sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^{Z_j} P_{ij} \sin \beta_{ij} x_{ij} - M_y = 0 \quad (14)$$

ヨーイング方向について

$$\sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^{Z_j} P_{ij} \cos \beta_{ij} x_{ij} - M_z = 0 \quad (15)$$

となる。ここで、 w_{ij} はローリングモーメントに寄与する腕の長さ、 Z_j はキャリッジ軌道面内の有効玉数である。

式 (11) ~ (15) は未知数 α の 5 元非線形連立方程式であり、Newton-Raphson 法等の数値解法を用いて近似解を求めることで、LMBG の姿勢変位や玉荷重分布といった諸特性を導くことができる。以降では、構成部品を弾性体として考慮した荷重分布理論と区別するため、剛体モデル荷重分布理論と呼ぶ。

2.2 荷重分布理論への FEM 適用

一般に有限要素法のみで LMBG を解くとすれば、接触要素を用いて玉と軌道面間に接触を定義する方法が挙げられる。しかしながら、非線形性の強い接触要素を LMBG 内の全ての玉位置に導入すれば、著しい解析コストの増加が予想され実用性に欠ける。

一方、荷重分布理論は玉と軌道面の接触計算に Hertz の接触論を適用して整理された理論であり、ごく短時間で解析が可能である。そこで、荷重分布理論の基本的な考え方を生かしつつ、構成部品の変形計算にのみ FEM を用いて荷重分布理論に適用することで、実用レベルの解析コストを実現する方法を検討した。

図 3 にキャリッジとレールの軌道面に玉荷重が作用した状

Fig.3 Boundary condition setting method

Fig.4 Carriage and rail finite element model

態を想定した境界条件の設定法を、図4にFEMモデルの作成例を示す。通常、LMBG内の玉と軌道面の接触部には円状の接触面が形成され、その面内にはHertz応力が分布する。

だ円の大きさは長軸半径を a_y 、短軸半径を b_y として、Hertzの接触論を適用して整理すると

$$a_y = \mu^3 \sqrt{\frac{3}{E} \left(1 - \frac{1}{m^2}\right) \frac{P_y}{\sum \rho}} \quad (16)$$

$$b_y = \nu^3 \sqrt{\frac{3}{E} \left(1 - \frac{1}{m^2}\right) \frac{P_y}{\sum \rho}} \quad (17)$$

$$\sum \rho = \frac{4f-1}{fD_a} \quad (18)$$

$$\cos \tau = \frac{1}{4f-1} \quad (19)$$

と表される。ここで E は縦弾性係数、 m はポアソン比、 μ および ν は $\cos \tau$ により決定される助変数である。玉荷重 P_{ij} は負荷分布理論で計算できるので a_y 、 b_y は既知となり、これらを各玉位置における境界条件の設定に用いる。

モデル作成に際して、曲率中心 A_{cij} 、 A_{rij} に置いた節点はそれぞれの軌道表面における接触幅 $2a_y$ の範囲に存在する節点群と剛体ビーム要素で連結されている。そして A_{cij} と A_{rij} に接触角 β_{ij} 方向に玉荷重 P_{ij} を印可することで、剛体ビーム要素を介して軌道面に玉荷重が作用する状態を表現した。なお、汎用のLMBGの適合度 f は0.51~0.52であり、接触だ円の短軸半径 b_y は長軸半径 a_y の8分の1~12分の1程度と非常に小さいため、構成部品の変形に対する影響は小さいと考え考慮しないこととした。

キャリッジは剛体テーブルに複数のボルトで締結された状態とし、キャリッジ上面の変形は十分小さいものとして拘束した。レールはボルトによる締結状態を想定し、取付け穴の座面を拘束するとともに、レール下面とベースを想定した仮想剛体面の間に接触要素を導入することで、2面間の接触や分離、摩擦といった挙動を表現した。

以上で、キャリッジとレールに対する玉荷重分布や拘束といった境界条件が設定され、FEM解析を実施することで構成部品の変形計算が可能になる。

ここで、改めて負荷分布理論の考え方を整理すると、玉と軌道面間における接触部変形量や接触角は、キャリッジとレールの曲率中心間距離と相対的な位置関係により決定されるので、構成部品の変形によって生じる軌道面変位を、キャリッジとレールの曲率中心の移動量に増分として考慮することで、構成部品を弾性体として扱った負荷分布理論が完成する。

