$$B = \frac{(1+2\alpha \tan \theta)\alpha}{2\alpha + \beta' \cos \theta}$$

水平の梁の $K.E$ は

$$\frac{wl}{2g} \delta^2 + \frac{\mathfrak{I}}{2} \dot{\varphi}^2 \dots\dots\dots (22)$$

ここに

$$\varphi = \frac{2\delta \tan \theta}{l}, \quad \mathfrak{I} = \frac{wl(e^2 + l^2)}{12g}$$

但し w = 水平梁の単位長さの重量, $\dot{\varphi}$ = 水平梁の角速度, $\mathfrak{I}$ = 水平梁の重心を通り水平梁に直交する水平軸に対する水平梁の質量の慣性能率 e = 水平梁の横断面の高さ, l = 水平梁の長さ.

いま水平梁の中央に重量 W を支持するものとすれば, この重量の $K.E$ は

$$\frac{W}{2g} \dot{\delta}^2 \dots\dots\dots (23)$$

それ故に中央に重量 W を支持する架構の総 $K.E$ は

$$\frac{\delta^2}{2g} \left[W + 2\chi w_1 h + wl \left\{ 1 + \frac{1}{3} \left(1 + \frac{e^2}{l^2} \right) \tan^2 \theta \right\} \right] \dots\dots\dots (24)$$

依つて [] の中は組棒の質量を考慮したときの相当荷重と考えることが出来るから (8) 式の W の代りに此の相当荷重を代入すれば組棒の質量を考えたときの振動数が解る.

(ii) 次に固定脚柱の場合を考える.

固定脚柱の根本から距離 z に於ける撓みを η とすれば (i) と同様にして

$$\chi = \frac{1}{\cos^2 \theta} \left(\frac{24}{5} - \frac{41}{30} A - \frac{131}{30} B + \frac{19}{105} A^2 + \frac{31}{30} B^2 + \frac{59}{90} AB \right) \dots\dots\dots (25)$$

但し

$$A = \frac{6\alpha \left\{ 1 + \alpha \tan \theta \left(3 + \frac{\cos \theta}{3\alpha} \beta' \right) + 2\alpha^2 \tan^2 \theta \right\}}{\cos^2 \theta (1 + 2\alpha \tan \theta) \left(\alpha + \frac{2}{3} \beta' \cos \theta \right)}$$

$$B = \frac{\beta' \cos \theta - 2\alpha^2 \tan \theta}{\alpha + \frac{2}{3} \beta' \cos \theta}$$

(24) 式の [] に依つて表わされる相当荷重の式の χ の代りに (25) 式を使用すれば組棒の質量の影響を考えた場合の相当荷重が求められるから此れを (13) 式の W に代入すれば組棒の質量の影響を考えた場合の固定脚柱の架構の撓み横振動の振動数 f_f が求められる.

これは文部省の科学研究費の補助に依つて行つたものの一部である. ここに謝意を表する.

註 昭和 26 年 10 月 13 日 関西工学会連合講演会にて講演 (1951, 11 月 19 日受付)

円弧歯車の歯切盤に就て

621.833.002.53

正 会 員 長谷川吉三郎¹⁾・太田 信之

Circular Arc Gear Generator

Kichisaburo Hasegawa, Nobuyuki Ohta.

In this research, it is not a gear of circular arc tooth profile, but a gear of circular arc tooth line that we named a circular arc gear. Therefore the profile has an involute curve as ordinary ones. Such a circular arc gear can be used as a double helical gear which transmits the power smoothly without thrust force. There are some kinds of double helical gear planers or shapers of heavy type. But the tooth profile of the double helical gear can not be ground, as its tooth line is not suitable for grinding. With the gear generator, which the writer, K. Hasegawa invented ten years ago, we can cut a tiny arc gear, a precision type gear, which can be ground, although it has some points to be improved. The writers studied the characteristics of trial arc gear.

1) 長谷川歯車鉄工所社長

【I】 緒 言

本研究に云うところの円弧歯車は、歯形が、円弧であることを意味するものでなく、歯形は普通の如くインボリュートであるが、歯條が円弧であることを意味している。此の円弧歯車はダブルヘリカル・ギヤーの代用を目的とするものである。ダブルヘリカル・ギヤーは、工作の関係上大型となり、ダブルヘリカル・ギヤーの小型のものを作することは困難である。この円弧歯車はダブルヘリカル・ギヤーと同様に、円滑に回転を傳達し、スラストがない。著者長谷川吉三郎は、円弧歯車を工夫し、約十年前この円弧歯車を切削する歯切盤を發明²⁾した。本研究にありてはこの歯切盤を製作し、此の歯切盤によつて、円弧歯車を切削した。この歯切盤に改良を加うべき点はあるが、円弧歯車は充分実用に供することが出来るので、ここに二三の点に就て理論的に考究した。

