超音波加工の力学的研究*

大 平 正 広**

Dynamic Study in Ultrasonic Machining

Masahiro OHIRA

In this paper mechanical vibrating system is assumed to be as follows: (1) Mechanical vibrators in ultrasonic machine are m-r-s series combination. (2) Ultrasonic load in machining consists of restoring stiffness and damping resistance, which differ in contact and in noncontact time respectively. Analytical results obtained from replacing nonlinear vibration above mentioned with its equivalent linear one are as follows:

- (1) The expression for contact angle in one cycle is given.
- (2) The expressions for restoring stiffness and damping resistance in contact time are given.
- (3) The expression for penetrating amount of abrasives into work piece, upon which machining volume depends is given.

These expressions explain qualitatively the causes of (a) difference by kinds of work, (b) difference by size of abrasives and (c) the existence of the most suitable static pressure on ultrasonic machining speed.

1. ま え が き

超音波加工は主として非金属に対する特殊加工法として最近広く利用されつつあり、その性質上機械、電気、音響工学的研究が発表され、力学的研究も接触時間や加工力に関し論ぜられているが^{1)~4)}、現象が複雑であるために加工量にまで結びつく研究は行なわれていないと思われる。本報告は超音波加工装置の機械振動系を集中質量系 m-r-s の直列結合とみなし、加工中の負荷を、直列に結合しているスプリングと砥粒並びにこれに減衰負荷が並列に存在し、砥粒を介しての接触時と非接触時に異なる復元、減衰負荷として働くものとして、加工負荷を含む全機械振動系の衝突負荷による非線形振動を等価な線形振動におきかえることにより解析し、接触角、加工負荷、加工量を決定する喰い込み量等を算出し、加工速度における最適圧力の存在、被加工物による相違、砥粒による相違等に定性的説明を与えようとしたものである。

2. 機械振動系に関する観察

超音波加工は超音波大出力の加工への一利用であつて、加工エネルギーが音声等に対し遙かに大きなエネルギーを必要とするので、機械振動系の振幅は当然大きく、

正弦波の微小振幅とは云い難い。しかしながら非加工時には、空中負荷であるから負荷として甚だ小さく⁵⁾、振動系に対して無負荷の場合として論ずることができ、図1に示す空中時の振幅の周波数特性は殆んど左

図1 振幅の周波数特性
(15φ ホーン 定入力 1.2 A)

右対称であり、又図2(f)に示す振幅波形は正弦波とみなされるので、非加工時には線形振動とみなすことができる。しかし加工時には、図1の加工時の

* 昭和35年4月精機学会にて講演

**電気通信研究所 正会員

上, 支持ホーン最大歪位置側面に取り付けた BaTiO₃ による振幅波形
中, 加工ホーン加工面より 10mm 位置側面に取り付けた BaTiO₃ による振幅波形
下, 振動子入力波形

図 2 振幅波形 (15φ ステップホーン, 定入力回路 1.2 A)

1 例は低い周波数の側にやや倒れ, 明らかな跳躍現象を有する非線形振動であるが, 図 2 (a) に示す加工時の 1 例の振幅波形は大きく歪んだ波形ではない。従つて加工負荷による振動の非線形成分は線形成分に対し小さな量であると考えられる。次に加工の機構は不明瞭な点が多いが M. C. Shaw⁶⁾ はハンマリング作用に基づくエネルギーが圧倒的に多く加工に消費されることを示しており, 振動の 1 サイクル中において機械振動系先端が砥粒を介して被加工物に接するある時間のみ加工が行なわれ, 離れておる時間には加工は行なわれないものと考えられる。従つて加工負荷は振動系に対し衝突負荷となり前記非線形振動の原因となるものである。又非接触時の加工していない時間においても水および砥粒が超音波として作用しておるので, 加工中の負荷としては接触時の加工に関係する負荷と非接触時の加工に関係しない負荷とを分離して考察する必要がある。加工中の負荷を代表する要素としては周波数上昇の原因となる復元負荷と振幅減少の原因となる減衰負荷の 2 種類で, 質量に相当する加工中の負荷は考えられぬので, これを省略して考察することができると思われる。次に又機械振動系は振動子, 支持ホーン (コーン), 加工用ホーン (加工工具を含む) から成立するのが一般であるが, これら機械系の振動は弾性振動であるので内部摩擦が少なく, 加工中においても非常に悪い加工条件を用いない限り減衰は少ないので, 機械的 Q は図 1 に示すように甚だ高い。しかも実際使用は共振時のみであるから, 考察を共振点に限定すれば, 機械振動系は加工中の負荷を含めて微小損失の集中質量系 $m-r-s$ の直列結合と等価と考えることができる。

3. 機械振動系とその諸定数

機械振動系は図 3 に示すように, 固有振動数が夫々

致するように設計された振動子, 支持ホーン, 加工用ホーンが結合され, これをその一致しておる固有振動数で駆動するので各独立体の基本振動を利用する状態にあり, このような結合体においては, 各振動体の質量, 抵抗, スティフネスが夫々の振動体両端の速度比を変換比として変換されるので, 全体の加工面からみた等価質量, 抵抗およびスティフネスを m , r および s (又は k) で表わす

