温度伝播率の測定(第一報)*

536.2.023.08

—新しい測定法および一、二の測定例—

正会員 浅尾晴海** 越智隆冬**

On the Measurement of Thermal Diffusivity. (1st Report)

—New Measuring Method and Some Results—

Harumi Asao, Takafuyu Ochi.

Up to this time, in order to get the value of thermal diffusivity κ , we have measured the values of heat conductivity K , density ρ and specific heat c of materials, and calculated from the equation $K/\rho c$.

But this method requires much labour and time, so we established a new method to measure them directly. By means of this method we can measure the value of K very easily and accurately. In this paper we explain this new method and show some results obtained by this method.

1. 緒言

熱伝導の問題の数値計算に当つては、物体の温度伝播率(κ)の値を必要とする。此の値の測定に当り従来の方法では、資料の熱伝導率(K)、密度(ρ)および比熱(c)を夫々別個に測定し、 $\kappa \equiv K/\rho c$ の関係から算出する。この方法では物体の種類、状態によつては、例えば空気や湿気を含む粒体の測定等は極めて困難であり、精度も良くない。特に K の測定に必要な熱的定常状態や精確な周期的熱源を得るには非常な労力、時間並びに設備を要する上に三種の測定値からの計算であるから実験および計算誤差の累積も免れ得ない。そこでこの難を除くために、任意の熱的非定常状態にて極めて簡単に κ の値を直接に測定する方法を考案した。之は従来の方法に比し極めて簡易に、且つ精度の高い測定を行い得るものである。以下本報においては測定法および一、二の測定例について

述べる。

2. 測定の基礎となる理論

一次元伝導の問題の基本式として高橋喜彦博士は従来の偏微分方程式に代えて次の式を与えている¹⁾。即ち、

$$u(x_b, t+\tau) = \frac{1}{2S} \int_{x_b-S}^{x_b+S} u(x, t) dx \quad \dots (1)$$

である。尚式中において、

$u(x, t)$: t 時刻における x なる位置の温度。

S : 或る点の温度の影響が τ 時間内にそれ以上及ばないと考え得る距離。而して S は τ と κ との函数である。

この式の意味する所は、図1において、 $t+\tau$

図1 基礎式の説明図

* 昭和27年7月29日 精機学会
四国地方講演会で講演

** 愛媛大学工学部

時刻における x_0 点の温度 $u(x_0, t + \tau)$ は t 時刻における x 軸方向の温度分布 $u(x, t)$ で $x_0 - S \sim x_0 + S$ の間の温度が一様に混合、平均された値であると云うことを意味する。

この式より明らかに S と τ および κ の間には密接な関係が考えられる。

そこで (1) 式の両辺をテイラー展開して、それらの第三項 (τ^2, S^4) 以下を省略して一次元熱伝導の一般式

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \dots\dots\dots (3)$$

と係数の比較を行えば S, κ 及び τ の関係が次式に依り与えられる。即ち、

$$S = \sqrt{6\kappa\tau} \text{ 或は } \kappa = \frac{S^2}{6\tau} \dots\dots (2)$$

之により (1) および (2) 式が一次元伝導の一般式 (3) と近似的に等値なることが理論的に証明される。尚 (1) 式の展開の際に省略した項は爾後の測定および計算の誤差よりも遙かに小さい値で考慮の必要はない。

3. 実験装置

前述の式 (1) および (2) を新しい κ の測定法として利用するため、図 2 に示す装置を組立てて理論と実際の吟味及び未知資料の測定を行つた。図 2 (I) において、資料 A を上下面より銅板 B で挟みその上に発熱量を加減出来る電熱器 C を載せ、下方は冷却用水槽 D を設ける。

