ミニチュア球軸受について

—鋼球ラッピングにおける公転半径の影響*—

井 戸 守** 羽 地 務** 中 島 基 雄**

On the Miniature Ball Bearings

—On effect of revolutional radius in lapping steel balls—

Mamoru Ido, Tsutomu HAZI, Motoo NAKAZIMA.

How are lapped quantity and sphericity influenced by revolutional radius of steel balls and other lapping conditions ?

We analysed forces and moments acted on a steel ball in the course of lapping under following assumptions.

- (1) gyro-moments are not acted on steel balls,
- (2) contact surfaces of steel balls and lap are ellipsoid,
- (3) a point which can roll on a contact surface without sliding is center of contact pressure,
- (4) centrifugal force acted to steel ball is negligible,
- (5) steel ball blanks are rightsphere,
- (6) abrasive distribution is uniform on contact surfaces.

We reached following conclusion by using previous apparatus and by comparing above analysis with experiments.

- (1) There exists optimum revolutional radius according to steel ball size.
- (2) Lapped quantity due to sliding is about 30~50%, and lapped quantity due to linear sliding is negligible.
- (3) Immediately after supply of lapping compound, cutting resistance is not very affected by lapping conditions except lapping pressure.

1. 緒 言

鋼球ラッピングにおける鋼球の運動状態は、ラップ量真球度等に関係する重要な基礎的要素で、ラップ溝の形状、公転半径およびラップ材質と砥粒の状態、その他のラッピング条件によつて影響される。このうちラップ溝の形状については一部報告した¹⁾。

ここでは鋼球の公転半径と他のラッピング条件によつて、ラップ量および真球度に如何に影響するかを研究した結果について報告する。

2. 鋼球に作用するモーメント

鋼球とラップの接触3点における滑り摩擦は、これらの点における鋼球の運動から求められる。これを解析するために次の仮定をおく。

- (1) 鋼球にはジャイロモーメントは作用しない。この

種のラッピングでは、ラップ剤の散逸を防ぐためもあつて一般に低速である。ジャイロモーメントは、

$$M_z = I_x \cdot \omega_s \cdot \omega_B \cdot \cos \theta$$

によつて与えられるが²⁾、 ω_s 、 ω_B 、 I_x は共に小で、他の影響に比してほとんど無視してもよい。

(2) 鋼球とラップとの接触面は楕円で、鋼球面の接触曲率半径は鋼球の半径に等しい。ラップの曲率半径は $(r+f)^3$ であるが、B、C点の摩耗の進行は下方となり、接触面は完全な楕円とは考えられない。しかしながらラップ溝の変形は真球度にも関係するので、実際問題としては極端な摩耗変形は考えられないので、楕円と考えても大差はない。また接触面における鋼球の変形は硬度上からも、両面間には砥粒を介在するという接触状態からも非常に小さなものと思われる。

(3) 接触3点の面内で滑りなく転るのは圧力中心である。2点接触の場合の転り位置は理論的にも求められているが⁴⁾、3点接触では非常に複雑になり、鋼球自転軸の変化状態は算定できない。しかしながら圧力が小さ

* 昭和35年4月7日精機学会春季講演会で発表

** 大阪府立大学工業短期大学部 正会員

く、溝の摩耗変形も少ないときは接触面が小さいから、近似的に圧力中心とする。したがって鋼球の瞬間回転軸の傾斜角は次のようになる⁵⁾。

$$\theta = \tan^{-1} \frac{K \sin \beta - \sin \alpha}{K \cos \beta + \cos \alpha}$$

ただし $K = \sin(\alpha + \theta) / \sin(\beta - \theta) = R_B / R_C = d_b / d_c$

(4) 鋼球に作用する遠心力は無視する。

(5) 鋼球素材は真球とみなす。

(6) 砥粒は接触面に一様に分布する。

図 1 においてラップ上板から A 点に P_A のラップ圧

図 1 鋼球の接触状態

が加えられ、上板は ω_U の角速度で回転するものとする。この位置における鋼球自転軸は θ だけ傾斜しているから、自転の角速度 ω_b は、

$$\omega_b = \frac{R_A \cdot \omega_U}{r \cdot \cos \theta} \quad (1)$$

接触 3 点の面内では、自転角速度 ω_b の面に垂直と平行の各分力が作用し、垂直分力によつて旋回すべりを、平行分力と公転角速度 ω_B との間に公転方向の線すべりをその面内に生ずる。