構成部品の変形によって生じる任意の玉位置での軌道面変位は図5に示すように、弧 $n_a-n'_a$ 、 $n_b-n'_b$ 上の接点群の y 方向

Fig.5 Output of displacement of raceway due to deformation

Fig.6 Analysis flowchart

変位の平均値 ζ_{yij} 、 ζ_{zij} と z 方向変位の平均値 ζ_{cij} 、 ζ_{rij} とし、キャリッジ側およびレール側についてそれぞれ玉位置毎に出力する。

得られた軌道面変位を式(3)、(4)にそれぞれ増分として考慮して書き換えると

$$V_{yij} = (2f-1)D_a \cos \gamma_j - f_{yij}(\delta_{yij} + \zeta_{cij} + \zeta_{rij}) \quad (20)$$

$$V_{zij} = (2f-1)D_a \sin \gamma_j - f_{zij}(\delta_{zij} + \zeta_{cij} + \zeta_{rij}) \quad (21)$$

となり、負荷分布解析を行うと接触部変形量と接触角は変化し、新たな玉荷重が得られる。その玉荷重によるキャリッジおよびレール変形に伴う軌道面変位も変化することから、負荷分布解析とキャリッジ・レールFEM解析を連成させて逐次計算により解を収束させる方法をとる。

図6に一連の解析フローを示す。計算回数は N としてカウントし、最初に剛体モデル負荷分布解析を実施して初期値 P_{ij} 、 β_{ij} 、 a_{ij} を導出する。つぎに、これらを境界条件としてキャリッジ・レールFEM解析を行い、得られた軌道面変位を増分として考慮して再び負荷分布解析を実施する。ここで、収束条件を満たせば解析終了とし、満たさなければ $N = N + 1$ とし

Fig.7 Monitoring convergence behavior

て収束条件を満たすまで上記の計算を繰り返し行う。

図 7 にローリングモーメント作用下でキャリッジ・レール FEM モデル負荷分布解析を実施し、最大玉荷重 P_{jmax} および各変位成分 α_y , α_z , α_{rx} の収束挙動をモニタリングした例を示す。計算回数 N の増加にともない、それぞれが収束していく様子が確認できる。いくつかの荷重条件で解析を行ったところ、概ね 10~15 回程度の繰り返し計算で十分な収束解が得られ、所要時間については、汎用の LMBG で概ね 30 分程度であることを確認している。

3. 検証と考察

3.1 実測剛性との比較による検証

理論の妥当性を検証するために、実測剛性と理論剛性の比較を実施した。剛性試験は表 1 に示す #25 相当でゼロ隙間に調整された LMBG で行い、測定時においてキャリッジはレール取付け穴ピッチ $F = 60\text{mm}$ の中央に配置した。図 8, 9 はそれぞれ垂直剛性およびローリング剛性について実測値と理論値を比較した結果であり、図中における理論値はキャリッジ・レール FEM モデル負荷分布理論と剛体モデル負荷分布理論による計算値である。

垂直剛性に着目するとラジアル方向 ($F_z > 0$) については両モデルとも概ね実測値に一致しており、モデル間の差も小さい。よって、上軌道面 $j = 3, 4$ への玉荷重分布による構成部品の変形がラジアル剛性に与える影響は比較的小さいといえる。一方、逆ラジアル方向 ($F_z < 0$) では、キャリッジ・レール FEM モデルは実測値に良く一致したが、剛体モデルは実測値よりも変位量が小さく計算されている。これは下軌道面 $j = 1, 2$ への玉荷重分布による構成部品の変形が逆ラジアル剛性に大きく影響していることを意味しており、外部荷重の方向によっても、剛性に与える影響度が異なることがわかる。

ローリング剛性については、上軌道面 $j = 4$ と下軌道面 $j = 2$ にそれぞれ玉荷重が分布し構成部品が変形することになるが、キャリッジ・レール FEM モデルは剛体モデルよりも実測値に近づいていることが確認され、構成部品を FEM モデルとして負荷分布理論に適用することで、その弾性変形の影響を考慮した効果が示されたものと考えられる。

