研

究

超音波加工用振動具の研究 (第1報)

振巾拡大具の先端に集中質量がついた場合

正 会 員 津 枝 正 介* 斎 藤 長 男**

Study on the Oscillation of Horns used in Supersonic Machining
Shosuke TSUEDA & Nagao SAITO

An analysis of the longitudinal oscillation of both conical and exponential horns as used in supersonic machining shows that their amplification factors become maximum when adequate concentrated masses, like tools, are attached to their ends.

In both cases, the greater the ratio of the radii ($\sqrt{S_0/S_l}$), the greater the maximum amplification factor.

For the same value of $\sqrt{S_0/S_l}$, the amplification factor of conical horn is smaller than that of an exponential horn, but in the former case, larger concentrated mass can be attached to its end.

I. 緒 言

超音波加工用の振巾拡大具については既に二三⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾の文献に解析された結果が発表されているが、拡大具先端に工具などの加工に必要な物体がついている場合の特性を明かにしたものは見られないようである。筆者等は計算によつてこの特異性を明かにし、又実験によつてこれを確かめることができたので報告する。この報告では、指数函数型と円錐型の振巾拡大具について述べる。

II. 指数函数型拡大具の計算

1. 固有振動数

今、振巾拡大具の変位 u u の面積 S 音 速 c 時 間 t 長 さ x

とすれば、指数函数型拡大具の振動は、応力と慣性力との平衡より (図1参照)

$$S \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(S \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (1)$$

$$\text{又, } S = S_0 \cdot e^{-2mx} \quad (2)$$

(2)を(1)に代入し整理すると

図 1

$$\frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -2m \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3)$$

但し S_0 は振巾拡大具の根元面積

m は指数函数型の細まる割合

(3)を解いて⁽⁴⁾

$$u = e^{mx} \left[A \cdot e^{-j \left(\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - m^2} \right) \cdot x} + B \cdot e^{j \left(\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - m^2} \right) \cdot x} \right] \cdot e^{j\omega t} \quad (4)$$

指数函数型では、根元は振動の腹となるから

$$x=0 \text{ で } \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

先端では集中質量による慣性力が先端面積全体に加わる

$$\text{から } x=l \text{ で } -\frac{W}{g} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = S_l \cdot e^{-2ml} \cdot E \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \quad (6)$$

但し S_0 は根元の面積である

* 大阪大学工学部

** 三菱電機研究所

(4)(5)(6)より

$$W/S_0 = \frac{E \cdot g \cdot \tan^{-1} \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - m^2} \cdot l \cdot e^{-2ml}}{c^2 \cdot m \cdot \left[\tan\left(\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - m^2} \cdot l\right) - \frac{\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - m^2}}{m} \right]} \quad (7)$$

(7)で集中質量のない場合は $W=0$ より

$$\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - m^2} \cdot l = n \cdot \pi \quad (8)$$

(7), (8)より固有振動数が求められる。(7)を図にしたものが図2である。図2は、 $\sqrt{S_0/S_l} = \frac{5}{1}$ の場合と $\frac{3}{1}$ の場合について求めたものであり、縦軸は W/S_0 、横軸は l 、パラメータは周波数 $f = \frac{\omega}{2\pi}$ である。図2によれば周波数を与える場合先端の質量が大きくなる程、振巾拡大具の長さは短くなることが判る。

図2 指数函数型の固有振動数

2. 振巾拡大率 (振巾比と略称)

振巾拡大率は、根元と先端との振巾の比率を求めればよいのであるから、振巾比を y とすれば

$$y = \frac{u_{x=l}}{u_{x=0}} \text{ である。}$$

これは、両端の境界条件の内、何れを使用しても求まるもので、計算式としては根元の境界条件を使用すると簡単な式となる。

$$x=0 \text{ で } \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \text{ より}$$

$$y = \frac{u_{x=l}}{u_{x=0}} = e^{ml} \cdot \left\{ \frac{-m}{\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - m^2}} \cdot \sin \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - m^2} \cdot l + \cos \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - m^2} \cdot l \right\} \quad (9)$$

(9)式の場合、振巾比 y と W/S_0 との関係を求めるには、(7)式又は図2から求めた l に相当する W/S_0 を (9)式の l に適応させれば求まる。