図 3 機械振動系とその定数

と, ステップホーンの場合

$$\left. \begin{aligned} r &= r_{h_2} + \frac{r_{h_1}}{n^2} + \frac{r_v + r_c}{n^2 n_c^2} \\ m &= m_{h_2} + \frac{m_{h_1}}{n^2} + \frac{m_v + m_c}{n^2 n_c^2} \\ s \text{ or } k &= s_{h_2} + \frac{s_{h_1}}{n^2} + \frac{s_v + s_c}{n^2 n_c^2} \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

ただし添字 v , c , h は夫々振動子, コーン, 加工用ホーンを, n は各振動体両端の速度比を表わし, 添数 1, 2 は加工用ステップホーンの第 1 ステップ, 第 2 ステップを示す。従つて ω , v および S を夫々共振角周波数, 端面速度および断面積とすれば

$$\left. \begin{aligned} \omega^2 s &= \frac{s}{m} = \frac{s_v}{m_v} = \frac{s_c}{m_c} = \frac{s_{h_1}}{2m_{h_1}} = \frac{s_{h_2}}{2m_{h_2}} \\ n_c \div \sqrt{\frac{S_0}{S_{c1}}} &= \frac{v_1}{v_0} \quad n_h = \frac{S_1}{S_2} = \frac{v_2}{v_1} \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

で表わされる。ここで m_v , m_c , m_h は簡単な計算又は測定により求められることが知られておるので⁷⁾, m , s は容易に求めることができる。 r については比較的困難で実験の方法が知られているが⁷⁾, すでに述べたように非加工時は正弦振動とみなすことができるので次式で求めることができる,

$$r = \frac{W - R_d I^2}{v^2 \cos 2\tau}$$

ただし W : 振動子入力

R_d : 制動インピーダンス実数部分

I : 振動子駆動電流

v : ホーン先端速度

r : 力係数の位相角

とする。ここに機械振動系の諸定数は全部決定することができる。この式は次のようにして得られる。

線形振動系における電気機械変換の基本式は¹³⁾

$$\vec{F} = -\vec{A}\dot{I} + \vec{z}\ddot{v} \quad (1)$$

$$\vec{V} = \vec{Z}_d\dot{I} + \vec{A}\ddot{v} \quad (2)$$

ここに $\vec{F}$ は複素実効値を示し、 F は外部より与えられる起振力、 A : 力係数、 I : 駆動電流、 z : 機械インピーダンス、 V : 入力電圧、 Z_d : 振動系の電気制動インピーダンス、 v : 速度を表わす。

電氣的に起振しておるので $F=0$ であるから(1)より

$$\vec{A}\dot{I} = \vec{z}\ddot{v} \quad \text{従つて} \quad \vec{A}\dot{I} = \vec{z}\ddot{v} \quad \cdots (3)$$

ただし $\vec{z}$ は共軛量を示す。

$$\begin{aligned} \text{又(2)式より} \quad \vec{V}\dot{I} &= \vec{Z}_d I^2 + \vec{A}\dot{v}\dot{I} \\ &= \vec{Z}_d I^2 + \frac{\vec{A}\dot{A}\dot{v}\dot{I}}{A} \\ (3) \text{を代入し} \quad &= \vec{Z}_d I^2 + \vec{z}v^2 \frac{\vec{A}}{A} \end{aligned}$$

実効 power は高周波ワットメータで指示できて $W = \vec{V}\dot{I}$ の実数部であり、共振時の $\vec{z}$ の実数部 r を用いると

$$W = R_d I^2 + r v^2 \cos 2r$$

ただし R_d は Z_d の実数部、 r は $\vec{A}$ の位相角とする。

$$\text{従つて} \quad r = \frac{W - R_d I^2}{v^2 \cos 2r}$$

4. 加工負荷を有する機械振動系の振動方程式

4.1 振動模型

2節、3節に述べた機械振動系と加工負荷の状態は、図4に示すような振動模型を考えることができる。ここに記号は下記の内容を表わす。

m : 加工面よりホーン側をみた機械振動系の等価全質量

k : 加工面よりホーン側をみた機械振動系の等価全ステイフネス

: 加工面よりホーン側をみた機械振動系の等価全抵抗

図4 振動模型

k_w : 水および砥粒によるステイフネス

r_w : 水および砥粒による抵抗

k_w' : 最小限界加圧時における水および砥粒によるステイフネス

r_w' : 最小限界加圧時における水および砥粒による抵抗

k_w : 水および砥粒負荷時の機械系と負荷とのステイフネス

k_w : 水および砥粒負荷時の機械系と負荷とのステイフネス

r_w : 水および砥粒負荷時の機械系と負荷との抵抗

$\bar{k}$: 加工中連続して働くと考えられるステイフネス ($k + k_w'$)

$\bar{r}$: 加工中連続して働くと考えられる抵抗 ($r + r_w'$)

