せしめることは可能である。

iii) 仕上面の粗さは通液研削の方が乾式よりはるかに良好である。

iv) 焼入れ工具鋼の場合、表層の微小硬度を測ると乾式研削では表面から 0.2 mm 位は焼戻されてビッカース硬度数で 30~50 の硬度低下が認められるが、軽油通液の場合には硬度変化は全然ない。焼鈍した工具鋼の場合は、乾式では加工硬化によるかなりの硬度増加が認められるが、通液研削ではそれが僅かである。

このように、通液研削法は割合に簡単な方法でいろいろの効果があるので今後の発展が期待されるのであるがこれらの詳細については続報で報告する予定である。

6. 結 論

以上を総括すると次のようである。

i) プランヂカット研削法において、傘歯車式トルクメータを試作していろいろな研削圧力による切線研削抵抗を実測した。

ii) プランヂカットの研削加工量 M を表わす解析的な理論式

$$M = 0.213 \frac{wV\rho}{r} \left(\frac{N}{Hv} \right)^{1.5}$$

を提案した。ここで w は平均切れ刃間隔、 r は切れ刃先端半径、 V は研削速度、 ρ は加工物の比重、 Hv は加工物のビッカース硬度、 N は研削圧力である。

iii) 切線研削抵抗を切り屑を剪断するための項 Ta と摩擦または塑性変形のための項とに分けて考え、 μ を研削における摩擦係数として

$$T = Ta + \mu N$$

で表わし、多くのプランヂカットの実験結果から μ を推定し、これよりさらに Ta と切り屑断面積との関係を求めた。

iv) プランヂカット研削における通液研削法の効果を調べ、仕上面の粗さ、表層の微小硬度などが特に優れていることを知った。

(1955, 11月21日受付)

金属仕上面からの反射

(反射率曲線の理論について)

正 会 員 蓮 沼 宏*

Diffuse Reflection of Light from Rough Metal Surfaces

Hiroshi HASUNUMA

A wave optical theory of diffuse reflection of light from metal surfaces was given. Metal surface was represented by a probability function obeying the Ornstein-Uhlenbeck process and the reflection of light was calculated by a method similar to that of the Kirchhoff's diffraction theory. The distribution of the diffusely reflected light is given by a formula which is characterized by two constants h and β , the former being r. m. s. height and the latter being related with the average inclination of roughness peaks. The theoretical formula is well fitted with that of the experimental.

要 旨

金属のあらさを正規分布をした。一次のマルコフ過程による統計量と考え、光の拡散反射をカルヒホッフの近似で取扱かうと、拡散反射に対する理論式がでる。拡散光の角度分布はあらさ h と、相関をあらわす定数 β とを含む式で与えられる。 h と β とに適当な値を仮定すれば福島のとえた関係式が説明できる。

* 東大工学部、応用物理学科

1. 緒 言

研磨又はラップの様な工作面に一定角で光をあてたとき、拡散反射光の強度の反射角による分布については2~3の測定があり、近似的に指数曲線であらわせることを、谷¹⁾又福島²⁾が述べている。曲線の傾きとあらさとの実験的關係を使つて、N. F. 粗度計が作られている。これに対して十分な理論は未だない様である。

筆者および奈良³⁾はあらい表面の Sheen 光沢を説明するため、波動光学的な理論から反射曲線をあらわす式

を導いた。本報告では表面あらさをあらわすのに適当に定数を仮定すれば、実験で得られる反射曲線と全く類似の曲線が上記理論で得られることを示す。

II. 理論の概要

理論式をもとにしているの、その式がどのような考えから得られたかを、簡単に述べる。

金属の平均面内に x, y を、これに直角に z をとる。あらい凸凹の面は、高さ z を位置 x, y のかん数として、

$$z = f(x, y) \dots\dots\dots (1)$$

で与えられるが、 f の形は個々には与えられず、統計的な性質、即ち各点の凸凹の平均面からの高さ z の分布と、相次ぐ点の高さの相関が与えられるとする。研磨面等で z の分布は正規分布であることが知られているので⁴⁾、今その様な面のみを対象とする。面の自乗平均あらさ h は z の標準偏差であるから z の分布密度 $P(z)$ は

$$P(z) = \frac{1}{h\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2h^2}\right) \dots\dots\dots (2)$$