図3 指数函数型の振巾比

図3はこのようにして y と W/S_0 との関係を求めたものである。勿論 $W=0$ なら (8) 式と (9) 式より $y = e^{ml}$ となる。

図3では $\sqrt{S_0/S_l} = \frac{5}{1}$ の場合と $\frac{3}{1}$ の場合を示す。縦軸は W/S_0 、横軸は振巾比 y 、パラメータは周波数 $f = \frac{\omega}{2\pi}$ である。尙この際、 $y = u_l/u_0$ の絶対値の記号 $| |$ の中は負の値を示すのであるが、その意味は、根元と先端の伸縮方向の位相が 180° 異り、根元が上へのびたとき先端は下へのびていることを示す。図3によれば、集中質量のない場合には振巾比 y は $\sqrt{S_0/S_l}$ と等しくなるが、集中質量が増加することにより y は最大値を示し、更に集中質量の増加により y は減少の方向をたどる。これを $\sqrt{S_0/S_l}$ が $3/1$ の場合と $5/1$ の場合とで比較すると、 $\sqrt{S_0/S_l}$ の大きい方が、 y の最大点が大きく、又 y の最大点が相当する先端の集中質量値は、 $\sqrt{S_0/S_l}$ が小さい方が大きいことを示す。当然のことながら集中質量のない場合は [(1) (2)] の文献の結果と一致する。集中質量のついた場合の特異な現象はこの計算によって始めて明かにされたものとする。

3. ノードの位置

ノードの位置は振巾拡大具の根元からの距離で表すことにする。ノードの位置を $x=x_n$ とすればその点では、

振巾は零となるから (4) 式は $x=x_n$ にて $u=0$ となり, 又, $x=0$ (根元) に於ては $\frac{\partial u}{\partial x}=0$ を使用すれば

$$x_n = \frac{\tan^{-1} \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - m^2}}{\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - m^2}} \quad (10)$$

(7) 式又は図 2 より W/S_0 に対応する l を求め, l と x_n とを対応させれば x_n と l との関係が求まる。図 4 は, x_n/l と l との関係を示す。縦軸に x_n/l をとつたが, これは根元からノードまでの距離は全長の幾割かを示し, 判り易く見られるようにした。図 4 によれば, 振巾拡大具の長さ l が短くなると, 換言すれば集中質量が大きくなると, ノード位置は先端に近づくことになる。

又, $\sqrt{\frac{S_0}{S_l}}$ の小さい方がノード位置は先端に近づくことも判る。

図 4 指数函数型のノード位置

III. 円錐型振巾拡大具の場合

1. 固有振動数

円錐型振巾拡大具の方程式は次のようになる。

今, 振巾拡大具の変位	u
面積	S
音速	c
時間	t
長さ	x

とすれば, 応力と慣性力との平衡より

$$S \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(S \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (11)$$

$$\text{又, } S = S_0 (x/l)^2 \quad (12)$$

(12) を (11) に代入し整理すると

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{2}{x} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) \quad (13)$$

これを解いて⁵⁾

$$u = \frac{A}{x} \cdot e^{j(\omega t - \frac{\omega}{c} \cdot x)} + \frac{B}{x} \cdot e^{j(\omega t + \frac{\omega}{c} \cdot x)} \quad (14)$$

図 5 から判るように円錐型は根元が $x=l$ で先端は $x=a$ である。境界条件は次のようになる。根元は振動の腹となり,

$$x=l \text{ で } \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (15)$$

図 5

先端では集中質量

による慣性力が先

端面に全体に加わるから $x=a$ で

$$-\frac{W}{g} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = S_0 \cdot \left(\frac{a}{l} \right)^2 \times E \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \quad (16)$$

(14) (15) (16) より

$$\frac{W/S_0}{\omega^2 \cdot a \cdot \left(\tan \frac{\omega}{c} (l-a) - \frac{\omega}{c} (l-a) \right)} = \frac{(a/l)^2 \cdot E \cdot g \cdot \left\{ 1 + \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \cdot al \right\}}{\omega^2 \cdot a \cdot \left(\tan \frac{\omega}{c} (l-a) - \frac{\omega}{c} (l-a) \right)} \quad (17)$$

$W=0$ の時には

$$\tan \frac{\omega}{c} (l-a) = \frac{\frac{\omega}{c} (l-a)}{\left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \cdot a \cdot l + 1} \quad (18)$$

この場合の $(l-a)$ は振巾拡大具の長さである。

図 6 は (17) 式を図に表したものであり, 縦軸は W/S_0 , 横軸は $(l-a)$ をとつている。 W/S_0 は, 振巾拡大具の根元面積に対する先端集中質量を考えたものであるから, 拡大具の寸法が変化して根元面積を変えた場合でも, 図 6 を使用することができる。