$\bar{k}_w'$: 最小限加圧時の機械系と負荷とのステイフネス ($k + k_w'$)

r_w' : 最小限加圧時の機械系と負荷との抵抗 ($r + r_w'$)

k_L : 衝突時の接触によるステイフネス

r_L : 衝突時の接触による抵抗

k_t : 加工中の衝突時に作用する負荷のステイフネス ($k_L - k_w'$)

r_t : 加工中の衝突時に作用する負荷の抵抗 ($r_L - r_w'$)

y_m : 加工中の最大振幅

y_0 : 加工中の振動の中立位置からの非接触距離

F : 駆動力

ω : 加工中の共振角周波数

t : 時間

ここで最小限界加圧時とはホーン先端と被加工物が接触してまだ加工は行なわれないが、それより僅かでも加圧力が増加すれば加工が行なわれだす圧力を加えた場合をいう。

この模型は複雑な加工の状態を、解析できるように簡単化したもので、主な仮定を整理すると次のようである。

(1) 加工中の負荷は、質量に相当する要素は存在しなく、復元負荷 k_w' 、 k_L と減衰負荷 r_w' 、 r_L の2種類4要素のみで、又変位、速度の二乗およびそれ以上の比例定数の項は存在しない。

(2) 1サイクル中において、非接触時は k_w' 、 r_w' が作用し、これは接触時には0となつて k_L 、 r_L のみが働く。(この仮定は加圧力が小さい場合 $r_L > r_w'$ のために、その加工中振巾が最小限界加圧時の振巾より増大する場合のある事柄による。) 従つて図4に示すように1サイクルを通じ $k = k + k_w'$ 、 $r = r + r_w'$ が連続して作用し、衝突時に $k_t = k_L - k_w'$ 、 $r_t = r_L - r_w'$ が附加される状態と同一と考えられる。

(3) 非線形の原因は衝突負荷 k_L , r_L のみであつて、水および砥粒による負荷の場合は連続負荷であるから線形とみなす。

このような図4を等価な線形振動模型図5におきかえて解析する。ここに

図5 線形化した振動模型

$\bar{\omega}^2$: 加工中の負荷を含めた全機械振動系の単位質量に対する等価なスティフネス

$2\bar{x}$: 加工中の負荷を含めた全機械振動系の単位質量に対する等価な抵抗

f : 単位質量に対する駆

動力, $f = F/m$

とする。

4.2 等価線形振動方程式

1) ホーンの運動と砥粒の状態, 図4の振動模型の下に, 砥粒を介して加工面が被加工物に対して行なつておる運動の状態を図6のように考える。ここに記号は下記の内容を表わす。

図6 ホーンの運動と砥粒の状態

y : 変位

d : 砥粒直径 (砥粒は球形と仮定する。)

τ : 角度 $\varphi = \bar{\omega}t$

β : 接触角

δ : 砥粒の被加工物へ喰い込む状態が1サイクル継続したとする場合の砥粒の変位, 喰い込み振巾と呼ぶ。

δ_m : δ の最大振巾

δ_0 : δ の中立位置からの非接触距離

しかる時は

$$\left. \begin{aligned} y &= y_m \sin \phi & y_0 &= y_m \cos \frac{\beta}{2} \\ \text{接触振巾} & & y - y_0 &= y_m (\sin \phi - \cos \frac{\beta}{2}) \\ \text{喰い込み振巾} & & \delta - \delta_0 &= \delta_m (\sin \phi - \cos \frac{\beta}{2}) \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

2) 非線形方程式 衝突負荷による非線形振動方程式は今まで述べて来たように, 非線形の原因をなす k_L , r_L , 弾性振動の内部摩擦に基づく r , これと殆んど同一オーダーである r_w , r_w' は小さい量であるので, これらを一括して微小量として取り扱い, 又 y^2 , $\dot{y}^2$ およびこれ以上の項は存在しないので次のように表わすことができる。

$$\ddot{y} + \varepsilon g(y, \dot{y}) + \omega^2 y = f \cos \bar{\omega} t \quad (4.2)$$

ここに ε は微小量を示し

$$\begin{aligned} \varepsilon g(y, \dot{y}) &= \left(\frac{r_w}{m} \dot{y} \right)_{2\pi} + \left(\frac{r_L}{m} \dot{y} \right)_{\beta} \\ &+ \left[\frac{k_L}{m} (y - y_0 - (\delta - \delta_0)) \right]_{\beta} \end{aligned} \quad (4.3)$$

又 ω は線形時の共振角周波数を表わし, 仮定により空中時の ω , 砥粒を含む水中時の $\bar{\omega}_w$, 又は最小限界加圧時の $\bar{\omega}_w'$ を代表する。