【II】 円弧歯車の歯切盤

図 1, 2 は円弧歯車の歯切盤を示している。

図 1 円弧歯車歯切盤の略図

A原動軸 Bクランク C歯付扇形片
Dラック E軸受 F素材
G回転工具 I歯車 Hラック J軸

図 1 に於て、A は原動軸で、クランク B によつて、歯付扇形片 C を揺動する。軸受 E は、歯付扇形片 C とラック D との嚙み合いによつて、左右に往復動する。軸受 E によつて支持された軸 J には、歯を切削されるべき素材 F と歯車 I が固定されている。歯車 I はラック H と嚙み合っているから、軸受 E の往復動に従つて、歯車 I が揺動し、従つて軸 J 及び素材 F が、回転往復運

2) 特許第 143043 号明細書

図 2 円弧歯車の歯切盤 かつ機構²⁾によつて目的を達している。G の如く、カッターは円板の周に植え付けられている。これは切削行程で、素材 F に切り込み、戻り行程で素材から離れるようにするべきである。此の歯切盤は、Gleason spiral bevel gear generator と似た方法をとつている。

【III】 カ ッ タ ー

図 3 にカッターが示されている。その中心が半径 50 mm の円周上にあるやうに、カッター

図 3 カッター

が円板の周に取付けられる(図 2 参照)。切削稜は、頂角 29° の円錐面上にあることになる。従つて半頂角 $14^\circ 30'$ がインボリュート歯形の圧力角となる。図 4 に於て、カッターの切削稜は、環 $a-b$ の側面上にあることになる。即ちカッターの内側稜は、円錐面 A 上にあつて、外側稜は、円錐面 B 上にあることになる。歯車の軸に直角な中央断面が、 xy 面上にあるとする。歯車の軸に直角な中央断面から距離 d の面を切削する刃の形状は、環 $a-b$ を面 $z=d$ で切つた切削面 $lmno$ となる。この両側縁は、双曲線 X 及び Y である。先ず内側切削稜に付いて考える

図 4

図 5

ことにする。図 5 に於て、

$$x^2 + z^2 = r^2$$

 又 $\tan \alpha = \frac{r}{y}$
 $\therefore x^2 + z^2 = \tan^2 \alpha \cdot y^2$
 $z = d$ とすれば、

$$\frac{\tan^2 \alpha}{d^2} y^2 - \frac{x^2}{d^2} = 1$$

 となつて、双曲線となる。従つて

$$x = \pm \sqrt{\tan^2 \alpha \cdot y^2 - d^2}$$

今 d を一定として、 x を y について微分すれば、圧力角 α' が求まる。即ち

$$\alpha' = \frac{dx}{dy} = \pm \frac{\tan^2 \alpha \cdot y}{\sqrt{\tan^2 \alpha \cdot y^2 - d^2}}$$

図 6

図 6 に於て、外側切削稜に就て考えるに、前と同様に、切削稜は次の如き双曲線となる。即ち

α' と d の関係を表 1 に求めている。歯車の軸に直角な中央断面では α' は α に等しく、 $14^\circ 30'$ であるが、側面に近づくに従つて、 α' が大きくなる。本研究に於ては、歯の幅は $1''$ である。次に、

$$\frac{\tan^2 \alpha}{d^2} (h-y)^2 - \frac{x^2}{d^2} = 1$$

 表 1 内側の α' D.P=12 $\alpha=14^\circ 30'$

$d(\text{mm})$	0	2	4	6	8	10	12
α'	$14^\circ 30'$	$14^\circ 31'$	$14^\circ 33'$	$14^\circ 37'$	$14^\circ 42'$	$14^\circ 48'$	$14^\circ 57'$

 表 2 外側の α' D.P=12 $\alpha=14^\circ 30'$

$d(\text{mm})$	0	2	4	6	8	10	12
α'	$-14^\circ 30'$	$-14^\circ 31'$	$-14^\circ 33'$	$-14^\circ 38'$	$-14^\circ 40'$	$-14^\circ 46'$	$-14^\circ 53'$

表 3

	歯の上端	ピッチ・サークル上	歯の底
α'	$14^\circ 57'$	$14^\circ 57'$	$14^\circ 57'$

表 4

	歯の上端	ピッチ・サークル上	歯の底
α'	$-14^\circ 53'$	$-14^\circ 53'$	$-14^\circ 53'$

表 5

$M(\text{mm})$	1	2	3	4	5
$b(\text{mm})$	1.57	3.14	4.71	6.28	7.85
$x(\text{mm})$	1.42	2.93	4.42	5.91	7.39
$b-x(\text{mm})$	0.15	0.21	0.29	0.37	0.46

表 6

D.P	12	8
$b(\text{mm})$	3.35	4.84
$x(\text{mm})$	3.12	4.55
$b-x(\text{mm})$	0.23	0.29

$$x = \pm \sqrt{\tan^2 \alpha \cdot (h-y)^2 - d^2}$$

又 圧力角 α' は次の如くなる。

$$\alpha' = \mp \frac{\tan^2 \alpha \cdot (h-y)}{\sqrt{\tan^2 \alpha \cdot (h-y)^2 - d^2}}$$

