チェーンのたるみが無視出来ない事等より、チェーン両端の横方向の変位とチェーン張力との関係が非線型であるものと思われます。

(3) ブレーキの実際の構造は、平らなプーリに平ベルトを捲付け、此のベルトをねじで適当に締める事によって制動力を得て居ります。摩擦面には潤滑油を与えて使用しますので、クーロン摩擦と粘性摩擦との混つたものと考えられます。制動トルクの測定は上記ベルトの一端をばね秤で吊つて行いますが、ブレーキの調整如何では摩擦面で自励振動を起し、ばね秤の指示が大きく変動する事があります。然しながら、実験は此の様な振動の起らない条件を探し、少くとも肉眼的にはばね秤の

指示が安定して居る条件の下で行いましたので、ブレーキの側からの disturbance は無視出来るものと思われ

ます。
(4) 特別に深い意味があつた訳ではありません。ただ低速になりますと、パイプレータの振動数は一定な為、1ピッチ間で沢山の測定点が得られますので、測定精度を示す意味も含めて横軸を拡げた次第です。ミスプリントではありませんので、他の図と比較する上で多少見難くなつてしまいましたが、その意味で御覧頂きたく存じます。

編集理事 この研究は仲々面白い問題を含んで居るようです。会員からの御討論をお待ちして居ます。

心なし内面研削盤における外周真円度の 内周真円度に及ぼす影響*

角 田 馨**

Effects of Out-of-Roundness of the Outer Surface on the Out-of-Roundness
of Inner Surface on the Centerless Internal Grinding Machine.

Kaoru KAKUDA

Generally, a centerless grinding machine is used to grind the inner and outer races of ball bearings. In this case, the work is supported at 2 points on the periphery. The centroid of the work, which is supported at 2 points and rotates, is governed by the out-of-roundness of the outer surface. Consequently, the correlativity of the out-of-roundness of the outer surface of works and out-of-roundness of inner surface ground must be sought for, in order to improve the work accuracy of the inner surface ground. This paper has theoretically and experimentally introduced the correlation of the out-of-roundness of the outer and the inner surfaces.

It has been found that correlation exists in the number of angles of the outer and inner surfaces and when the outer surface takes an elliptical form, the inner surface also takes it. If the outer surface takes a triangular shape, the inner surface takes a hexagonal shape of nearly a circle or else a triangular shape and when the outer surface takes a pentagonal shape, the inner surface also takes the same shape.

1. 序 論

内周の真円度測定は従来非常に困難であつたが、近時測定倍率×10,000という測定器が輸入されるに及びその

測定が非常に容易になつてきた。

ころがり軸受の内外輪等の内面を研削する場合には通常心なし内面研削盤が使用される。この場合工作物は外周にて2点支持の形で保持されるが、工作物の外周面が非真円であると2点支持された工作物の回転中心の軌跡は外周の真円度に支配される。従つて心なし内面研削の

* 昭和34年精機学会春季大会にて講演

** 東洋工業株式会社 正会員

真円度を向上させるための基礎として 工作物の外周真円度と研削された内周真円度との 相関性を求めることは重要と思われる。

2. 内外周の相関性理論解析

2.1 ロール型式研削

心なし内面研削盤において工作物は図 1 のようにロー

図 1 ロール型の工作物支持方法

ル上で外周基準により 2 点支持され研削が行われる。また工作物が研削中に飛出すのを防ぐためロールにて支持される場合は半径方向にプレッシャーロールにて支持荷重を受けている。

心なし内面研削盤にて工作すべき工作物は外周は通常心なし外面研削盤により研削される場合が多く、その場合外周が多角形状の歪円になることがあることは既に 2, 3 論ぜられている所である。

研削系各部の振動, 工作物の踊りおよび弾性変形を一応除外して考えると, 多角形歪円を有する工作物がロール上を回転した場合外周の歪円により

中心 O_1 が図 1 のように O_2 に移動したとすれば, 回転に伴う内周位置は実線より点線の位置に移動することになる。回転前後の内周が砥石の切込方向である XX 軸と交る点を G_1 および G_2 とし XX 上の研削点を G とすれば, 回転前後の研削代は $GG_1 - GG_2 = G_1G_2$ だけ相違しこの値が内周真円度に影響するものと考えられる。ゆえに工作物回転中の内周と XX 軸との砥石側交点の軌跡変化, 言い換えれば中心 O_1 の外周歪円にもとづく XX 軸上の移動状態を解析すれば内周真円度が成円される状

態を把握することができる。

いま工作物の外周歪円を中心 O_1 からの接線極座標にて表わせば一般に(1)式のようなになる²⁾。

$$R(\theta) = a_0 + c_1 \cos(\theta + \varphi_1) + c_2 \cos(2\theta + \varphi_2) + \dots + c_n \cos(n\theta + \varphi_n) + \dots \quad (1)$$