3) 線形化⁹⁾¹⁰⁾ (4.2) 式の線形化は左辺を線形化することに外ならないから自由振動について考察する。

$$y + \varepsilon g(y, \dot{y}) + \omega^2 y = 0 \quad (4.2)'$$

の解として $y = A(t) \sin x$, $x = \omega t + \varphi(t)$ (4.4) を与えると, $A(t)$, $\varphi(t)$ は t に関して変化が僅かであるので, (4.4) 式の $\dot{y}$ と (4.2)' 式において $\varepsilon g = 0$ とした線形方程式の解 $y = A \sin x$, $x = \omega t + \varphi$ の $\dot{y}$ とを比較し, $\phi = \omega t$ とおき ϕ の周期 2π 内で平均することにより

$$\left. \begin{aligned} \dot{A} &= -\frac{1}{2\pi\omega} \int_{(\text{作用角})} \varepsilon g(A \sin \phi, A\omega \cos \phi) \cos \phi d\phi \\ \dot{\varphi} &= \frac{1}{2\pi\omega} \int_{(\text{作用角})} \varepsilon g(A \sin \phi, A\omega \cos \phi) \sin \phi d\phi \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

又 (4.4) 式および同式より得られる $\dot{y}$, $\ddot{y}$ を用い, $\dot{A}$, $\dot{\varphi}$ は (4.5) 式より ε^2 の微小項として省略すると,

(4.2)' の等価な線形方程式

$$\ddot{y} - \frac{2\dot{A}}{A} y + \dot{\varphi}^2 y = 0$$

を得るので, 図5の自由振動の線形方程式 $\ddot{y} + 2\bar{x}\dot{y} + \bar{\omega}^2 y = 0$ と対応させて

$$\bar{x} = -\frac{\dot{A}}{A}, \quad \bar{\omega} = \dot{\varphi}$$

で, 又 $\dot{\varphi} = \omega + \dot{\varphi}$ であるから上式に (4.5) 式を適用し, かつ加工時は強制振動であるが共振時のみを用いるので

$A=y_m$ として

$$\left. \begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1}{2\pi\omega y_m} \int_{(\text{作用角})} \varepsilon g(y_m \sin \psi, y_m \omega \cos \psi) \cdot \cos \psi d\psi \\ \bar{\omega} &= \omega + \frac{1}{2\pi\omega y_m} \int_{(\text{作用角})} \varepsilon g(y_m \sin \psi, y_m \omega \cos \psi) \cdot \sin \psi d\psi \end{aligned} \right\} \dots (4.6)$$

(4.6) 式により示される定数をもつ次式 (4.7) が求める加工中の等価線形振動方程式である。

$$\ddot{y} + 2\bar{x}\dot{y} + \omega^2 y = f \cos \bar{\omega} t \quad (4.7)$$

4) 諸定数間の関係 (4.3) 式を (4.6) 式に適用して (4.1) 式を用い加工中の定数を求めると

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1}{2\pi\bar{\omega}' y_m} \int_0^{2\pi} \frac{y_m \bar{r}_{w'}' \bar{\omega}_{w'}'}{m} \cos^2 \psi d\psi \\ &\quad + \int_{\frac{\pi}{2}-\frac{\beta}{2}}^{\frac{\pi}{2}+\frac{\beta}{2}} \frac{y_m r_t \bar{\omega}_{w'}'}{m} \cos^2 \psi d\psi + \int_{\frac{\pi}{2}-\frac{\beta}{2}}^{\frac{\pi}{2}+\frac{\beta}{2}} \frac{k_t}{m} \cdot \\ &\quad \{y - y_0 - (\delta - \delta_0)\} \cos \psi d\psi \\ &= \frac{\bar{r}_{w'}'}{2m} + \frac{r_t}{4\pi m} (\beta - \sin \beta) \\ \bar{\omega} &= \bar{\omega}_{w'}' + \frac{1}{2\pi\bar{\omega}_{w'}' y_m} \int_0^{2\pi} \frac{y_m \bar{r}_{w'}' \bar{\omega}_{w'}'}{m} \cos \psi \sin \psi d\psi \\ &\quad + \int_{\frac{\pi}{2}-\frac{\beta}{2}}^{\frac{\pi}{2}+\frac{\beta}{2}} \frac{y_m r_t \bar{\omega}_{w'}'}{m} \cos \psi \sin \psi d\psi \\ &\quad + \int_{\frac{\pi}{2}-\frac{\beta}{2}}^{\frac{\pi}{2}+\frac{\beta}{2}} \frac{k_t}{m} \{y - y_0 - (\delta - \delta_0)\} \sin \psi d\psi \\ &= \bar{\omega}_{w'}' + \frac{k_t}{4\pi y_m \bar{\omega}_{w'}'} (1 - \frac{\delta_m}{y_m}) (\beta - \sin \beta) \end{aligned}$$

一方 $\bar{x}_{w'}' = \bar{r}_{w'}'/2m$, $\bar{\omega}_{w'}' = \sqrt{\bar{k}_{w'}'/m}$ であるから前2式より

$$\frac{\bar{x}}{\bar{x}_{w'}'} = 1 + \frac{1}{2\pi} \frac{r_t}{\bar{r}_{w'}'} (\beta - \sin \beta) \quad (4.8)$$

$$\frac{\bar{\omega}}{\bar{\omega}_{w'}'} = 1 + \frac{1}{4\pi} \frac{k_t}{\bar{k}_{w'}'} (1 - \frac{\delta_m}{y_m}) \cdot (\beta - \sin \beta) \quad (4.9)$$