外側の α' と d の関係は表 2 となる。終りにラック・カッターの切削稜が双曲線の場合と直線と見做した場合の違いが何れ位であるかを考えて見るに、 $\alpha=14^\circ 30'$ 、 $\alpha=12\text{mm}$ とし、カッターの中央は 50mm の半径上にあたりとし今 D.P=12 で、歯数が 48 の歯車に就て、刃の上端、ピッチ・サークル上、及び底に於ける α' を求めて見る。内側に就ては、表 3 を、外

側に就ては、表4を得る。此等の表から明らかなように、 α' は双の高さによつて変化がない。今歯のモヂュルを M とする。 $x = \pm \sqrt{\tan^2 \alpha \cdot y^2 - d^2}$ であるから、双の斜面の x 軸への投影の長さ s は、内側に於ては

$$s = \sqrt{\tan^2 \alpha \cdot (h+M)^2 - d^2} \\ - \sqrt{\tan^2 \alpha \cdot (h-M)^2 - d^2}$$

となる。外側も同様な方法で求まる。 $\alpha = 14^\circ 30'$ とし、 $d = 12 \text{ mm}$ とする。他方に於て、切削稜が直線のラック・カッターの斜面の投影は、 $2M \tan \alpha'$ である。この α' を、 $d = 12 \text{ mm}$ の場合の刻み円の α' 、即ち内側に $\alpha' = 14^\circ 57'$ 、又外側に $\alpha' = 14^\circ 53'$ に取り、 $s - 2M \tan \alpha'$ を $M = 1, 2, 3, 4, 5 \text{ mm}$ に就いて求めたが、その値は、非常に小さく、 0.01 mm 以内に止まる。以上から明かなように、此の研究の範囲で

図7 円弧歯車

A 歯車ピッチ円の直径 = 6" 歯数 = 74 歯の巾 = 1"
B 歯車 " " = 4" " = 48 " = 1"

は、切削稜は直線と見做して、支障ない。尙歯車の軸に直角な中央断面では、圧力角が 14°

図8

$30'$ で、側方に進むに従つて、圧力角が大きくなる。図7は、本研究の歯切盤で、切削したものである。

[IV] 歯の接触

図8に於て、 $lmno$ は、刻み円に於ける歯を示す。その上下は歯の隙間である。 on 面は、カッターの外側で lm 面は、カッターの

内側で切削する。 on 面の曲率半径は、 lm 面の曲率半径よりも、 b だけ大きい。中央断面の刻み円に於ける歯の厚さ b は、側面の半径方面の歯の厚さ x よりも、大きいことは当然である。今この差 $b - x$ を求めるに、図8に於て、

$$R_2 - R_1 = b$$

$$\text{従つて } d = 2b$$

Δlef に於て、

$$\left\{ \begin{aligned} \tan \frac{B-C}{2} &= \frac{R_1-d}{R_1+d} \cot \left(\frac{\pi-\beta}{2} \right) = \frac{R_1-d}{R_1+d} \tan \frac{\beta}{2} \\ \frac{B+C}{2} &= \frac{\beta}{2} \end{aligned} \right.$$

この2式から、 $\angle B$ が求まる。

$$R_2 + x = \frac{R_1 \sin(\pi-\beta)}{\sin B} = \frac{R_1 \sin \beta}{\sin B}$$

この式に、上式から求めた $\angle B$ を代入すると、 x が求まる。 $d = 12 \text{ mm}$ とし、カッターの中心が 50 mm の半径上にあるとすると、表5が求まる。又本研究の歯切盤で切削した歯に就て、 $b - x$ を測定すると、表6となつて計算と一致する。 M が大きく歯が厚くなるに従つて、 $b - x$ が大きくなり、側方に行くに従つて、歯の噛み合いに隙間が大きくなるから、 M の大きい場合には、うすいカッターを用いて、寄せ切りを行うがよい。うすいカッターによつて、歯を切ると、中央で接触して滑かに噛み合う。

[V] 歯形

此の歯切盤によると、 d の余り大きくないときは、直線の切削稜で切削したことになり、中央断面の圧力角が最小で、両側に至るに従つて圧力角が大きくなる。即ち直線のラック・カッターで切削したものと見做されることは、前に述べた通りである。然し厳密な意味では、双曲線のラック・カッターで切削したことになる。今双曲線のラック・カッターで切削したピニオンの歯形に就て考究する。ラックの歯形曲線の與えられたときは、これと噛み合うピニオンの歯形曲線は容易に求まる³⁾。即ちラックの歯形とラックに対する噛合の方程式から、接触点の軌跡を求め、接触点の軌跡とピニオンに対する噛合の方程式がら、ピニオンの歯形を求める。