A 接面内の (X, Y) 点の ω_X による鋼球の線速度は、

$$V_A' = \omega_X (r^2 - X^2)^{1/2} = \frac{R_A \cdot \omega_U}{r} (r^2 - X^2)^{1/2} \quad (2)$$

またラップ上板のこの点の線速度は、

$$V_A'' = \omega_U \cdot (R_A \pm X) \quad (3)$$

ゆえに両者間のすべりは、

$$V_A = V_A' \sim V_A'' = \omega_b \cdot \cos \theta \cdot$$

$$\left\{ (r^2 - X^2)^{1/2} \sim \frac{r}{R_A} (R_A \pm X) \right\} \quad (4)$$

旋回角速度は、

$$\omega_{YA} = \frac{R_A}{r} \cdot \omega_U \cdot \tan \theta \quad (5)$$

同様に B 接面内の (X, Y) 点では、

$$V_B' = \omega_b \cdot \sin(\alpha + \theta) (r^2 - X^2)^{1/2} \quad (6)$$

$$V_B'' = \frac{r \cdot \omega_b \cdot \sin(\alpha + \theta)}{R_A \cdot \sec \theta + r \cdot \cos(\alpha + \theta)} \cdot \{ R_A \cdot \sec \theta + r \cdot \cos(\alpha + \theta) \pm X \cdot \sin(\alpha + \theta) \} \quad (7)$$

ゆえにその線すべりは、

$$V_B = V_B' \sim V_B'' = \omega_b \cdot \sin(\alpha + \theta) \left[(r^2 - X^2)^{1/2} \sim \frac{r \{ R_A \cdot \sec \theta + r \cdot \cos(\alpha + \theta) \pm X \cdot \sin(\alpha + \theta) \}}{R_A \cdot \sec \theta + r \cdot \cos(\alpha + \theta)} \right] \quad (8)$$

$$\omega_{YB} = \frac{R_A \cdot \omega_U \cdot \cos(\alpha + \theta)}{r \cdot \cos \theta} \quad (9)$$

また C 接面では、

$$V_C = \omega_b \cdot \sin(\beta - \theta) \left[(r^2 - X^2)^{1/2} \sim \frac{r \{ R_C \cdot \sec \theta \pm X \cdot \sin(\beta - \theta) \}}{R_A \cdot \sec \theta - r \cdot \cos(\beta - \theta)} \right] \quad (10)$$

$$\omega_{YC} = \frac{R_A \cdot \omega_U \cdot \cos(\beta - \theta)}{r \cdot \cos \theta} \quad (11)$$

各接触面においては上記の旋回と線すべりの合成されたものが、ある瞬間位置において作用していることになる。

図 2 において、点 (X, Y) を砥粒が接触しうる接面

図 2 鋼球側からみた接触面内の摩擦

内の 1 点とし、接面に作用する圧力が楕円体状に分布するものとし、この点に作用するすべり摩擦は摩擦係数を μ とすれば、

$$dF = \frac{1.5 P \mu}{\pi a b} \left(1 - \frac{X^2}{a^2} - \frac{Y^2}{b^2} \right)^{1/2} dX \cdot dY \quad (12)$$

P の値は B, C 点ではそれぞれ、

$$P_B = \frac{P_A \cdot \cos \beta}{\sin(\alpha + \beta)}, \quad P_C = \frac{P_A \cdot \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} \quad (13)$$

このときの μ は砥粒を中介した両面間の摩擦係数で、その位置によって砥粒とラップ液の状態、相対的なすべり速度が異なり、複雑な変化を考えると考えられるが鋼球径が小で接触面、溝および上下ラップ板の間隔が小さいから、ここでは問題を簡単化するために便宜上一定とする。

dF の方向は旋回と線すべりの合成された方向となり、図2から角度 τ は A 点では、

$$\tan \tau = \frac{\rho \cdot \omega_b \cdot \sin \theta \cdot \sin \phi}{\rho \cdot \omega_b \cdot \sin \theta \cdot \cos \phi - V_A} = k_1 \cdot s / \left(q - \frac{V_A}{a_1 \cdot \omega_{YA}} \right) \quad (14)$$