ここで a_0 は外周平均円半径, c_1 は平均円中心に対するかに定めた中心の偏心量, c_n は n 角数の a_0 なる平均円を基準とする歪みの高さを示す。

図 2 において工作物とサポートロール及びレギュレーティングロールとの接触点を a, b とし工作物中心の c 点に関する XY 座標の絶対値を求めると(2)(3)式のようなになる³⁾。

$$\begin{aligned} x &= gc = \overline{eg} \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\overline{O_2f} - \overline{O_2e}}{2} \tan \frac{\alpha}{2} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\overline{O_2b'}}{\sin \frac{\alpha}{2}} - \frac{\overline{O_2a'}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \right\} \tan \frac{\alpha}{2} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{R(\theta + \delta - \frac{\alpha}{2})}{\cos \frac{\alpha}{2}} - \frac{R(\theta + \delta + \pi + \frac{\alpha}{2})}{\cos \frac{\alpha}{2}} \right\} \quad (2) \end{aligned}$$

図 2 工作物中心の軌跡

$$\begin{aligned} y &= \overline{O_2g} = \frac{\overline{O_2e} + \overline{O_2f}}{2} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\overline{O_2a'}}{\sin \frac{\alpha}{2}} + \frac{\overline{O_2b'}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{R(\theta + \delta + \pi + \frac{\alpha}{2})}{\sin \frac{\alpha}{2}} + \frac{R(\theta + \delta - \frac{\alpha}{2})}{\sin \frac{\alpha}{2}} \right\} \quad (3) \end{aligned}$$

ただし α = 支持角, δ = 支持角の 2 等分線に垂直な直線と砥石送り方向とのなす角度にて位相角を表わす。

ここにおいて YY 軸は α の 2 等分線に一致せしめて

いるゆえ歪円が2個のロール上を回転する場合 α , δ は θ のかん数となるべきであるが, 工作物の1回転中の α , δ の変化量は少なく計算式が複雑化するのみである。ゆえに一定とみなしてさしつかえない。今図1において α および a , b 両接触点のロール円周上の変動量をみると,

$$\alpha = \pi - \cos^{-1} \frac{\left\{ r_s + R \left(\theta + \delta + \pi + \frac{\alpha}{2} \right) \right\}^2}{2 \left\{ r_s + R \left(\theta + \delta + \pi + \frac{\alpha}{2} \right) \right\}} + \frac{\left\{ r_R + R \left(\theta + \delta - \frac{\alpha}{2} \right) \right\}^2 - L^2}{\left\{ r_R + R \left(\theta + \delta - \frac{\alpha}{2} \right) \right\}} \quad (4)$$

$$\theta_1 = \cos^{-1} \frac{\left\{ r_s + R \left(\theta + \delta + \pi + \frac{\alpha}{2} \right) \right\}^2}{2 L \left\{ r_s + R \left(\theta + \delta + \pi + \frac{\alpha}{2} \right) \right\}} - \frac{\left\{ r_R + R \left(\theta + \delta - \frac{\alpha}{2} \right) \right\}^2 + L^2}{\left\{ r_R + R \left(\theta + \delta - \frac{\alpha}{2} \right) \right\} + \pi + \frac{\alpha}{2}} \quad (5)$$

$$\theta_2 = \cos^{-1} \frac{\left\{ r_R + R \left(\theta + \delta - \frac{\alpha}{2} \right) \right\}^2 + L^2}{2 L \left\{ r_R + R \left(\theta + \delta - \frac{\alpha}{2} \right) \right\}} - \frac{\left\{ r_s + R \left(\theta + \delta + \pi + \frac{\alpha}{2} \right) \right\}^2}{\left\{ r_s + R \left(\theta + \delta + \pi + \frac{\alpha}{2} \right) \right\} + \left(\theta + \delta - \frac{\alpha}{2} \right)} \quad (6)$$

$$L = O_s \bar{O}_r$$

例えば外径 30mm 絶対真円度 10μ の後で述べる等幅歪円を計算すれば $R(\theta) = 30 + 0.005 \cos(n\theta + \varphi)$ とおいた場合の α , θ_1 , θ_2 の最大最小の差は設計上の値として $r_s = 29\text{mm}$, $r_R = 95\text{mm}$, $L = 137.272\text{mm}$ とおくと表1