又最小限界加圧時と空中時とを対応させることにより

$$\frac{\bar{x}_{w'}'}{\bar{x}} = 1 + \frac{r}{r'} \quad (4.8)'$$

$$\frac{\bar{\omega}_{w'}'}{\bar{\omega}} = 1 + \frac{1}{2} \frac{k_{w'}'}{k} \quad (4.9)'$$

以上4式が負荷状態を異にする場合の各定数間の関係で

ある。

5. 力の平衡式

被加工物に働く力の平衡を考察すると、図5と図6において、被加工物に対しホーン側より1サイクル中に働く力は k_t , r_t による力であつて、

$$r_t \text{ による力} = \int_{\frac{\pi}{2}-\frac{\beta}{2}}^{\frac{\pi}{2}+\frac{\beta}{2}} r_t \dot{y} d\psi = 0$$

$$k_t \text{ による力} = \int_{\frac{\pi}{2}-\frac{\beta}{2}}^{\frac{\pi}{2}+\frac{\beta}{2}} k_t \{y - y_0 - (\delta - \delta_0)\} d\psi$$

$$= 2k_t(y_m - \delta_m) (\sin \frac{\beta}{2} - \frac{\beta}{2} \cos \frac{\beta}{2})$$

一方被加工物に対し、ホーンと反対側より作用する力は加圧力 P であつて、1サイクル中には $2\pi P$ が働く。従つて

$$\pi P = k_t(y_m - \delta_m) (\sin \frac{\beta}{2} - \frac{\beta}{2} \cos \frac{\beta}{2}) \quad (5.1)$$

又砥粒が被加工物に直接作用する力を考察すると、

$$\int_{(\beta)} N \cdot \sigma \cdot S d\psi \quad (5.2)$$

ここに、 N : ホーンと被加工物との間に介在する砥粒数

σ : 被加工物の砥粒による平均破壊応力

S : 砥粒の被加工物に喰い込んだ体積の振巾に垂直な面への投影面積

従つて S は球形砥粒と仮定してあるので

$$S = \pi d (2 - \delta_0) \quad \text{ただし } \delta - \delta_0 < d \text{ とみなす。}$$

N , σ については一定加圧力の下においては各被加工物において夫々一定と考え、(5.2) 式より

$$2\pi P = \pi N \sigma d \delta_m (\sin \frac{\beta}{2} - \frac{\beta}{2} \cos \frac{\beta}{2}) \quad (5.3)$$

(5.1) 式と (5.3) 式が被加工物に働く力の平衡に関する式である。

6. 接触角 β

(4.9) 式 (5.1) 式より

$$\frac{\frac{\bar{\omega}}{\bar{\omega}_{w'}'} - 1}{\frac{P}{4\bar{k}_{w'}' y_m}} = \frac{\beta - \sin \beta}{\sin \frac{\beta}{2} - \frac{\beta}{2} \cos \frac{\beta}{2}} \quad (6.1)$$

本式は接触角 β の算出式であつて、右辺を各 β に対し数値計算を行なうと図7のように、 $\beta = 0^\circ \sim 360^\circ$ に対し4~2に変化する関数である。左辺はホーンの運動の状態を示す量と加工条件により決定される量で全部測定可能

図 7 $\beta - (\sin \beta / \sin \frac{\beta}{2} - \frac{\beta}{2} \cos \frac{\beta}{2})$
の数値計算図

な量より成立している。従つて一つの加工状態において決定される左辺に対し、右辺の数値計算図を用いて接角度 β を決定することができる。この β は図 2 に示したように直接振巾波形の観測によつては測定困難で、恐らく水、砥粒、加工粉等のために明確に区切られて存在する角度ではないが、上記のように理論的にこの範囲内においてのみ加工が行なわれると考えられる角度で、ホーン先端の運動を表わす一つの要素であると同時に、後に述べるように加工量を決定する重要要素の一つである。

(6.1) 式の左辺を考察すると、定振動子入力回路において加工圧力 P の増大は周波数変化 $\bar{\omega}/\bar{\omega}'$ を大きく、加工中振巾 y_m を小さくし、 $\bar{\omega}/\bar{\omega}'$ の増大は β を小さくする方向に、 P の増大と y_m の減少は β を大きくする方向に働いていることを示しているが、結論的には後者の影響が大きいものと考えられる。又最小限界加圧時の全ステイフネス $\bar{k}_{w'}$ は $\bar{k}_{w'} = k + k_{w'}$ で $k_{w'} \ll k$ であるから、 k の小さいことは式からは β を大きくする結果となるが、 k の小さいことは $\bar{\omega}/\bar{\omega}'$ の変化を大きくし又 y_m を大きく減少させるので総合結果は実験によらなければ判断できない。定振巾回路においては y_m の減少はないので定振動子入力の場合と比較し左辺の減少が少なく、従つて β の増大のし方が少ないと考えられる。又本式には減衰項は全然含まれておらず直接的には β に関係しないことを示している。同様の意味で被加工物の種類や砥粒の大きさは β に対して直接的な関係はない。しかし振動子入力式に入っていないが、振動子入力は当然振巾 y_m と同様と解釈すべきであるから大入力の場合は y_m は大きく β は小さいことを示しており、 P の変化に対しては y_m 、 $\bar{\omega}/\bar{\omega}'$ の変化が相対的に小さいと考えられるから、振動子入力の大きな場合の方が同一 P に対しては β は小さいと考えられる。又減衰項についても y_m