2. 振巾比

振巾比は根元の振巾 ($x=l$ に於ける u_l) と先端の振巾 ($x=a$ における u_a) との比である。

(14) 式と前出境界条件 $x=l$ で $\frac{\partial u}{\partial x}=0$ より

$$y = \left| \frac{u_a}{u_l} \right| = \left| \frac{l}{a} \left\{ \cos \frac{\omega}{c} (l-a) - \frac{c}{\omega l} \cdot \sin \frac{\omega}{c} (l-a) \right\} \right| \quad (19)$$

図 6 円錐型の固有振動数

(19) 式の場合、 y と W/S_0 との関係を求めるには (17) 式又は、図 6 から求めた $(l-a)$ に相当する W/S を (19) 式の $(l-a)$ に適応させれば求まる。こうして求めたものが図 7 である。図 7 によれば、図 3 の指数函数型と相似的に、最大の y を示す先端の集中質量が存在することが判る。

図 7 円錐型の振幅比

先端の集中質量がない場合には、 $\sqrt{S_0/S_l}$ よりも数割方小さくなることが判る。指数函数型と比べると同一の $\sqrt{S_0/S_l}$ の場合には、総じて y (振巾拡大率) が小さいが、先端の集中質量は、大きなものをつけることができる特徴を有する。

3. ノードの位置

ノードの位置は円錐の原点よりの距離 x_n をもって表す。

$$x=l \quad \text{では} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (20)$$

$$x=x_n \quad \text{では} \quad u = 0 \quad (21)$$

これより

$$x_n = \frac{\frac{\omega}{c} \cdot l - \tan^{-1} \frac{\omega}{c} \cdot l}{\frac{\omega}{c}} \quad (22)$$

図 8 は縦軸に $\frac{l-x_n}{l-a}$ 、横軸が $l-a$ である。 $\frac{l-x_n}{l-a}$ は、振巾拡大具の根元からノードまでの距離 $(l-x_n)$ に対する、拡大具の全長 $(l-a)$ の割合であるから、指数函数型の場合の図 4 と同じ意味を表示したものである。指数函数型と比較した場合ノードの位置を示す曲線は傾向は同じであるが、同一長さの振巾拡大具の場合には、円錐型の方が少しく棒の先端の方にノード位置が移行していることが判る。

図 8 円錐型のノード位置

IV. 実験

以上から理論計算による振巾拡大具の特性は判つたので実験によってこれを確めることになるのであるが、最も密な実験については又、稿を改めることとし、ここでは二三の例について簡単にふれるに止める。

1. 指数函数型の場合

実験は次の条件で行つた。

磁歪振動子	ニッケル	外 周	90mm×60
積層棒		内 周	50mm×20
		厚 み	60mm

固有振動数 23.6kc
 一段目の指数函数型拡大具 軟鋼製
 根元 60mm×60mm 角
 先端 9.5mm 径
 長さ 122mm
 固有振動数 23.6kc

磁歪振動子と一段目の拡大具とは、低温ハンダで接着し、磁歪振動子の中央部を保持点とし、実験に供する拡大具は、一段目とねじで接合した。

測定の対称としたのは、周波数を接合体全体の振動系による固有振動数に合せてやり最も振巾の大きくなった時の周波数、振巾、及び先端と根元の振巾比をとつた。周波数の測定は波長計、先端振巾は、100 倍の顕微鏡、振巾比は、先端と根元（接合点）にゲージポイントを打ち、この点に電蓄用のピックアップのサファイヤ針を当て、増巾した値を平均電流計によつて読みとり、その比をとつた。尚、集中質量としては、なるべく長さ方向の寸法をとらないようにし、横に拡がるようにした。

実験結果は表 1 に示す。

表 1 指数函数型の実験結果

根元面積	先端面積	直径比	集中荷重	長さ	計算周波数	実測周波数	最大振幅	計算振幅比	実測振幅比
S_0 mm ²	S_l mm ²	$\sqrt{S_0/S_l}$	W gr	l mm	$f = \frac{\omega}{2\pi}$ kc		u μ	y	
15φ 177	3φ 7.05	5/1	2.5	80	23.6	23.7	82	5.25/1	5.1/1
15φ 177	3φ 7.05	5/1	1.25	102	23.6	23.7	90	5.8/1	5.7/1
15φ 177	3φ 7.05	5/1	0	120	23.6	23.7	80	5/1	5/1

表 2 円錐型の実験結果

根元面積	先端面積	直径比	集中荷重	長さ	計算周波数	実測周波数	最大振幅	計算振幅比	実測振幅比
S_0 mm ²	S_l mm ²	$\sqrt{S_0/S_l}$	W gr	$(l-a)$ mm	$f = \frac{\omega}{2\pi}$ kc		u μ	y	
15φ 177	3φ 7.05	5/1	0	127	23.6	23.6	55	3.4/1	3.4/1
15φ 177	3φ 7.05	4/1	3.5	95	23.5	23.5	80	4.12/1	4.1/1