3.2 構成部品の変形が LMBG 剛性に及ぼす影響

以降、同形番でレール取付け穴ピッチの違いによる逆ラジアル荷重 $F_z = -5\text{kN}$ 作用下でのキャリッジ・レール FEM モデル負荷分布解析を実施し、構成部品の変形が LMBG 剛性に及ぼす影響について考察を行う。図 10 はレール取付け穴ピッチ F を 60mm もしくは 30mm とした場合のキャリッジとレールの変形状態図であるが、 $F = 60\text{mm}$ の場合はレール中央部が取付

Table 1 LMBG specifications

Type	#25 (THK)
Ball diameter D_a mm	3.969
Ball pitch κD_a mm	4.20
Carriage length $2U_x$ mm	59.8
Conformity factor f	0.520
Initial contact angle γ_j deg	$\gamma_{1,2} = 30$ $\gamma_{3,4} = 90$

Fig.8 Vertical stiffness diagram

Fig.9 Rolling stiffness diagram

Fig.10 Contour figure of carriage・rail deformation

け穴の位置を支点として上方に浮き上がり、レール底面がベース面から離脱している様子が確認される。一方、 $F = 30\text{mm}$ の場合はレール軌道面の玉荷重が分布する位置周辺に変形が見られるものの、 $F = 60\text{mm}$ に比べてその変形量は小さい。

図 11 は列番号 $j = 1$ の各玉位置における軌道面変位を書き出した結果である。添字 c はキャリッジ、 r はレールを示し y , z はそれぞれ軌道面変位の方を表している。図中において、取付け穴ピッチによる差が顕著なのはレール軌道面の z 方向変位 ζ_z であり、取付け穴ピッチを狭めてレールの浮き上がりを回避することで、逆ラジアル剛性への影響を抑制できると

Fig.11 Displacement of carriage-rail raceway

Fig.12 Effect of components on reverse radial stiffness

いえる。一方、キャリッジの変形については、取付け穴ピッチの違いによる影響をさほど受けないようである。

図 12 は負荷分布理論に適用するモデル別に逆ラジアル方向の理論剛性を計算して比較した結果である。図中において、剛体モデルの計算結果は接触部変形の影響のみが寄与する変位量であり、各モデルによる計算値との差を見ることで、構成部品の変形が逆ラジアル方向の変位量に占める割合を計算することができる。その結果、接触部変形は 69～74 %、次に大きいのがキャリッジ変形で 18～19 %、レール変形の影響については前述したように取付け穴ピッチの違いで左右され 7～13 % という結果となった。

これらのことから、接触部変形とキャリッジ変形が逆ラジアル方向の変位量に占める割合は概ね 90 % 前後ということになるが、構成部品の形状は形番毎に異なるため、その影響度にも違いがある。著者らがこれまでに実施した多数の汎用 LMBG による解析によると、接触部変形の影響が最も大きく、次がキャリッジ、レールに関しては概ねキャリッジよりも影響度は小さいようだが、作用する荷重の方向や、取付け穴ピッチとキャリッジ長さの関係によって影響度が異なる点に注意が必要である。

4. キャリッジ剛性近似モデル負荷分布理論

負荷分布理論に FEM を適用することで、解析精度は向上したが FEM を用いることによる解析コストの増加は避けられない。そこで、キャリッジ FEM モデル負荷分布理論で事前に予備解析を実施し、キャリッジ変形を数式化して負荷分布理論に適用することを検討した。

予備解析では図 13 に示すように、キャリッジ長さを κD_a すなわち玉数が 1 個分の長さとし、逆ラジアル荷重 $F_z < 0$ あるいはラジアル荷重 $F_z > 0$ が作用した状態でキャリッジ FEM

Fig.13 Pre-analysis overview

Fig.14 Relationship between ball load and raceway displacement

モデル負荷分布解析を実施する。この際、荷重値はラジアル方向および逆ラジアル方向でそれぞれ 5 水準とする。

キャリッジの変形は $x-z$ 断面に対して対称となるのでキャリッジの右半分で説明する。まず、逆ラジアル荷重作用下における解析では、列番号 $j = 1$ に玉荷重 P_{i1} が作用して生じる $j = 1$ の変位 ζ_{yi1} , ζ_{zi1} と $j = 4$ の変位 ζ_{yi4} , ζ_{zi4} を算出する。得られた玉荷重と軌道面変位の関係を y 方向, z 方向について整理すると図 14 に示すように比例的な関係が得られ、それぞれを指数関数で近似して数式化することで、玉荷重が $j = 1$ に作用した場合の $j = 1, 4$ の軌道面変位式とする。