を通して影響をもつものである。

7. 加工負荷⁷⁾¹¹⁾に関する諸量

加工量および加工負荷は、振動子入力と加工中の振巾とにより大きく左右され、かつこの両者は互に深く関連をもつものである。従つて両者の一方を一定条件の上で考察を進めないと、得られた結果がどちらの影響によるものか不明瞭となる恐れがある。依つて加工負荷の内容を代表する定数 r_L 、 k_L を次の二つの場合に分けて考察する。

7.1 振動子入力端の高周波電流一定の場合

振動子入力は主として渦電流のために電圧電流の間に位相角を有し、これを一定にする理論的解析は困難であり、又実験的にも信頼できる超音波電力計が得られ難い現状にあるので、解析・実験の行ない易い高周波電流一定の場合につき行なう。この際加圧力によりインピーダンスが大きく変化しないから大体入力を一定に制御したことになるのであろう¹²⁾。

1) r_L 、 $r_{w'}$ 、 r_w 等 加工中の等価線形方程式 (4.7) 式の共振時における振巾は、 $y_m = f/2\bar{x}\bar{\omega}$ で表わされ、入力電流の一定の場合は駆動力 f が一定とみなされるので、加工時と最小限界加圧時および最小限界加圧時と空申時とを夫々比較することにより

$$\frac{\bar{x}}{\bar{x}_w} = \frac{y_m' w}{y_m} \cdot \frac{\bar{\omega}_m'}{\bar{\omega}} \quad \frac{\bar{x}_w'}{\bar{x}} = \frac{y_{m0}}{y_m w'} \cdot \frac{\omega}{\bar{\omega}_w'} \quad (7.1)$$

ここには w 砥粒を含む水中時、 o は空中、 m は max、 $'$ は最小限界加圧時を示す。

(4.8)' と (7.1) より $r_{w'}$ を求める次式が得られる。

$$\frac{r_{w'}}{r} = \frac{y_{m0}}{y_m w'} \cdot \frac{\omega}{\bar{\omega}_w'} - 1 \quad (7.2)$$

上式において $r_{w'}$ 、 y_{m0} 、 $\bar{\omega}_w'$ の代わりに r_w 、 y_{mw} 、 $\bar{\omega}_w$ をおきかえれば r_w を求める式となることはいうまでもない。

(4.8) 式と (7.2) 式および $\bar{r}_w' = r + r_{w'}$ を用い

$$\frac{\beta - \sin \beta}{2\pi} \cdot \frac{r_t}{r} = \frac{y_{m0}}{y_m} \cdot \frac{\omega}{\bar{\omega}} - \frac{y_{m0}}{y'_{mw}} \cdot \frac{\omega}{\bar{\omega}_w'} \quad (7.3)$$

β が決定されておるので r_t が求まり、 $r_t = r_L - r_{w'}$ であるから

$$\frac{r_L}{r} = \frac{r_t}{r} + \left(\frac{y_{m0}}{y_{mw}} \cdot \frac{\omega}{\bar{\omega}_w'} - 1 \right) \quad (7.4)$$

ここに r_L が決定される。

2) k_L 、 $k_{w'}$ 、 k_w 等 $k_{w'}$ 、 k_w は (4.9)' および本式において $\bar{\omega}$ 、 $k_{w'}$ の代わりに $\bar{\omega}_w$ 、 k_w をおきかえれば求められる。又直接次式からも求まる。

$$\frac{k_w'}{k} = \left(\frac{\bar{\omega}_w'}{\omega}\right)^2 \quad \text{すなわち} \quad \frac{k_w'}{k} = \left(\frac{\bar{\omega}_w'}{\omega}\right)^2 - 1 \quad (7.5)$$

これは (4.9)' 式が (7.5) 式の近似式であることを示している。

(4.9) 式において $\delta_m \ll y_m$ とし, (7.5) 式を用い,

$$\frac{\beta - \sin \beta}{4\pi} \frac{k_t}{k} = \left(\frac{\bar{\omega}}{\bar{\omega}_w'} - 1\right) \left(\frac{\bar{\omega}_w'}{\omega}\right)^2 - 1 \quad (7.5)$$

β が決定されておるので k_t が求まり, $k_t = k_L - k_w'$ であるから

$$\frac{k_L}{k} = \frac{k_t}{k} + \left[\left(\frac{\bar{\omega}_w'}{\omega}\right)^2 - 1\right] \quad (7.7)$$