電熱器と水槽で資料の上下 (x) 方向に任意

図 2 測定装置説明図

の温度分布を与え、銅板は熱流を一元に整える役目をする。装置全体は熱絶縁体 E で包み外界の影響を防ぐ。E を除いた装置は図 3 に示す如き簡易なものである。

図 3 測定装置

資料の設置は固体の場合は二枚の同一厚さの資料を重ねて一箇の資料とするが、接着面は充分精密に摺り合わせを行い、金属等の場合は接着面にグリセリン等を塗つてよく摺り合わせて圧着し、接触面に熱抵抗の大きい空気層の残るのを避ける様にする。図 2 (I) 及び (II) の様に上、下及び中間接触面間に設けた小さい溝に $0.3 \text{ mm} \phi$ 銅—コンスタンタン熱電対 a, b および c を設置する。資料が粉体の場合は図 2 (III) のように木の枠を作りその上中および下部に等距離に熱電対 a, b および c を強く張り、その枠の中に資料を所要の条件で充填して銅板で挟み実験を行う。

4. 基礎式の実験的吟味

前記実験装置を使用して式 (1) と (2) が測定の理論として用い得るか否かを検討した。実験の順序は、 κ の値が精確に知られている資料を用いて任意の温度変化を与えて、熱電対 a, b および c で夫々の温度変化を刻々測定し、図 4 に示す様な各熱電対についての温度—時間線図を同一図上に作成し、之を曲線 a, b および c とする。次にこの線図で任意時刻 t において三曲線の示す温度を u_a, u_b および u_c とすると、之らは式 (1) および図 1 においての t 時刻における温度分布曲線 $u(x, t)$ 上で夫々距離 S を隔てた三点 $x_0 - S, x_0$ および $x_0 + S$ で

の温度である。従つてこの三つの値とシンプソンの数値積分法を利用して (1) 式の左辺の計

図 4 計算法説明図

算を行えば、b 点における $t+\tau$ 時刻の温度の『計算値』が得られる。

次に、資料の κ は既知であり、設置の際資料の厚さから S が決るから、この κ と S の値を、(2) 式に代入して τ を算出し、この τ を用い図 4 から $t+\tau$ 時刻を定め、この時刻における曲線 b の値即ち $u(x_b, t+\tau)$ を求めれば、これは $t+\tau$ 時刻における b 点の温度の『測定値』である。故にこの計算値と測定値の一致の程度が基本式 (1) と (2) の信頼度を実験的に証するものである。即ち、任意時刻の温度分布 $u(x, \cdot)$ が分れば、之から τ 時刻後の任意の点の温度は (1) および (2) 式より精確に算出し得る証明である。

この場合、 S の値は設置した資料の熱電対の間隔であるが、固体の場合は 2 枚の資料を重ね合わせるため 1 枚の資料の厚さを直ちに S とすることは出来ない。接触面境界層に対する補正³⁾ および溝の深さの補正等を行わねばならない。(図 2(II))

図 5 基礎式の吟味

今、 κ 既知の資料を用い上述の実験を二、三行いこの方法を確立した。

その一例として 炭素=0.17%, $\kappa=0.0502 \text{ m}^2/\text{h}$ の焼準軟鋼板を資料として $S=0.0250 \text{ m}$ (補正值), $\tau=0.00208 \text{ h}$ ($\approx 7.5 \text{ sec}$) の条件で温度上昇速度 $\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)=1\sim 2^\circ\text{C}/\text{min}$ の範囲で行つた測定の結果を図 5 に示す。

図の縦軸は先に説明した τ 時刻後の温度の計算値と測定値の一致の程度をその比の値で示し、横軸は各値の測定温度 $u(x_b, t)$ である。鋼材ではこの測定温度範囲では κ の値は一定である。この結果の如くその一致の度は非常に良く、この値は亦本測定法の大略の精度を示すもので従来の測定法に比して優れた性質を示している。他の資料による数例においても同様の好結果が得られている。且つこの方法では温度が時間的に変化しつつある間に測定されるもので、従来の方法における定常状態に保つ技術的困難を避ける事が出来る。