B, C 点でも同様に求めれば、

$$\tan \tau = \frac{\rho \cdot \omega_b \cdot \cos(\alpha + \theta) \sin \phi}{\rho \cdot \omega_b \cdot \cos(\alpha + \theta) \cos \phi + V_B} = k_2 \cdot s / \left(q + \frac{V_B}{a_2 \cdot \omega_{YB}} \right) \quad (15)$$

$$\tan \tau = \frac{\rho \cdot \omega_b \cdot \cos(\beta - \theta) \sin \phi}{\rho \cdot \omega_b \cdot \cos(\beta - \theta) \cos \phi + V_C} = k_3 \cdot s / \left(q + \frac{V_C}{a_3 \cdot \omega_{YC}} \right) \quad (16)$$

上式において、 $X \equiv aq$, $Y \equiv bs$, $k \equiv b/a$ である。

(12) 式を変形して楕円面全体について積分すれば、

$$F = \frac{1.5 P \mu a}{\pi} \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-q^2}}^{\sqrt{1-q^2}} (1-q^2-s^2)^{1/2} ds \cdot dq \quad (17)$$

これが鋼球に対して作用するモーメントを求める。

(i) 楕円面の圧力中心についてのモーメント

このときの dF のモーメントは図2から、

$$dM' = \rho \cdot \cos(\tau - \phi) dF$$

$$\therefore M' = \frac{1.5 P \mu a}{\pi} \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-q^2}}^{\sqrt{1-q^2}} (1-q^2-s^2)^{1/2} \cdot (q^2+k^2s^2)^{1/2} \cos(\tau - \phi) ds \cdot dq \quad (18)$$

(ii) Z 軸 (0 を通り紙面に直角) についての $dF \cdot \sin \tau$ のモーメント

$$dM'' = (r^2 - X^2)^{1/2} \sin \tau \cdot dF$$

$$M'' = \frac{1.5 P \mu r}{\pi} \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-q^2}}^{\sqrt{1-q^2}} (1-q^2-s^2)^{1/2} \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{a}{r} \right)^2 q^2 \right\}^{1/2} \sin \tau \cdot ds \cdot dq \quad (19)$$

(iii) $dF \cdot \cos \tau$ によるモーメント

$$dM''' = (r^2 - X^2)^{1/2} \cos \tau \cdot dF$$

$$M''' = \frac{1.5 P \mu r}{\pi} \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-q^2}}^{\sqrt{1-q^2}} (1-q^2-s^2)^{1/2} \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{a}{r} \right)^2 q^2 \right\}^{1/2} \cos \tau \cdot ds \cdot dq \quad (20)$$

上式において、Z 軸についてのモーメント M'' および M''' は、線すべりの方向が中心に対して (±) で反対方向になりほとんど零になる。したがって接触3点においては M' のみが影響することになる。

(18) 式の2重積分の中の s に関する部分を、 $\tan \tau = s \cdot m$, $m = k / \{q \pm (V/a \cdot \omega_Y)\}$ を用い、第1, 2 種完全楕円積分を含む形に変形すれば次のようになる⁶⁾。

$$M' = \frac{P \mu a}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{\{1+m^2(1-q^2)\}^{1/2}}{m^3} \cdot \{3mq - 2k(K_1 - E_1) + km^2(1-q^2)E_1\} dq \quad (21)$$

K_1 , E_1 は第1, 2 種完全楕円積分で、母数 $\epsilon = m(1-q^2)^{1/2} / \{1+m^2(1-q)\}^{1/2}$ から Landen の変換によって K_1 を求め、 E_1 と K_1 の関係から E_1 の数値計算ができる。したがって接触の状態がわかれば、(21) 式は q についての積分となり非常に複雑であるが、プラニメータか Simpson の方法によれば求められる。もし砥粒が一樣に分布していて有限個のある数であれば、接触面が小さいので (21) 式によらずに求めることもできる。