ここに k_L が決定される。

7.2 加工中の振幅が一定の場合

この場合は空中時から大きな加圧力時にわたつて、完全に振巾を一定に保つことは装置の上で甚だ困難であるので¹²⁾、後の実験を考慮し振巾の僅かな変化も考慮し次式を導く。この場合は加圧力の増加に伴い当然入力電流が増加するが、力係数の変化は少ないのでこれを無視すると 7.1 の解析と同様にして

$$\left. \begin{aligned} \frac{r_w'}{r} &= \frac{y_{m0}}{y_{m'}'} \cdot \frac{\bar{I}_w'}{I_0} \cdot \frac{\omega}{\bar{\omega}_w'} - 1 \\ \frac{\beta - \sin \beta}{2\pi} \cdot \frac{r_t}{r} &= \frac{y_{m0}}{y_m} \cdot \frac{\bar{I}}{I_0} \cdot \frac{\omega}{\bar{\omega}} \\ &\quad - \frac{y_{m0}}{y_{m'}'} \cdot \frac{\bar{I}_w'}{I_0} \cdot \frac{\omega}{\bar{\omega}_w'} \\ \frac{r_t}{r} &= \frac{r_t}{r} + \left(\frac{y_{m0}}{y_{m'}'} \cdot \frac{\bar{I}_w'}{I_0} \cdot \frac{\omega}{\bar{\omega}_w'} - 1\right) \end{aligned} \right\} \quad (7.8)$$

を得る。ただしここに I は振動子入力電流を示し、なお完全に振巾が一定ならば $y_{m0} = y_{m'}' = y_m$ とおけばよい。

又 k_L , k_w' , k_w 等については 7.1 と同一式が用いられる。

8. 加工量を決定する因子、喰い込み量 η

加工中の接触減衰負荷 r_L は単に接触中に生ずる負荷であつて、真に加工が行なわれるために生ずる負荷も含んではおるが加工速度との関連は少い。(本報告の実験的研究である後の報告に述べる。) 本報告はハンマリング作用による加工機構を基本に考察したので加工量を決定する因子として 4.2 で示した (4.1) 式の喰い込み振巾において $\phi = \pi/2$ とした砥粒の被加工物への喰い込み量 η を考察する。すなわち

$$\eta = \delta_m - \delta_0 = \delta_m \left(1 - \cos \frac{\beta}{2}\right) \quad (8.1)$$

が加工量を代表すると考える。ここに β は (6.1) 式により, δ_m は (5.3) 式によりあらゆる他の要素に関連し

ておるが, δ_m は微小量であつて今まで $\delta - \delta_0 \ll d$, $\delta_m \ll y_m$ として省略した量である。(5 節, 7 節) 従つて δ_m の絶対量の算出は困難であるので、各因子による相対的な比較量を検討する。 δ_m が関連している力の平衡式 (5.3) 式において、破壊応力 σ が大きな影響を与えることがうなずかれるが、 σ の関連する要素は一つの入力とホーンにおいて、衝突速度を v , 被加工物の種類を M , 静的破壊力を σ_0 で表わすと

$$\sigma(\sigma_0, v), \sigma_0(M, d), v(y_m, \beta), y_m(P), \beta(P)$$

と考えられるので、更に被加工物と砥粒を固定すれば $\sigma(P)$ で、 $\sigma(\sigma_0, v)$, $v(y_m, \beta)$ が決定されれば δ_m は求められることを意味している。ここで σ に関し次の 2 つを仮定する。

(1) σ の v との関連を検討するのに、衝突による破壊機構は不明瞭な点が多いが、衝突速度が高い程衝突時に発生する力と破壊応力との相対的關係において破壊され易い状態にあると考えられるので、超音波加工においては $\beta = 0$ のとき衝突速度 $v = 0$ であるから静的破壊応力と同一応力で破壊し、 β が増加すると共に v が増加するので σ は低下し、もし β の増加と共に振巾 y_m が完全に一定ならば、最大衝突速度の得られる $\beta = \pi$ において σ_0/m の応力で破壊し、(m を破壊応力の衝突速度係数と呼ぶ) β が更に増大して v が減少するに従い σ が増加し、再び $v = 0$ と考えられる $\beta = 2\pi$ において σ_0 で破壊すると考える。従つて $\beta = 0$ のときの振巾として最小限界加圧時の $y_{mw'}$ を用い

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 - \frac{m-1}{m} \frac{y_m}{y_{mw'}} \sin \frac{\beta}{2}\right) \quad (8.2)$$

で表わされるものとする。

(2) σ_0 は被加工物の種類 M と砥粒径 d により変化し、加圧力 P によつては変わらないものとする。これは M により変わるの当然であるが d により変わり P により変わらない仮定は砥粒を介在させた硝子板の静的破壊に関する実験結果に基づくもので、後に報告する。

以上の仮定の下では (5.3) 式は

$$2P = Nd \delta_m \sigma_0 \left(1 - \frac{m-1}{m} \frac{y_m}{y_{mw'}} \sin \frac{\beta}{2}\right) \cdot \left(\sin \frac{\beta}{2} - \frac{\beta}{2} \cos \frac{\beta}{2}\right) \quad (8.4)$$

従つて (8.1) より

$$\eta = \frac{P \left(1 - \cos \frac{\beta}{2}\right)}{Nd \sigma_0 \left(1 - \frac{m-1}{m} \frac{y_m}{y_{mw'}} \sin \frac{\beta}{2}\right) \left(\sin \frac{\beta}{2} - \frac{\beta}{2} \cos \frac{\beta}{2}\right)} \quad (8.4)$$