表1 α , θ_1 , θ_2 の変動

	最大変動角°	接触点の移動量 mm
α	0.031	
θ_1	0.022	0.008
θ_2	0.008	0.009

のようになる。従つて以下に述べる $x(\theta)$, $y(\theta)$ に含まれる α , δ の値は一定とみなしてもさしつかえない。

(2), (3)式は θ のかん数であり(1)式のようにフーリエ級数であらわせば(4), (5)式のようにになる。

$$x(\theta) = -\frac{a_0}{2 \cos \frac{\alpha}{2}} + \frac{c_1}{2 \cos \frac{\alpha}{2}} \cos \left(\theta + \varphi + \delta - \frac{\alpha}{2} \right) + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{c_n}{2 \cos \frac{\alpha}{2}} \cos \left(n\theta + \varphi_n + n\delta - n \frac{\alpha}{2} \right)$$

$$- \frac{a_0}{2 \cos \frac{\alpha}{2}} - \frac{c_1}{2 \cos \frac{\alpha}{2}} \cos \left(\theta + \varphi + \delta + \pi + \frac{\alpha}{2} \right) - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{c_n}{2 \cos \frac{\alpha}{2}} \cos \left(n\theta + \varphi_n + n\delta + n\pi + n \frac{\alpha}{2} \right) = c_1 \cos(\theta + \varphi + \delta) + \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n} \frac{\sin \frac{2n\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} \cdot \sin(2n\theta + \varphi_{2n} + 2n\delta) + \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n+1} \frac{\cos \frac{(2n+1)\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} \cos \{(2n+1)\theta + \varphi_{2n+1} + (2n+1)\delta\} \quad (7)$$

同様にして(3)式は以下のようにになる。

$$y(\theta) = \frac{a_0}{\sin \frac{\alpha}{2}} + c_1 \sin(\theta + \varphi + \delta) + \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n} \frac{\cos \frac{2n\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \cos(2n\theta + \varphi_{2n} + 2n\delta) + \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n+1} \frac{\sin \frac{2n+1}{2} \alpha}{\sin \frac{\alpha}{2}} \sin \{(2n+1)\theta + \varphi_{2n+1} + (2n+1)\delta\} \quad (8)$$

(7), (8)式は図2のC点を基準としたものであるが, (7)(8)式の $\theta = 0$ の場合の $x(0)$, $y(0)$ の値を基準とすれば(8)式の定数項は省略でき(8')式のようにになる。

$$y(\theta) = c_1 \sin(\theta + \varphi + \delta) + \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n} \frac{\cos \frac{2n\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \cos(2n\theta + \varphi_{2n} + 2n\delta) + \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n+1} \frac{\sin \frac{2n+1}{2} \alpha}{\sin \frac{\alpha}{2}} \cdot \sin \{(2n+1)\theta + \varphi_{2n+1} + (2n+1)\delta\} \quad (8')$$

図3においてXY座標にて O_1 を中心とする内周W円が任意角回転後その中心が O_2 に変位したとすれば内周は点線 W' 円のようになり, 砥石軸は $X'X'$ 軸上にあるため回転前後の研削代の相違は G_1G_2 となり, 研削前の内周半径を r とすれば,

$$G_1G_2 = x \cos \delta + y \sin \delta + \{r^2 - (y \cos \delta - x \sin \delta)^2\}^{1/2} - r \quad (9)$$

1回転中の研削代の相違は $G_1G_2(\theta)$ であり(10)式の

図 3 研削代の相違 (ロール型)

ように表わされる。

$$G_1 G_2(\theta) = x(\theta) \cos \delta + y(\theta) \sin \delta + [r^2 - \{y(\theta) \cos \delta - x(\theta) \sin \delta\}^2]^{1/2} - r \quad (10)$$

内径真円度は切残し率⁴⁾が一定とすれば 1 回転中の研削代の相違に左右されるものであり真円度は(10)式で表わされる。

2.2 オンセンタ支持シュー型式研削

シュー型の研削盤においては工作物は図 4 のようにロ

図 4 シュー型の工作物支持方法

ールの代りにシューにて抱かれ軸方向にプレッシャプレートにて支持荷重をうけている。シューは超硬合金で作られた水平及び垂直の各シューよりなり内側はほぼ工作物外周と同じ円弧に研削され各シューの中央にて工作物に接するようになってい

る。従つて工作物はその中心を通る垂直軸および水平軸とシュー内面との交わるそれぞれの交点にて支持されているものと仮定し、工作物がシュー上を回転した場合外周の歪円により中心 O_1 は図 5 のように O_2 に移動したとすれば研削前の内周は点線のように移動する。回転前後の内周の XX 軸との交点を $G_1 G_2$ とし研削点を G とすれば研削代は、 $GG_1 - GG_2 = G_1 G_2$ だけ相違しこの値が