で与えられる。

固体表面は連続であるから、近接した部分の高さ z は相互に独立ではない。従つて何等かの形の相関を仮定する必要があるが、今計算に簡単であるという理由で、相関が一方向にのみあると仮定して、それを入射面にとる。又一次のマルコフ過程とすると、 $z(x, y)$ と $z'(x', y')$ との間の相関係数 ρ は、入射面 x の方向にだけ相関があると、 $t = x' - x$ とすると、オルンシュタイン-ウーレンベック過程となり、

$$\langle z, z' \rangle = h^2 \rho(t) \dots\dots\dots (3)$$

$$\rho(t) = e^{-\beta |t|} \dots\dots\dots (4)$$

で与えられる。こゝで $\langle \rangle$ は確率平均を示す。確率の一般論からある点 (x, y) の高さが z で、それから t の所の点 (x', y') の高さが z' である条件付確率は

$$P(z', z, t) = \frac{1}{h\sqrt{2\pi(1-\rho^2)}} \exp\left\{-\frac{(z'-z\rho)^2}{2h^2(1-\rho^2)}\right\} \dots\dots\dots (5)$$

で与えられる。

この様な表面に関する物理現象、例えば反射光の振巾強度などが、 $F(z)$ 又は $F(z, z')$ の形であるとき我々が観測するものはその統計平均 $\langle F(z) \rangle$ 又は $\langle F(z, z') \rangle$ であるがそれは

$$\langle F(z) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dz \cdot F(z) P(z) \dots\dots\dots (6)$$

又は

$$\langle F(z, z') \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dz P(z) \int_{-\infty}^{\infty} F(z', z) P(z', z, t) dz' \dots\dots (7)$$

で与えられる。

光の反射の取扱はキルヒホッフの回折論によつた。光は Q を出て、面 S で反射し、その上の各点を 2 次光源として各々球面波としてでるが、 A 点での振巾は S からでる各球面波を各々位相、面の垂直となす角等を考えにとり全て A 点の所で加え合せたものとなる。図 1 の様にと

図 1

る。即ち反射面は矩形として、辺の長さは $2L \times 2M$ 光源 Q 及び観測点 A は面より十分遠方にあるとし、面の中心 O と Q 及 A と結ぶ線の平均面の垂直方向となす角（入射及び反射角）を ψ, θ 、(A は入射面内にあるときのみを考える) 又簡単のため

$$\left. \begin{aligned} p &= \frac{2\pi}{\lambda} (\cos\theta + \cos\psi) \\ q &= \frac{2\pi}{\lambda} (\sin\theta - \sin\psi) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

と L, C を面 S の照度に関係した定数、 R を A 迄の長さとする、 A 点では光波の電場の強さ E_A の平均は

$$\langle E_A \rangle = - \frac{iCM}{2\pi R} p \int_{-L}^L dx \exp(iqx) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} dz \cdot P(z) \cdot \exp(ipz) \dots\dots\dots (9)$$

$$= E_0 \exp\left(-p^2 \frac{h^2}{2}\right) \dots\dots\dots (10)$$

とあらわされる。こゝで E_0 は式の前半の部分で

$$E_0 = - \frac{iCMLp}{\pi R} \frac{\sin qL}{qL} \dots\dots\dots (11)$$

で、巾 $2L$ のスリットによる回折像の振巾分布と同じである。(10)式の $\exp$ の項は、分布密度 $P(z)$ のフーリエ変換となる。我々の観測する光の強度は $\langle E_A^2 \rangle$ であるが、一般に

$$\langle E_A^2 \rangle = \langle E_A \rangle^2 + \langle E_A - \langle E_A \rangle^2 \rangle \dots\dots\dots (12)$$

である。第 2 項の計算には $\rho(t)$ がはいり計算の結果は

$$\begin{aligned} \langle E_A - \langle E_A \rangle^2 \rangle &= - \frac{C^2 M^2 L^2}{\pi^2 R^2} p^2 \exp(-p^2 h^2) \cdot \\ &\quad \frac{1}{\beta L} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(p^2 h^2)^n}{n \cdot n!} \frac{1}{1 + q^2/n^2 \beta^2} \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