また一般に旋回すべりに比して線すべりは実際問題として小さく、比較的差が小さい A 面でも数十分の一程度である。したがって線すべりを無視すれば、(18) 式の $\cos(\tau - \phi)$ はなくなってくる。

鋼球に作用するモーメントおよび力の関係は図3のよ

図3 鋼球に作用するモーメントおよび力の関係

うになる。図中 M_A , M_B , M_C は A, B, C 点の M' の値で、 T_A , T_B , T_C は鋼球を転動させる接線力であり、 M_{TA} , M_{TB} , M_{TC} はそれぞれの力によるモーメントである。

これからすべり摩擦にもとづく切削抵抗が求められ

る。今一般的な場合として $\alpha \doteq \beta$ のとき、 θ は小さな値になるから、 $\sin^2 \theta \doteq 0$ とすれば、

$$T_A \doteq \frac{M_A + M_C \cdot \sin \beta}{r \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta (1 + \sin \alpha)} \quad (22)$$

また T_C も同様にして、

$$T_C \doteq \left[\frac{(M_A + M_C \cdot \sin \beta) \{ (1 + \sin \alpha) \cos^2 \beta + \cos \alpha \cdot r \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta \}}{r \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta} - \cos \alpha (M_B + M_C) \right] / 2r \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \cos \alpha \quad (23)$$

以上のことから、転り摩擦以外のすべりに原因するラップ量は、次のように考えることができる。

ラップ圧が増加すればラップと鋼球の接触面積は圧力の $2/3$ 乗に比例して増すと考えられ、接触面の増加は比較的少ないが、 M' の増加にともないラップ量は増加する。圧力が一定であれば、溝角の溝の公転半径によつて摩擦状態が異なり、 M' が変化してくる。

溝角の α, β を非対称にすれば θ が大きくなり、 $(\alpha + \beta)$ が同一の場合でも対称形に比して、溝を 10° 傾斜させたときは約 10° の増加になる。対称形の場合に溝の半径を変化すると、 θ は半径に反比例して増減するが、その割合は、例えば $R_A = 40$ と 25mm とで約 1° の差となり比較的少ない。

θ の増加にともなつて溝角が一般の対称形の場合は、 ω_r (旋回角速度) は B 点では減少し、A、C 点では増加して全体としては増す。したがつて旋回すべりに比して線すべりが非常に小さいことから、砥粒が偏在せずに溝内で一様に分布しておれば、 θ とラップ量は比例する。

接触面積は溝径の変化による影響は少なく、A、B、C 点全体では溝径が小さくなればわずかに減少する。このうちで A、B 点の変化は少なく C 点が比較的顕著な変化をする程度である。

このようにラップ量は θ の変化による ω_r と、接触面積の変化によつて影響され、結果的には M' の増減に左右されるものと思われる。

今例えば、 $\alpha = \beta = 40^\circ$ 、 $\omega_r = 60 \text{ r.p.m.}$ 、 $r = 1 \text{ mm}$ 、ラップ接触面の曲率半径 $= r + f = 1.04 \text{ mm}$ の場合、 P_A が

表 1 公転半径を変えた場合のモーメント

砥粒数 (個)	$R_A = 40 \text{ mm}$				$R_A = 25 \text{ mm}$				比 (%)
	M_A	M_B	M_C	合計	M_A	M_B	M_C	合計	
24	1	1.18	1.39	3.57	1.59	1.78	1.84	5.21	1.46
36	1	1.46	1.76	4.22	1.57	2.06	2.18	5.81	1.38
48	1	1.85	2.30	5.15	1.55	2.46	2.66	6.67	1.30

単位荷重のときの $R_A = 25$ と 40 mm の M' を、砥粒が 1 接面に 24, 36, 48 個接触しているときの ω_r のみからその比を求めると表 1 のようになる。したがつて半径が小さくなれば、ラップ量は多くなるといえる。上表の砥粒数の仮定は、1 接面に WA600 が破碎されずに最大限の個数が接触している場合 (24 個) と、破碎されて小さくなつたかまたは小さくなると同時に排除されて小さくなつた場合を考慮して適当に選択した数値であり、 $R_A = 40 \text{ mm}$ における M_A を 1 としたときの比である。