図 5 工作物中心の移動

内径真円度に影響するものと考えられる。

前項と同様に工作物中心の座標を求めれば(11)(12)式のようになる。

$$x = R(\theta) \quad (11)$$

$$y = R\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) \quad (12)$$

[(11)(12) 式の $R(\theta)$ をフーリエ級数で表わせば(13)(14) 式のようになる。

$$x(\theta) = a_0 + c_1 \cos(\theta + \varphi_1) + c_2 \cos(2\theta + \varphi_2) + \dots + c_n \cos(n\theta + \varphi_n) + \dots \quad (13)$$

$$y(\theta) = a_0 + c_1 \cos\left(\theta + \varphi_1 - \frac{\pi}{2}\right) + c_2 \cos\left(2\theta + \varphi_2 - \frac{2\pi}{2}\right) + \dots + c_n \cos\left(n\theta + \varphi_n - \frac{n\pi}{2}\right) + \dots \quad (14)$$

$\theta = 0^\circ$ の場合の座標 $x(\theta)$, $y(\theta)$ を原点とした場合即ち中心 O_1 を原点とした場合は(13)(14)式は(13')(14') 式のようになる。

$$x'(\theta) = c_1 \cos(\theta + \varphi_1) + c_2 \cos(2\theta + \varphi_2) + \dots + c_n \cos(n\theta + \varphi_n) + \dots \quad (13')$$

$$y'(\theta) = c_1 \sin(\theta + \varphi_1) - c_2 \cos(2\theta + \varphi_2) - c_3 \sin(3\theta + \varphi_3) + c_4 \cos(4\theta + \varphi_4) + \dots \quad (14')$$

図 6 において任意角回転後中心が O_2 に変位したと仮

図 6 研削代の相違 (シュー型)

定すれば内周は点線のようになる。研削点を G とすれば回転前後の研削代の相違は $GG_1 - GG_2 = G_1G_2$ となる。

研削前の半径を r , O_2 の座標を (x, y) とすれば,

$$G_1G_2 = (r^2 - y^2)^{1/2} + x - r \quad (15)$$

1 回転中の研削代の相違を $G_1G_2(\theta)$ で表わせば,

$$G_1G_2(\theta) = \{r^2 - y^2(\theta)\}^{1/2} + x(\theta) - r \quad (16)$$

となる。

内径真円度は切残し率が一定とすれば 1 回転中の研削代の相違に左右されるものであり真円度は (16) 式で表わされることになる。

3. 数値計算例

3.1 ロール型式研削

前節において理論的考察を行なつたが 外径研削において最も多く見うけられる歪円は長円, 3 角形および 5 角形である。ゆえに長円, 3 角形および 5 角形の等幅歪円 (gleichdicke)⁵⁾ について計算すると次のようになる。

3.1.1 外周長円の場合

角数が 2 山であるから (1)(7)(8') 式において $n=2$ の項のみ取り上げ⁶⁾, $\phi_2=0$ と仮定すると外周に対する内周の変化状態を示す研削図形は

$$R(\theta) = a_0 + c_2 \cos 2\theta \quad (17)$$

$$r(\theta) = r + G_1G_2(\theta) \quad (18)$$

ただ

$$\begin{aligned} G_1G_2(\theta) = & c_2 \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} \sin(2\theta + 2\delta) \cos \delta \\ & + c_2 \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \cos(2\theta + 2\delta) \sin \delta \\ & + \left[r^2 - \left\{ c_2 \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \cos(2\theta + 2\delta) \cos \delta \right. \right. \\ & \left. \left. - c_2 \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} \sin(2\theta + 2\delta) \sin \delta \right\}^2 \right]^{1/2} - r \end{aligned}$$

より求まる。

$a_0=30\text{mm}$, $r=20\text{mm}$, $c_2=5\text{mm}$, $\alpha=75^\circ$, $\delta=10^\circ$ の各々の場合における外周 $R(\theta)$ に対する内周 $r(\theta)$ の値を円周上 8 点にて計算し形状を明瞭にするため作図的に直線で結ぶと図 7 のようになる。

この場合 $c_2=5\text{mm}$ とすると 1μ の歪を 5000 倍に拡大した時研削図形には 5mm の歪として表われる。

外周長円のものは α の値に無関係に内周は長円となり, 外周と内周の位相差は $(45^\circ - \delta)$ となる。また計算によると α 角により内周の長軸の大きさが変化してくる。