となる。

(10)式、(13)式の p, q を、 θ, ψ で書くと、これらは振巾又は強度の角度 θ, ψ による変化を示すことに

なる。(11)式で与える E_0 は、 $q=0$ 即ち正反射の方向のごく近傍にだけ分布した回折縞の巾の間だけ有限の大きさで、他は全く0と考えてよい。巾は $2L$ の大きさによるが通常数秒以下である。(10)式の様に $\langle E_A \rangle$ は E_0 が $\exp$ の項で変調されたものであるが、 $\langle E_A \rangle$ の分布の範囲で $\exp$ の項はほとんど一定と考えてよいので、 $\langle E_A \rangle$ は幾何光学的には正反射をする成分といえる。今これを正反射成分、(R -成分)と呼ぶ。この成分の全光量は $\langle E_A \rangle^2$ を θ の全域に亘つて積分したものであるが、回折縞の巾はせまいので、 $\sin$ の外にある θ は ϕ で置きかえてよい、又 θ および q についての積分を共に $-\infty \rightarrow \infty$ の範囲にとつてよい。従つて、今入射角 ϕ のときの強度を I_ϕ とすると

$$I_\phi = \frac{2C^2 M^2 L^2}{8\pi^3 R^2} p_0^2 \exp(-p_0^2 h^2) \int_0^\infty \left(\frac{\sin qL}{qL} \right)^2 \cdot$$

$$d\theta = l_0 \cos \phi \exp(-p_0^2 h^2)$$

ここで l_0 は $h \rightarrow 0$ のときの垂直入射のときの強度で

$$l_0 = \frac{C^2 M^2 L^2}{\pi R^2 \lambda} \quad \text{又} \quad p_0 = \frac{4\pi}{\lambda} \cos \phi \cdots (14)$$

ある。又光の強度は $E^2/8\pi$ とつた。この様に定義される l_0 を使うと、回折縞の各点の強度 I^R は、(11)の自乗で

$$I^R = I_0 \frac{(\cos \theta + \cos \phi)}{2} \exp(-p^2 h^2) \cdot \frac{L}{\lambda} \left(\frac{\sin qL}{qL} \right)^2 \cdots (15)$$

又(13)式は拡散反射の成分を与えるものでこれを D -成分とし I_D とあらわすと

$$I_D = I_0 \frac{(\cos \theta - \cos \phi)}{2} \exp(-p^2 h^2) \cdot \frac{1}{\beta \lambda} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(p^2 h^2)^n}{n \cdot n!} \cdot \frac{1}{1 + q^2/n^2 \beta^2} \cdots (16)$$

となる。

I^R の中には表面の性質に関係ある定数は h だけがはいるが I_D の中には β が含まれる。これは式(4)で与えられるが、次式の様な考察により、表面の平均傾斜に関係したものであることがわかる。

今曲線上の勝手な高さ z の点を取り、その片側(例えば x の正の方向)にとつた平均傾斜は

$$\lim_{t \rightarrow +0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{z' - z}{t} P(z', z, t) dz' \\ = \lim_{t \rightarrow +0} \frac{z(p-1)}{t} = -\beta z \cdots (17)$$

z について平均線からの片側全部を平均すると、

$$-\beta \int_{-\infty}^{\infty} z \cdot P(z) dz = -\beta h \cdots (18)$$

で与えられる。即ち無次元の数 βh は上の意味での平均の傾斜である。この傾斜は通常のあらさ曲線の傾きという量とはちがう。一般の場合あらさ曲線の傾斜とは、傾斜の大きい所の傾斜をとつて、きまつた向きのものを平均したものである。従つて βh で示されるものは通常のものよりも小さい。

又別の考え方をすれば、式(4)のように $1/\beta$ は、表面の相関の及ぶ範囲の指標であるともいえる。何れにしても $1/\beta$ に相当する量について今迄に実験的な結果は何も与えられてないので、大きさの標値としては通常の意味での平均傾斜として知られている $5 \sim 10^\circ$ という事、又あらさ曲線の凸凹は銅等では平均 1mm に約200個という様な数字を基とせねばならぬ。前者よりは $1/\beta$ は略 $10h$ よりは大きくとるべきであるということ、又後者より $1/\beta$ としては 5μ 以上にとればよいということになる。

Ⅲ 拡散反射曲線

拡散反射を実験的にしらべるのに大約2つの方法がとられている。一つは変角光度計によるもので、例えは試料にはいる光の方向を固定し受光器の方向を変えて受光器にはいる全光束をはかるものである。他の一つは試料回転法ともいう方法で、投光器、受光器ともにその光軸の方向を固定しておき、その間の試料を回転する。谷および福島の実測は後者について行われたものであるが、何れの方法でも曲線の性質は類似で、横軸には試料面の正反射方向にあるときより傾いた角を、縦軸に強度の対数をとると、正反射方向から 3° ぐらいの所を除けば角と共に減少する直線に近い線となる。