ラジアル荷重作用下でも同様の手順で計算すると、玉荷重が $j = 4$ に作用した場合の $j = 1, 4$ の軌道面変位式を得ることができる。ここで、上下の軌道面に同時に玉荷重が作用する場合は両変位式の和をとることにより $j = 1$ の場合

$$\zeta_{yj} = A_{yj} (P_{ij} \cos \beta_{ij})^{B_{yj}} + C_{yj} (P_{i4} \cos \beta_{i4})^{D_{yj}} \quad (22)$$

$$\zeta_{zj} = A_{zj} (P_{ij} \sin \beta_{ij})^{B_{zj}} + C_{zj} (P_{i4} \sin \beta_{i4})^{D_{zj}} \quad (23)$$

$j = 2$ の場合

$$\zeta_{yj} = A_{yj} (P_{ij} \cos \beta_{ij})^{B_{yj}} + C_{yj} (P_{i3} \cos \beta_{i3})^{D_{yj}} \quad (24)$$

$$\zeta_{zj} = A_{zj} (P_{ij} \sin \beta_{ij})^{B_{zj}} + C_{zj} (P_{i3} \sin \beta_{i3})^{D_{zj}} \quad (25)$$

$j = 3$ の場合

$$\zeta_{yj} = A_{yj} (P_{i2} \cos \beta_{i2})^{B_{yj}} + C_{yj} (P_{ij} \cos \beta_{ij})^{D_{yj}} \quad (26)$$

$$\zeta_{zj} = A_{zj} (P_{i2} \sin \beta_{i2})^{B_{zj}} + C_{zj} (P_{ij} \sin \beta_{ij})^{D_{zj}} \quad (27)$$

$j = 4$ の場合

$$\zeta_{yj} = A_{yj} (P_{i1} \cos \beta_{i1})^{B_{yj}} + C_{yj} (P_{ij} \cos \beta_{ij})^{D_{yj}} \quad (28)$$

$$\zeta_{zj} = A_{zj} (P_{i1} \sin \beta_{i1})^{B_{zj}} + C_{zj} (P_{ij} \sin \beta_{ij})^{D_{zj}} \quad (29)$$

と表される。ここで A, B, C, D は予備解析の結果を近似す

ることで同定され、キャリッジの断面形状に依存する形番固有の値であり、キャリッジ断面係数と呼ぶ。

式 (22) ~ (29) はキャリッジ長さが κD_a すなわち玉数が 1 個分のキャリッジの変形特性を表しているが、複数の玉が組み込まれた任意のキャリッジ長さでの解析に対応するためには、隣接する玉位置への変位の伝達を考慮しなければならない。

その理由は、玉荷重の関数である軌道面変位式をそのまま、個々の玉位置における軌道面変位の計算に適用してしまうと、玉荷重が作用しない玉位置では隣接する玉位置の変形の有無に関わらず、軌道面変位がゼロとなってしまう、連続体としてのキャリッジの変形挙動を表現できないからである。

よって、玉荷重による軌道面変位が x 軸方向の別の玉位置における軌道面変位に及ぼす影響を考慮するために、重み付平均値を採用した。例えば、ある条列 j の玉番号 $i = 3$ において 1 列あたりの有効玉数が 6 個であった場合の y 方向の軌道面変位 ζ_{y3j} は

$$\zeta'_{y3j} = \frac{\frac{1}{2}\zeta_{y1j} + \frac{1}{1}\zeta_{y2j} + \zeta_{y3j} + \frac{1}{1}\zeta_{y4j} + \frac{1}{2}\zeta_{y5j} + \frac{1}{3}\zeta_{y6j}}{\frac{1}{2} + 1 + 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}} \quad (30)$$

で表され、 z 方向の軌道面変位 ζ_{zj} の計算にも同様に重み付平均値を採用する。

なお、重み付けの設定に関しては、着目した玉位置の両隣を 1、そこから遠ざかるにしたがって重みを小さくする形にしているが、これはキャリッジ FEM モデル負荷分布理論による軌道面変位の計算値と比較を実施して採用した。本理論をキャリッジ剛性近似モデル負荷分布理論と呼ぶ。