図 7 外周長円の場合の内周研削図形

3.1.2 外周 3 角形等幅歪円の場合

角数 3 山であるから (1)(7)(8') 式において $n=3$ の項のみ取り上げ $\phi_3=0$ と仮定すると, 同様に研削図形は次より求まる。

$$R(\theta) = a_0 + c_3 \cos 3\theta \quad (19)$$

$$r(\theta) = r + G_1G_2(\theta) \quad (20)$$

ただ

$$\begin{aligned} G_1G_2(\theta) = & c_3 \frac{\cos \frac{3}{2}\alpha}{\cos \frac{\alpha}{2}} \cos(3\theta + 3\delta) \cos \delta \\ & + c_3 \frac{\sin \frac{3}{2}\alpha}{\sin \frac{\alpha}{2}} \sin(3\theta + 3\delta) \sin \delta \\ & + \left[r^2 - \left\{ c_3 \frac{\sin \frac{3}{2}\alpha}{\sin \frac{\alpha}{2}} \sin(3\theta + 3\delta) \cos \delta \right. \right. \\ & \left. \left. - c_3 \frac{\cos \frac{3}{2}\alpha}{\cos \frac{\alpha}{2}} \cos(3\theta + 3\delta) \sin \delta \right\}^2 \right]^{1/2} - r \end{aligned}$$

$a_0=30\text{mm}$, $r=20\text{mm}$, $c_3=5\text{mm}$, $\alpha=60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$, $\delta=0^\circ, 20^\circ$ における外周 $R(\theta)$ に対する内周 $r(\theta)$ の関係を 3.1.1 と同様に作図的に示すと図 8 のようになる。

内周の形状は α, δ の大小により相違してくる。すなわち $\alpha=60^\circ$ の場合には 6 角形となり $\delta=0^\circ$ では長円の要素を含んだ真円に近い形状となる。 $\alpha=75^\circ, 90^\circ$ の場合には 3 角形となるが $\delta=20^\circ$ 附近になると 6 角形の要素を含んでくる。また内外周の位相差は δ として表われる。

3.1.3 外周 5 角形等幅歪円の場合

角数 5 山であるから 3.1.1 の場合と同様に $n=5$ の項のみ取り上げ $\phi_5=0$ と仮定すると研削図形は次式より求められる。

$$R(\theta) = a_0 + c_5 \cos 5\theta \quad (21)$$

図 8 外周 3 角形の場合の内周研削図形

$$r(\theta) = r + G_1 G_2 5(\theta) \quad (22)$$

ただし

$$G_1 G_2(\theta) = c_5 \frac{\cos \frac{5}{2} \alpha}{\cos \frac{\alpha}{2}} \cos(5\theta + 5\delta) \cos \delta$$

$$+ c_5 \frac{\sin \frac{5}{2} \alpha}{\sin \frac{\alpha}{2}} \sin(5\theta + 5\delta) \sin \delta$$

$$+ \left[r^2 - \left\{ c_5 \frac{\sin \frac{5}{2} \alpha}{\sin \frac{\alpha}{2}} \sin(5\theta + 5\delta) \cos \delta \right. \right.$$

$$\left. \left. - c_5 \frac{\cos \frac{5}{2} \alpha}{\cos \frac{\alpha}{2}} \cos(5\theta + 5\delta) \sin \delta \right\}^2 \right]^{1/2} - r$$

$a_0 = 30\text{mm}$, $r = 20\text{mm}$, $c_5 = 5\text{mm}$, $\alpha = 75^\circ$, $\delta = 10^\circ$ における外周 $R(\theta)$ に対する内周 $r(\theta)$ を作図的に示すと図 9 のようである。

図 9 外周 5 角形の場合の内周研削図形

外周 5 角形は一般に内周 5 角形として表われ支持角 α の影響は認められない。また内外周の位相差は δ である。

3.2 オンセンタ支持シュー型式研削

3.2.1 外周長円の場合

角数 2 山であるから (13') (14') 式において $n=2$ の項のみ取り上げ $\varphi_2 = 0$ と仮定すれば (1) (16) 式から外周および内周は (23) (24) 式となる。

$$R(\theta) = a_0 + c_2 \cos 2\theta \quad (23)$$

$$r(\theta) = r + G_1 G_2(\theta) \quad (24)$$

ただし

$$G_1 G_2(\theta) = \{r^2 - (c_2 \cos 2\theta)^2\}^{1/2} + c_2 \cos 2\theta - r$$

$a_0 = 30\text{mm}$, $r = 20\text{mm}$, $c_2 = 5\text{mm}$ の研削図形は同様に図 10 のようになる。

図 10 外周長円の場合の内周研削図形

3.2.2 外周 3 角形等幅歪円の場合

角数 3 山であるから $n=3$ の項のみ取り上げると (25) (26) 式のようなになる。

$$R(\theta) = a_0 + c_3 \cos 3\theta \quad (25)$$

$$r(\theta) = r + G_1 G_2(\theta) \quad (26)$$

ただし

$$G_1 G_2(\theta) = \{r^2 - (c_3 \sin 3\theta)^2\}^{1/2} + c_3 \cos 3\theta - r$$