5. 測定方法および測定例

以上の様に基礎式は実験的にも成立することが明らかとなつた。そこで次に一般に任意の資料から未知の κ の値を見出す方法として次の様な測定法を行う。即ち、

(1) 前節と同じ装置および操作にて、図 4 の様な熱電対 a, b および c の温度—時間線図を作成する。

(2) この図から任意時刻 t において三曲線の示す値、即ち等距離 S を隔てた 3 点の温度 u_a, u_b および u_c を求めて、シンプソン積分を用いて $\frac{1}{2S} \int_{x_b-S}^{x_b+S} u(x, t) dx$ を算出すると、 $t+\tau$ 時刻における b 点の温度 $u(x_b, t+\tau)$ が得られる。

(3) 次に b 線図上で上で求めた $u(x_b, t+\tau)$ の値を示す点を定めて、 $u_b, u(x_b, t+\tau)$ の二点と横軸よりその間隔、即ち τ を求める。

(4) この τ の値と資料の S の値を基礎式 (2) に代入すれば、測定温度 u_b における κ の

値が得られる。

この方法による測定例として、充分乾燥した鑄物用硅砂（愛知産）の空気を含んだままでの κ の値と粒度の関係を測定し図6の結果を得た。この測定温度は $51 \sim 52^\circ\text{C}$ 、砂の密度は 1300 kg/m^3 である。斯様に空気を含む粒体の κ

図6 粒度と κ (硅砂)

の微妙な変化等は到てい従来の方法では及ばぬ所である。尙本題は外れるが鑄造の際に特別の用途以外は硅砂は 50 メッシュ前後のものを常用するが、その一つの理由もこの線図でうなづける。

次に前述の軟鋼を用いて之を未知材料として温度の変化条件と測定精度について測定した。 $30 \sim 100^\circ\text{C}$ の測定範囲で、先づ温度上昇を直線的に行つた場合は $\partial u / \partial t$ の値が過小でない限り殆ど同一精度の測定値が得られ、 $\kappa = 0.0502 (\pm 0.0001 \text{ 以下})$ 、であり、次に加熱途中で熱源および冷却水の加減等で温度を曲線的に上昇させた場合は、 $\kappa = 0.0502 (\pm 0.0003)$ 、と云う何れの場合も非常に良好な精度が得られている。温度を曲線的に変化した場合や直線の変化で $\partial u / \partial t$ が過少の場合は線図の作成や、線図からの読み取りの誤差が大きく影響するもので測定法の本质とは関係は無い様である。

6. 結 語

以上は温度伝播率の直接測定の新しい方法を

確立するために行つた実験の一、二例を示したものであるが、他の数例においてもこの例のように極めて良い結果が得られ、測定方法として利用し得ることを充分証明している。この方法に依れば従来の方法に比して精度の高い測定値が非常に容易に得られる。尙この方法についての二、三の要点を記すと、

(1) 従来の測定法では κ の値は或る温度範囲での平均値で与えられるが、本測定法では任意の測定温度における値が得られ、且つ熟練を要せず高精度の値が得られる。

(2) 温度-時間測定がこの方法で最も重要であるが、熱電対用 m-V メータの感度とメータ読み取り時刻の秒時計による刻時の技術的精度に負うもので充分精度は上げ得る。

(3) 温度の時間的变化状況は、直線的或は之に近い単純な場合が良く $1 \sim 3^\circ\text{C/min}$ がよい。曲線の変化で特に変曲点、極大小を示す所とか定常に近い場合は線図作成やその読み取りの誤差が入る可能性が多い。

(4) この測定法での温度分布曲線 $u(x, t)$ は単純であり、之によるシンプソン積分の誤差は他に比して極めて小さく考慮の必要はない。

(5) S の大きさは任意で、之が過大、過小でない限り精度には影響がないが、実験操作や計算には熱良導体資料では $20 \sim 30 \text{ mm}$ 、不良導体では $5 \sim 10 \text{ mm}$ を採用するのが都合が良い。又受熱面は $200 \times 200 \text{ mm}^2$ とした。

尙、測定精度と $\frac{\partial u}{\partial t}$ および S の関係等については次報にて詳述することとする。

文 献

- 1), 2) 高橋喜彦：気象集誌，8号，昭 16，19 卷，321 頁
- 3) 西脇，荻：機械の研究，2号，昭 25，2 卷，29 頁