たゞ注意することは、反射曲線をとるとき、試料の回転又は受光角の傾き等と共に、光束の有効な断面積も変化する様な測定が行われることである。今迄の多くの実測結果はその様なものであり、N. F. 粗度計も亦それに近いが、その結果上に与えた理論のように一定面積の表面からの反射強度の式と直接比較することが、困難となる。照射面の広さの変化を考えると重要なことは、投光、受光、両光学系の絞りの大きさであるが、これが多くの測定では余り明確でない。この様な任意性のあること、又今の我々の考察が定性的な論の範囲を出ないということから、実測時の面積変化の点は余り考えずに、たゞ直接(16)式の計算結果と比較することにする。光束

の断面積 Φ と、それによる照射面の広さ S との間は光束の方向を θ とすれば、衆知の式の関係式がある。

$$S \cos \theta = \Phi$$

この $\cos \theta$ の影響は実際には反射率曲線での横軸の角の大きい時に大きく作用する。

試料回転法で、金属表面のあらさと、拡散反射曲線の形との間には福島の実験式がある。即ち、入射光、反射光の方向の間の角を 90° に固定し、試料の垂直方向が、両光線の間の2等分線方向となす角を φ 即ち

$$\frac{\theta + \psi}{2} = \frac{\pi}{2} \quad \frac{\theta - \psi}{2} = \varphi$$

とすると

$$I = I_0 e^{-\alpha \psi} \dots \dots \dots (19)$$

で近似される。福島によると(19)は大約 $\varphi > 3^\circ$ の所で成立つもので α と表面あらさとは関係があつて、 $H_{\max}$ を μ 単位であらわすと

$$\frac{1}{\alpha} (\text{deg}) = 8 H_{\max} \dots \dots \dots (20)$$

である。

(20)式は硬い鋼について各種の工作法による多数の試料より得られた関係であるが、これから外れるものも多く、 $1/\alpha$ は $H_{\max}$ に比例するだけでなくあらさ曲線の山数にも比例すると考えた方がよい。逆にいえば、工作法が変わってもあらさ曲線の山数(単位長さあたり)は一定であることが、実測からいえる。という様な事項が福島氏により指摘されている。

表面の材質を大きく変え、又工作法を変え、(20)式は成立たないことはクローム鍍金面やスリガラス面の結果⁶⁾よりあきらかである。又(19)の式も厳密な式ではなくて、 $\varphi - \log I$ の曲線は上方に凸のもの、凹のものも存在するので、直線で表示されるということは一次近似と考えてよい。我々の理論とくらべるには $H_{\max}$ のかわりに r. m. s 値 h を用いなければならぬが、簡単に

$$H_{\max} = 3h$$

とすると、

$$1/\alpha (\text{deg}) = 24h (\mu) \dots \dots \dots (21)$$

となる。

理論とくらべるため、

$$b = \frac{4\pi}{\lambda} \cos \frac{\theta + \psi}{2}; \quad b^2 h^2 = \xi; \quad b^2 / \beta^2 = \eta \dots (22)$$

とおくと、D-成分 I_D は(16)を変形して

$$I_D = I_0 \frac{2}{\lambda \beta} \cos^2 \frac{\theta + \psi}{2} \cos^2 \varphi \cdot \exp(-\xi \cos \varphi) \cdot$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\xi^n}{n, n!} \frac{\cos^2 n \varphi}{1 + \eta \sin^2 \varphi / n^2} \dots \dots \dots (23)$$

ここで福島式の使える範囲は大よそ h が $0.1 \sim 0.5 \mu$ である。 $\theta + \psi = 90^\circ$ として、 $\lambda = 0.5 \mu$ にすると、 ξ は $3 \sim 80$ である。 β については基準にとる数字はないが、前に述べた標価法で $1/\beta$ を 5μ にすると、 η は 0.8×10^4 となる。

(23)式の Σ の収斂は ξ の大きい値について極めて悪い。又何れにしても η について信頼すべき数値がないので、今 ξ, η を適当にとり(23)式を計算したときの曲線を引き、(i)それが実測される反射率曲線と定性的には全く同じであること。(ii) $1/\beta$ の値を適当にとれば(21)式の福島の実験式と一致させることが可能であり、その様にとつた $1/\beta$ の値は上に考えた標価法から妥当と考えられる範囲であることを示すに止める。

(23)の Σ の中の初めの項は ξ が大きいとき n が ξ と略同じ値の所で最大となる。今計算の便宜から ξ が整数のときをとり、 η も適当に選びいくつかの n の値に対して Σ 内の各項を計算しておき、他の n の所の値は内挿法により、計算するとすると φ の各の値について、 Σ の各項が2桁の精度で求められる。この様な方法で得た結果は表、および図2に示す。

表 (図2計算の基礎)