$a_0 = 30\text{mm}$, $r = 20\text{mm}$, $c_3 = 5\text{mm}$ の研削図形は図 11 のようになる。

図 11 外周 3 角形の場合の内周研削図形

3.2.3 外周 5 角形等幅歪円の場合

角数 5 山であるから $n=5$ の項のみ取り上げると (27) (28) 式のようなになる。

$$R(\theta) = a_0 + c_5 \cos 5\theta \quad (27)$$

$$r(\theta) = r + G_1 G_2(\theta) \quad (28)$$

ただし

$$G_1 G_2(\theta) = \{r^2 - (c_5 \sin 5\theta)^2\}^{1/2} + c_5 \cos 5\theta - r$$

$a_0 = 30\text{mm}$, $r = 20\text{mm}$, $c_5 = 5\text{mm}$ の研削図形を求めれば図 12 のようになる。

3.2.1~3 においてわかるように角数のいかにかわ

図 12 外周五角形の場合の研削図形

らず内外周の角数は同じであり 位相差は表われない。

4. ロール型式研削盤における実験値とその考察

4.1 工作物の直径と支持角及び位相の関係

外周歪円に対する内周歪円の研削図形を理論的に求める場合に外周歪円の中心軌跡は(7)(8)式に示すように表わすことができた。前にも述べたように α および δ は厳密には θ の関数であるが、工作物 1 回転中の α 及び δ の変化は無視し得るゆえ平均円 $D=2a_0$ を設定すると、 α , δ は D と一定の関係を保っている。実験に使用した東洋工業製 114 型心なし 内面研削盤のロール付近の寸法は図 13 のようである。図 13 においてレギュレーティングロ

図 13 ロール工作物の配置状態

ールの軸方向の傾きは小さいゆえ 0 と仮定し サポートロールの停止角度を θ' とすれば、

$$\alpha = \pi - (\alpha_1 + \alpha_2) \quad (29)$$

$$\alpha_1 = \cos^{-1} \frac{72 - 90 \sin \theta'}{(D+58)/2} \quad (30)$$

$$\alpha_2 = \cos^{-1} \frac{60}{(D+190)/2} = \cos^{-1} \frac{120}{D+190} \quad (31)$$

α と D の関係は、

$$\alpha = \pi - \left\{ \cos^{-1} \frac{144 - 180 \sin \theta'}{D+58} + \cos^{-1} \frac{120}{D+190} \right\} \quad (32)$$

となる。

α , D , θ' の関係は図 14 のようになる。

図 14 α - D 線図

また内外周の位相のずれを示す δ は図 13 において、

$$\delta = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \text{ であり、}$$

$$\delta = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} = \cos^{-1} \frac{60}{D+190} - \cos^{-1} \frac{72 + 90 \sin \theta'}{(D+58)} \quad (33)$$

より $\theta' = 25^\circ$, 30° における δ と D との関係を示すと図 15 のようになる。

図 15 δ - D 線図

θ' は工作物の自動操作による取付取はずしに支障のないように設定されるものであり、支持角 α 及び位相角 δ に影響をおよぼしている。すなわち支持角 α および位相角 δ は工作物外周並びにセットの仕方により変化し、特に工作物外周に三角歪円がある場合 α , δ の値は内周真円度に影響を及ぼしてくるゆえ注意が必要である。

今普通最も多い外周 2, 3, 5 角形の工作物について研削後の内外周の真円度をテーラーホブソンのタリロンドで測定した結果を示すと以下のようである。

4.2 外周長円の場合

外径 30ϕ mm について $\theta' = 30^\circ$, $\alpha = 71^\circ$, $\delta = 3^\circ$ の条件下に行つた結果は図 16 のようであり、図 7 に示した研削図形とはほぼ一致して居る。

4.3 外周三角形の場合

図 16 外周長円の場合の内周真円度

図 17 外周3角形の場合の内周の実験値と計算値の比較

試みに図 17に示すような工作物外径 $47\phi\text{mm}$ ではほぼ等幅歪円に近い外周をもつものの外周真円度を $R(\theta)$ により表わし c_n の値を求めると

$$\begin{aligned}
 R(\theta) = & 43.96 + 1.24\cos(\theta + 153^\circ 29') + 0.82 \cdot \\
 & \cos(2\theta + 47^\circ 2') + 4.78\cos(3\theta + 92^\circ 37') + 1.17 \cdot \\
 & \cos(4\theta + 138^\circ 56') + 1.05\cos(5\theta + 2^\circ 54') + 0.89 \cdot \\
 & \cos(6\theta + 154^\circ 24') + 1.09\cos(7\theta + 48^\circ 17') + 0.80 \cdot \\
 & \cos(8\theta + 138^\circ 51')
 \end{aligned}$$