2. 円錐型の場合

円錐型の場合も、同様に行い、供試拡大具だけを一段目の拡大具にねじでとりつけた。その結果は表 2 に示す。

V. 結 論

以上、計算及び実験によつて指数函数型、円錐型の振巾拡大具の先端に集中質量がついた場合を述べ計算結果は、集中質量があまり長くない場合には良く実験に合う

ことを確めた。計算による結果をかいつまんて述べると次のようになる。

A. 指数函数型の場合

1. 或周波数を与えるには、先端の質量が大きくなる程、振巾拡大具の長さは短くなる。
2. 適当な集中質量の場合振巾比は最大となり、最大点では $\sqrt{S_0/S_l}$ (所謂直径比) よりも大きくなる。

最大点は $\sqrt{S_0/S_l}$ が大きい程、振巾比 y が大きくなる。

3. 集中質量が大きくなるとノード位置は先端に近づく。

B. 円錐型の場合

1. 定性的傾向は指数函数型と同一であるが、集中質量のない場合の振巾比 y は $\sqrt{S_0/S_l}$ よりも数十パーセント小さい。指数函数型と比べると同一の $\sqrt{S_0/S_l}$ の場合には総じて振巾比が小さいが、先端の

集中質量は大きなものをつけることができる特徴を有する。

この結果は、実験とよく合致することも明かとなった。
 (1957, 8 月 26 日 受付)

文 献

たとえば

- 1) W.P. Mason and R.F. Wick.: A Barium Titanate Transducer capable of Large Motion at an Ultrasonic Frequency.

The Journal of the Acoustical Society of America, Vol.23. No.2. March. 1951. 209~214頁.

2) 西村, 島川: 超音波機械加工, 機械学会誌, 第59巻第455号, 昭31年12月.

3) 大平, 宮本, 浅沼: 超音波加工用コニカルホー

ンの設計について, 精密機械, 第23巻第5号.

4) Applied Acoustics; H. F. Olsen & F. Massa, § 8. 219頁.

5) 前出: (4) § 8. 217頁.

(4) (5) は P. Blakiston's Son & Co. INC 出版 (Philadelphia) 1939年.

球の衝撃作用の解析*

正 会 員 大 越 諄** 飯 田 喜 介**

The Analysis for Force and Deformation of Impact by Sphere

Makoto OKOSHI and Kisuke IIDA

Impact actions of sphere collided with semi-infinite elastic and plastic body were analysed. Force and deformation due to impact were presented as the function of diameter (D) and velocity (v) of sphere and material factors.

The differences between the analytical results and the experimental formulas reported previously were compared by the exponents on diameter and velocity of sphere. The results are shown in table 1.

For the impact force of sphere, diameter effect in the elastic impact is equal to that in the plastic impact, but velocity effect in the former is larger than that in the latter. The experimental result on diameter effect is all but the same to them, and that on velocity effect is the middle of them.

For deformation, which involves chordal diameter, depth and volume of indentation, diameter effect in the plastic impact is equal to that in the elastic impact, but velocity effect in the former is a little larger than that in the latter. Theoretical results of the plastic impact are identical with the experimental results.

1. 緒 言

噴射加工が粒子の衝撃作用に依る加工である事から, 若者は先づに平面に種々の径の鋼球が種々の速度で衝突する場合の実験を行い, 衝撃力及び衝撃変形に対する投射条件の関係法則を求めた。

本報はその場合の理論的解析を行つたものである。即ち接触部分の変形が弾性変形の場合と塑性変形の場合について, 夫々衝撃力と変形量に対する投射条件の関係式

* 昭和31年4月21日精機学会春季講演会にて発表

** 東京大学工学部

1) 大越, 飯田: 鋼球の衝撃による Indentation について, 精機学会誌, 第23巻, 第7号 (1957) 312~315頁.

を求め, 実験値と比較したものである。

2. 弾性衝撃

Fig.1 の如く半無限弾性体の表面に垂直に速度 v で球が衝突した場合, 両者は弾性的に変形して接触面積を増すと共に球の速度は減少し遂に0となる。其の後球は弾性変形の energy によつて投射方向と反対方向に作用する力をうけ次第に速度を増して半無限体から離れてゆく。

Fig.1

この最大近接位置に於ける変形量と同一の変形を起す