図 15 は逆ラジアル荷重作用下における列番号 $j = 1$ の軌道面変位について、重み付平均の採用の有無による比較をした結果である。図中において、顕著な違いがみられるのがクラウニング部であり、重み付平均を採用しないモデルはキャリッジ端の玉位置における軌道面変位がゼロとなっているのに対して、重み付平均を採用したモデルでは、キャリッジ端の玉位置まで軌道面変位が伝達する様子が表現されており、キャリッジ FEM モデルとの比較においても、若干の差はあるものの概ね一致していることがわかる。

そこで、キャリッジ剛性近似モデル負荷分布理論の解析精度の検証として、目標精度としたキャリッジ FEM モデル負荷分布理論との比較を実施した。図 16, 17 はそれぞれ垂直荷重もしくはピッチングモーメントが作用する条件で、キャリッ

ジ内の玉荷重分布を比較した例である。玉荷重の最大値に着目して両モデルの比較をすると、その差は垂直荷重作用下で 1.5 %、ピッチングモーメント作用下で 0.2 % 程度とわずかであり、玉荷重の分布形状についても良く一致していることがわかる。同様に、両モデルによる理論剛性の計算結果についても比較をおこなった。図 18, 19 はそれぞれ荷重もしくはモーメント作用下における各方向の理論剛性線図である。両モデルの比較において、最も大きな差が確認されたのが逆ラジ

Fig.16 Ball load distribution, $F_z = -10\text{kN}$

Fig.17 Ball load distribution, $M_y = 100\text{Nm}$

Fig.18 Rigidity diagram

Fig.15 Distribution of raceway displacement, $F_z = -10\text{kN}$

Fig.19 Moment rigidity diagram

アル方向であるが、10kN 作用下でその差は 0.6 % 程度であり、キャリッジ剛性近似モデル負荷分布理論は、キャリッジ FEM モデル負荷分布理論と同等の解析精度を有していることが確認できた。

キャリッジ剛性近似モデル負荷分布理論の利点は、予めキャリッジ断面係数を求めておくことで、FEM を使わず数秒で負荷分布解析が可能になる点であり、LMBG のように膨大なラインナップを有し、様々な使用条件で解析を要求される製品の解析手法として有用である。さらには従前から実施されてきた 1 軸の送り装置としての各種計算にもそのまま展開できるため、LMBG の性能予測全般における解析精度向上に寄与できると考えている。

5. 結 言

直動ボールガイド負荷分布理論に構成部品を FEM モデルとして適用し、理論の妥当性を検証するとともに、構成部品の変形が LMBG 剛性に与える影響に関して考察した。また、キャリッジの変形を数式化して負荷分布理論に適用した。得られた結論を要約すると以下のようである。

- (1) キャリッジ・レール FEM モデル負荷分布理論は垂直方向、ローリング方向共に実測剛性に良く一致し、解析精度の向上を実現した。

- (2) 構成部品が LMBG 剛性に及ぼす影響としては、接触部変形が最も大きく、次がキャリッジである。レールに関しては作用する荷重の方向や、取付け穴ピッチとキャリッジ長さの関係によって影響度が異なる点に注意が必要である。
- (3) キャリッジの変形挙動を近似的に数式化して負荷分布理論に適用することで、キャリッジ FEM モデルと同等の解析精度を有し、短時間での計算を実現した。

参 考 文 献

- 1) Heinrich Hertz : Ueber die Berührung Fester elastischer Körper, Journal für die reine und angewandte Mathematik, Bd.92, Heft2 (1881) 156.
- 2) 清水茂夫：直動ボールガイドシステムの寿命に関する研究，精密工学会誌，**62**, 6 (1996) 865.
- 3) 清水茂夫：直動ボールガイドシステムの負荷分布と精度・剛性に関する研究，精密工学会誌，**56**, 8 (1990) 1445.
- 4) 清水茂夫：直動ボールガイドシステムの負荷分布と精度・剛性に関する研究 ―精度平均化効果の理論的検証―，精密工学会誌，**57**, 10 (1991) 1814.
- 5) 清水茂夫：直動ボールガイドシステムの精度平均化効果に関する研究，精密工学会誌，**58**, 11 (1992) 1873.
- 6) Hiroyuki OHTA, Keisuke TANAKA.: Vertical Stiffnesses of Preloaded Linear Guideway Type Ball Bearings Incorporating the Flexibility of the Carriage and Rail, Transactions of the ASME Journal of Tribology, **132**, 011102 (2010) 1.
- 7) 清水茂夫：直動ガイドの剛性解析，精密工学会誌，**64**, 11 (1998) 1573.