となる。

この外周は3角形の要素 c_3 が他の角数に比して高く3角形歪円と見なされる。今この工作物を $\alpha = 64^\circ$, $\delta = 1^\circ$ の条件で研削した後の実測値は内測実線に示すようであり, (9) (20) 式により求めた計測値を示すと点線のようにになり計算値と実験値が一致している。

外周3角形の工作物の研削内周真円度は α , δ に影響される点が多く, これら条件の異つたものについて実験

する必要がある, その他の実例を示すと次のようになる。

図 18は外周 30ϕ , $\alpha = 71^\circ$, $\delta = 3^\circ$ の条件で研削したものの測定値であるが いずれも図 8 の研削図形と一致している。外周は完全な3角形等幅歪円でないため他の角数の影響を受け位相は少しずれている様に思われる。

図 18 外周3角形の場合の内周真円度

4.4 外周5角形の場合

図 19 は外径 $30\phi\text{mm}$, $\alpha = 71^\circ$, $\delta = 3^\circ$ の条件で求められたものであり内周は5角形となつている。外内周の位相差については外周は等幅歪円でないため部分的に大きくずれてくることがあり, 次に述べるように位相差は研削図形と一致しない事が多い。

図 19 外周5角形の場合の内周真円度

4.5 外周3角形と5角形の複合型の場合

4.2~4 における実測値は等幅歪円またはそれに近いものであり角数も明確であつたが 実際の工作物にはたとえば3角形と5角形の複合されたもの 等複雑な形状のものが多く, 種々の角数が入りまじつて外周が形成されてい

る。

たとえば図 20 はその 1 例であり外周は 3 角歪円, 内周は 5 角歪円と見うけられる。この現象は理論と相違する

図 20 外周複合の場合の内周真円度

結果となるが外周 $R(\theta)$ 及び内周 $r(\theta)$ を計算すると

$$\begin{aligned}
 R(\theta) &= 43.33 + 1.28 \cos(\theta + 40^\circ 33') + 1.36 \cdot \\
 &\quad \cos(2\theta + 75^\circ 51') + 4.35 \cos(3\theta + 9^\circ 32') + 0.22 \cdot \\
 &\quad \cos(4\theta + 115^\circ 13') + 0.98 \cos(5\theta + 39^\circ 55') + 0.16 \cdot \\
 &\quad \cos(6\theta + 148^\circ 14') + 0.16 \cos(7\theta + 18^\circ 30') + 0.07 \cdot \\
 &\quad \cos(8\theta + 137^\circ 37') + 0.05 \cos(9\theta + 169^\circ 37') \\
 r(\theta) &= 36.58 + 1.51 \cos(\theta + 159^\circ 37') + 1.65 \cdot \\
 &\quad \cos(2\theta + 164^\circ 45') + 0.39 \cos(3\theta + 6^\circ 6') + 0.29 \cdot \\
 &\quad \cos(4\theta + 51^\circ 57') + 0.82 \cos(5\theta + 20^\circ 30') + 0.14 \cdot \\
 &\quad \cos(6\theta + 8^\circ 51') + 0.21 \cos(7\theta + 167^\circ 25') + 0.25 \cdot \\
 &\quad \cos(8\theta + 125^\circ 15') + 0.06 \cos(9\theta + 143^\circ 39')
 \end{aligned}$$

となる。

上式にてわかる如く実際の工作物においては単純な等幅歪円というものとは存在しないで、歪円を解析すると幾多の角数および振幅を有する歪円がそれぞれ異つた位相にて重つた状態になつてゐる訳である。

図 20 の研削条件は $\alpha = 64^\circ$, $\delta = 1^\circ$ であるが外周の真円度 $R(\theta)$ の角数の構成は 3 角, 2 角, 5 角の順になつてゐる。

また内周 $r(\theta)$ の角数の構成は 5 角, 2 角, 3 角の順となつてゐる。第 1 報において述べたように外周 3 角の場合の内周真円度は α , δ の影響が大きく本例の場合の α , δ の値においてはほぼ長円及び 6 角を含んだ真円に近くなるが、外周 5 角形の場合内周はあくまで 5 角形として残るため内周に 5 角形が発生したものである。従つて位相は外周 3 角形の要素の位相に合致するが見かけの 5 角形の位相には合致しない。外周 2 角形の要素は 2 角