3. 実験方法と結果

実験装置は従来発表したものと同様で⁷⁾、ラップ溝の角度 $(\alpha + \beta) = 80^\circ$ で対称形の場合であるが、 $R_A = 30, 42.5, 52.5 \text{ mm}$ の場合につき、ラップ圧を 20, 50, 80, 110 g/個 と変化させたときのラップ量、真球度 (標準偏差)、切削抵抗を測定した。

ラップ剤は WA 600 と石油との容積混合比が 1:4 のもので、1 種のラッピング 1 時間のうちで、20 分毎に茶匙 3 杯 (約 3.5 g) 供給し、その間約 8 秒毎に石油を 1 滴ずつ滴下した。したがつて従来の実験よりもラッピング中の砥粒濃度は小で、残留切屑も少なくその影響はほとんどないものと思われる。

使用した資料は表 2 の 12 種類で、WA 600 が前加工したもので、

表 2. 実験に用いた資料

資料番号	ラップ圧 (g/個)	ラップ量 (mm)	公転平均直径 (mm)	公転標準偏差 (μ)
1	20	60	2.0306	3.11
2		85	2.0256	3.38
3		105	2.0542	3.51
4	50	60	2.0064	3.56
5		85	2.0353	3.62
6		105	2.0372	3.64
7	80	60	2.0225	3.67
8		85	2.0516	3.92
9		105	2.0348	4.12
10	110	60	2.0160	4.35
11		80	2.0772	4.44
12		105	1.9729	4.54

$R_A = 30 \text{ mm}$ のときは 75 個、 42.5 mm のときは 80 個、 52.5 mm のときは 85 個を同時にラッピングした。

図 4 はラップ圧に対するラップ量の測定結果で、公転半径が異なれば同一の ω_r (上板の角速度) に対しても鋼球の公転距離が異なるので、

ラップ量はこの走行距離に比例すると考えられるから、すべて $R_A = 52.5 \text{ mm}$ の場合に換算したものを破線で示してある。

図 4 の測定結果からは、公転半径の小さい場合の方がラップ量が多くなる。しかしながらその差は比較的少なく、すべり摩擦の計算結果の比程の差はなく、実験誤差を見込んでも少ない。したがつて旋回すべりがラップ量

図4 公転半径を変えた場合のラップ圧対ラップ量

に及ぼす影響は比較的少なく、公転速度も小さいので公転および自転のすべりが少ないことから、砥粒による押込破壊の割合が比較的多いものと思われる。

この割合の比較のために、 $R_A = 30$ と 42.5 mm とでは、前記の表1の M' の計算値を準用すれば、両公転半径において砥粒数が考えられる範囲で変化しても、その比の変化は比較的少なく、この場合には約 1.4:1 程度になる。ラップの回転による遠心力で、主として B 点に砥粒が集まりやすいと仮定してもあまり違いはない。今

図5 各資料における切削抵抗の時間的变化

図4のラップ量がすべりと押込みによるものとして、すべりのラップ量比が 1.4:1 になるような基準点を求めれば、爾余の 50~70%が押込破壊によるラップ量といえる。

図5は20分毎にラップ剤を補給した前後における切削抵抗の測定結果で、左下はラップ剤のないときの抵抗である。

図6はラップ剤補給後の切削抵抗と、そのときの抵抗

図6 公転半径を変えた場合のラップ圧対ラップ量

変動の平均値を求めた結果である。抵抗はモーメントとして求められるので⁸⁾、公転半径 52.5mm に換算したのが破線である。この結果からは、 R_A の相異による変化は明確には認められない。

(22) 式ですべりによる T_A を計算すれば、 $R_A = 25$ と 40 mm とではその比が約 26.0:24.8 となり、わずかに半径の小さいときの抵抗が大きい程度である。しかしながら半径の相異によつて線速度が変化するため、速度と抵抗との関係からその差は更に少なくなる。したがって転り抵抗をも含む抵抗測定結果では、ほとんど変化が認められないものと思われる。

図7はラップ圧に対する真球度(標準偏差)の変化状態である。公転直径が 105mm 以外はラップ圧と真球度が反比例している。

これはラップ剤の濃度の関係で、最も真球度のよいラップ剤は、砥粒濃度が比較的大きい場合には、 $R_A = 42.5$ mm で約 60~80 g/個、濃度が小になれば低圧に移行する傾向は従来の実験でも認められた。今回のようにラッ