曲線	仮定		ξ, η から計算				h から計算 N. F.
	ξ	η	h	$1/\beta$	曲線の傾き $1/\alpha$		
1	4	1×10^4	0.11μ	5.6μ	2.9°		26
2	12	1 "	0.19μ	5.6μ	6.7°		46
3	12	2 "	"	9.7μ	4.8°		"
4	12	4 "	"	11.2μ	3.7°		"

図 2

で代表させたとき、(19)式の $1/\alpha$ に相当する値および h の値から(21)で計算した N. F. の値を並記した。N. F. の

値は $1/\alpha$ の数値の10倍で定義されるので、 h が 0.11μ および 0.19μ に対して、表の N.F. と $1/\alpha$ を合せるためには $1/\beta$ は 5.6μ および 9.7μ に近い値をとればよいことがわかる。前に述べた N.F. の測り方から、今の場合数値の一致を求めることは余り意味がない。曲線の形は実測のものと全く類似している。従つて(23)式は福島の方に相当する理論式といつてよい。

III 論 議

以上の計算の結果について尚 2~3 の論議を加えてみる。

(1) 以上の結果は表面の統計的性質について特殊な仮定、即ちオルンジュタイン-ワーレンベック過程を仮定している。実際の表面がいかにならわされるかは実測によつて決定されるべきであらうが、今の所は上の過程で近似できるものと考えている。

之れを他の相関で置きかえたとき、あきらかに(23)式の表現は変化するであらう。しかし問題の物理的意味を考えると、新しい相関 (例えば(4)式の様に距離の1次の冪の代りに2次の正規分布の様な相関) で、相関の及ぶ範囲の標値を行うと、上の $1/\beta$ として計算した $5\sim 10\mu$ と程度としては大差ない数が得られると予想される。

(2) 通常の意味での拡散反射のであるためには上述の D -成分 I_D があるべきで、これはあらさの分布を統計的に表示するとき、相関係数 $\rho(x'-x)$ の存在によつて初めて現われる。この項はいわゞ表面の傾きを示すものともいえるが、表面の性質の中何等の形で、表面の微少部の形状を仮定しないと説明されぬ事項^{7) 8)} も多いので、あらさの研究に対して、傾斜の研究も重要な要素であらう。

(3) 反射率曲線の形は理論的には2つの要素即ちあらさ h とその平均傾斜 (β で特性づけられる) とによるべきである。然るに実測的に福島の関係式(20)が成立するとすれば、これは h のみによつてきまることを示すので、加工面の性質に対して例えば、あらさの山の平均傾斜は材質の硬度等によつてきまるもので、加工法によらないとでもいう様な何等かの新しい規則性を予想させる。こゝでいう例えばの中は単に可能な一臆測に過ぎないので、新しい研究によつて解決されるべきであらう。

結 論

光の拡散反射光量と、角度との関係を示す式(19)は1次近似の式と考へべきである。理論的には、2つの定数 h, β を含む (23) 式であらわされる。実測を説明するため長さの次元を持つ定数 $1/\beta$ は $5\sim 10\mu$ 程度 (鋼のラップ面等について) ととるべきである。 $h\beta$ はあらさの山の一種の平均傾斜と考へべきである。

尙この研究は文部省科研費による光沢の研究の一端として行われたものである。

文 献

- 1) 谷安正：機械，6—6，8 (昭6)
- 2) 福島榮之助：中島研報，4，59 (昭14)
- 3) H. Hasunuma and J. Nara：J. Phy. Soc. Japan, 11, 69 (1956)
- 4) 本田肇：精密機械，20，45 (1954)
- 5) 蓮沼宏，奈良治郎：応物 24，457 (1955)
- 6) 蓮沼宏，奈良治郎：応物 22，389 (1953)
- 7) 吉村，福島榮之助：応物 23，522 (1954)
- 8) 吉本，築添，菊池：機械学会論文集，21，811 (1955)

時計用特細密錐の切削の研究 (第3報)

微細錐の焼入と強度の改善について

正 会 員 志 茂 主 税*

On the Drilling with a Special Fine Drill for Watches (3rd report)
—The Reforming test of the special fine drill on the rod Heat treatment.—

Chikara SHIMO

In this report, the fine drill rod of 0.80 mm dia. was cut by an automatic lathe. The rod made of high carbon steel containing 1.00~1.10% C, 1.0~1.5% W, 0.5~1.0% Cr. etc. In a workshop, the rod was heated at about 850°C in the alcohol lamp flame and dropped in oil. After having tested several methods of heating, quenching and annealing of them, we found the rod stronger and straighter than before. The best method is "Austempering".

* 千葉大学工学部