として内周に残つてゐる。

5. オンセンタ支持シュー型式研削盤における実験値とその考察

本実験は東洋工業製 T159 型軸受外輪研削盤にて行つた結果であり、ブランジカット方式にて研削が行なわれている。従つて内周の測定面は軸受外輪の溝底面を示している。球軸受 6206 の軸受外輪を研削した場合における軸受外輪の外周の歪とボール溝面をテーラーホブソンのタリロンドにて測定した結果図 21 のようになり、測定値は計算による研削図形図 12 と一致している。

図 21 外周五角形の場合の内周真円度

オンセンタシュー型式研削においては工作物外周の歪円はそのまま内周の歪円となつて表われる。

6. 結 論

(1) 工作物を外周にて 2 点支持し心なし内面研削する場合、工作物内周の歪円形状を外周歪の関数として理論的に表わすことができた。

(2) 工作物の外周歪が長円の場合は位相のずれた状態にて内周は長円となる。

(3) 外周が 3 角形の工作物は支持角により内周形状が相違し、支持角が 90° 付近では内周が 3 角形となり、 60° 付近では 6 角形または真円に近くなる。

(4) 外周 5 角形の場合は内周が 5 角形となる。

(5) 外周歪円と内周歪円との位相のずれは工作物の取付位置と研削位置の相対関係に影響される。

(6) 支持角及び位相角は工作物の外径寸法及び研削の場合の設定の仕方により変化してくる。

(7) 支持角 90° のオンセンタシュー型式研削では工作物の外周歪円がそのまま内周に移る。

(8) 心なし内面研削における工作物の真円度を向上す

るためには工作基準となる外周真円度を向上させるとともに、外周歪円に対し支持角を考慮に入れて研削することが好ましい。

(9) 実際の工作物外周は等幅歪のような簡単な形状のものではなく、種々の角数を含んだ複雑な形状であるが、この場合においても本理論が成立することがわかった。

(10) 本理論は外周既知の工作物を研削することにより機械精度判定の理論的基礎の一つとなる。

終りに本報作成に当り懇切な御助言をいただいた、京都大学奥島教授、東洋工業田中重芳博士の両氏に深謝すると共に、援助をうけた津村喜代治君に謝意を表わす。

(1959, 6月15日受付)

参考文献

- 1) 米津栄：心無研削に関する研究，19，86，昭和29年，p. 83，機械学会論文集
小川正義：心無研削法に関する研究，精密機械，24巻2号，1958，p. 89.
- 2) 米津栄：1)
- 3) 中田，山本：円筒形工作物の真円度測定，機械学会誌，53巻376号，昭和25年，p. 160.
- 4) 塩崎進：研削といしのと粒の分布密度と切残し量および仕上面との関係について，機械学会論文集，18巻，74号，昭和27年，p. 10.
- 5) 中野幸久：グライヒディックに就いて，科学測器，3巻9号，昭和18年，p. 387.
- 6) 中田，山本：3)

水晶ポリシ板の変形影響層について*

—— 水晶板ポリシングの研究 (第3報) ——

井 田 一 郎** 新 井 湧 三**

On the Deformed Layers of Polished Crystals

—— Studies on Polishing of Quartz-Plates (3rd Report) ——

Ichiro IIDA, Yuzo ARAI

Using very thin oscillator-plates, the deformation process of the polished plates is studied by etching technique and interferometry.

The results obtained are as follows:

- (1) The etched depth h (Å) is found to be expressible by $h = K \cdot t^\alpha$, t being the etching time (min.), and K , α constants.
- (2) Three stages found in deformation curves are related to the surface structure of polished crystals.
- (3) The residual stress can be explained as the compressive stress due to the mutual relation between the curvature variations and deformation curves.

1. 緒 論

さきに薄い水晶板をポリシした際、板が光学的接着から解放されると、常に最終ポリシ面が凸に変形することを指摘したり。これは、もちろん、残留応力によるものであるが、その原因や変形機構について未だ不明のところが多かった。

また、従来、厚板のポリシングでは、変形が事実上無

視できる程度に小さいので、あまり注目されていなかったようである。しかし、最近になつて、井上²⁾はガラスのポリシ面の変形とポリシ面の構造との関係を論じ、Rawstron³⁾はポリシされたガラス面の Beilby 層下にある機械的擾乱層の存在を強調した。

筆者らはもともと VHF 帯水晶発振子 (直径: 板厚 $\geq 140:1$, 板厚 0.1mm 以下) の製作から、ポリシ水晶板の変形に注目していた。そこで、ポリシ表層における変形影響層の深さと、それに対応する面の変形を精密測定することによつて、表層には三つの段階があることを見

* 昭和34年4月8日 精機学会春期大会にて講演

** 電気通信研究所部品研究室 正会員