図 7 公転半径を変えた場合のラップ圧対真球度

ブ剤供給間に滴下する油量を多くすれば 実験の最低圧で最もよく、さらに低压でもよいようである。これはラップ液のために遠心力で大多数の砥粒が溝外に排出され、面がなれて比較的精度のよいラップ走行面と、距視的凹凸の多い鋼球面との接触状態によつて、自転軸の様な変化が得られず、圧力によつてさらにこの傾向が強制されるものと思われる。

このことは公転半径の相異によつても影響される。公転半径が異なれば、各点の旋回モーメントが変化し、鋼球自転速度から慣性力とジャイロ偶力が変わる。また遠心力によるラップ板上の砥粒の流動状態にも左右される。公転半径が小さくなれば旋回すべりが増す。そして一様な自転軸の変化のためには必然的にこのすべりを生ずるモーメントが作用しており、各点の摩擦状態が異なれば自転軸の変化の様相も異なる。したがつて旋回モーメントの大きい場合に、なるべく一様な自転軸の変化をうるには、各点の摩擦状態の不規則な変化の少ないラッピング条件をとらねばならない。換言すればこの場合にはラッピングの条件 および接触の変化の影響を受けやすい。

以上のような見地からすれば、旋回すべりの小さい場合の方が無難であるといえるが、このときは公転半径が非常に大きいか、または $(\alpha + \beta)$ が大きい場合で、 θ は非常に小さく、砥粒の排除はひどくなる。そして鋼球自転の慣性力とジャイロ偶力の小さいことから方向性をも

ち、砥粒の少ないことと相俟つて変化が起りにくくなりラッピングの方向性をもつようになる。

図 7 において公転半径が大きくなれば、真球度は一般によくなつていく。 $R_A = 52.5 \text{ mm}$ の場合は他の半径の場合とは傾向が異なり、ラップ圧に比例して真球度がよくなつていく。これは前述の公転半径と砥粒状態に対する見解から解決される。 $R_A = 52.5 \text{ mm}$ の場合の溝はラップ円板の周辺に近く、上下ラップ板の間隔が小さいので一種の毛管作用でラップ剤が排除されにくくなっている。しかも公転半径が過大でなかつた結果と思われる。したがつて真球度は砥粒の分布状態と公転半径およびラップ圧の相関関係に主として左右され、本実験のラップ剤供給条件では、低压で公転半径が約 45 mm 程度が最適と思われる。

もしラップ円板の径がより大きい場合は、公転半径の如何にかかわらずラップ圧に反比例して真球度が低下するであろう。

4. 結 論

鋼球ラッピングにおけるラップ溝の公転半径の影響についての実験の結果、次のような結論が得られた。

(i) 鋼球径に応じた最適の公転半径が存在する。このような公転半径はラップ圧とラップ剤の状態に関係し、ラッピング条件によつて多少の変化範囲をもつ。

(ii) 鋼球ラッピングにおけるラップ量のうち、すべりによるラップ量は本実験の条件範囲では約 30~50%程度である。そしてすべりによるラップ量のうちで、線すべりによるラップ量はほとんどない。

(iii) ラップ剤供給直後の切削抵抗は、ラップ圧以外のラッピング条件にはあまり左右されない。

(1960, 5月2日受付)

参考文献

- 1) 井戸：ミニチュア球軸受について、精密機械、Vol. 23, No. 4 (1957), p. 127.
- 2) 同上, p. 129.
- 3) 井戸・羽地：ミニチュア球軸受について、精密機械、Vol. 24, No. 4 (1958), p. 162.
- 4) A. Palmgren: Sliding Friction in Ball Bearing, Engineering, 28, Feb., (1919), p. 289.
- 5) 前掲 1) p. 128.
- 6) A. B. Jones, 竹内訳: Ball Motion and Sliding Friction in Ball Bearings, Engineering, Vol. 47, No. 1, p. 39.
- 7) 井戸・羽地：ミニチュア球軸受について、精密機械、Vol. 25, No. 7 (1959), p. 302.
- 8) 同上.