従つて一般に二つの場合の喰い込み量の比は

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{N_2 d_2 \sigma_{02}}{N_1 d_1 \sigma_{01}} \cdot \frac{\left(1 - \frac{m_2 - 1}{m_2} \frac{y_{m_2}}{y_{mw_2}} \sin \frac{\beta_2}{2}\right) \left(\sin \frac{\beta_2}{2} - \frac{\beta_2}{2} \cos \frac{\beta_2}{2}\right)}{\left(1 - \frac{m_1 - 1}{m_1} \frac{y_{m_1}}{y_{mw_1}} \sin \frac{\beta_1}{2}\right) \left(\sin \frac{\beta_1}{2} - \frac{\beta_1}{2} \cos \frac{\beta_1}{2}\right)} \cdot \frac{(1 - \cos \frac{\beta_1}{2}) P_1}{(1 - \cos \frac{\beta_2}{2}) P_2} \quad (8.5)$$

で表わされる。ここに添字 1, 2 は異なる二つの場合を示す。

加工実験を比較するために二, 三の場合につき検討する。

8.1 同一被加工物を同一砥粒で加工する場合

この場合は P が変わることを意味し, $N_1 d_1 \sigma_0$ は一定であるから $\beta=2\pi$ のときの加圧力と喰い込み量を P^* と η^* で表わすと (8.5) 式において $\beta_2=2\pi$ として

$$\frac{\eta}{\eta^*} = \frac{\pi \left(1 - \cos \frac{\beta}{2}\right)}{2 \left(1 - \frac{m-1}{m} \frac{y_m}{y_{mw}} \sin \frac{\beta}{2}\right) \left(\sin \frac{\beta}{2} - \frac{\beta}{2} \cos \frac{\beta}{2}\right)} \cdot \frac{P}{P^*} \quad (8.6)$$

本式は加工速度の上の最適圧力の存在する理由を示すもので、主として喰い込み量を支配する破壊応力が衝突速度の大きいとき減少することに基因し、その存在する位置が $\beta < 180^\circ$ に相当する位置へずれることも、加圧力の増加と共に振幅が減少するので最大衝突速度位置が $\beta < 180^\circ$ の方へずれることよりうかがえる所である。従つて定振幅の場合は $y_m = y_{mw}$ であるから最適圧力位置は最大衝突速度を与える $\beta = 180^\circ$ 近くにずれ、すなわち定入力の場合よりは大きな加圧力のときに起こりその範囲が拡大されることが分る。又 m の大きいことは範囲がせまく急峻であることも伺える。

8.2 同一被加工物を大きさの異なる砥粒、同一加圧力で加工する場合

この場合は σ_0 および N が d により変わる場合に相当し、 β, m 共に d により変わらないと仮定すると、(前者は実験的に確かめられている) 同一 P に対し同一衝突速度と考えられるので、喰い込み量の比は (8.5) 式において $P_1 = P_2$, $\beta_1 = \beta_2$, $m_1 = m_2$ として次のように表わされる。

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{N_2 d_2 \sigma_{02}}{N_1 d_1 \sigma_{01}}$$

$N_1 d_1 \sigma_0$ については先に述べた静的実験結果より処理することができ、 $N = K \cdot A/d^2$ (K : 砥粒数の面積係数, A : 加工面積) を代入すると

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{K_2 d_1 \sigma_{02}}{K_1 d_2 \sigma_{01}} \quad (8.7)$$

が得られる。本式は d が大きいと σ_0 は小さい a で大きな砥粒径による加工速度が小さな砥粒径より早いことを説明する式である。しかし d による最適圧力の相違が含まれておらないが、これは β および m が d に無関係とした結果で両者の d による相違は実験的に求め難い所である。

従つて (8.7) は d により各 P に対する加工速度比が一定であることを示し、静的実験による $K_1 \sigma_0$ および d の数値を代入すると、硝子を GC #240, #320, #600 で加工すると各加圧力において大略 $\eta_1 : \eta_2 : \eta_3 = 4 : 2.7 : 1$ となる。

9. 結 論

超音波加工装置の機械振動系を集中質量系 $m-r-s$ の直列結合とみなし、加工中の負荷をホーンと被加工物との接触時 (砥粒を介して) と非接触時とに分離し、夫々が異なる減衰負荷と復元負荷とを有するものとして、加工負荷を含む全機械系の衝突負荷による非線形振動を等価な線形振動におきかえることにより解析し、次の結果を得た。

(1) ホーン先端と被加工物との砥粒を介しての接触時間は 1 サイクル中において (6.1) 式により示される接触角 β により表示される。これは加圧力の大きい方が、加工中振幅および機械振動系の剛性の小さい方が、又周波数変化の小さい方が β の大きくなることを示すが、各因子間に相互の関係があるので実験結果より算出しなければ β の傾向は判断されない。

(2) 接触による復元負荷 k_L および減衰負荷 r_L は (7.7) 式 (7.6) 式および (7.4) 式 (7.3) 式 (定入力の場合)、(7.8) 式 (定振幅の場合) で示される。これは k_L は周波数に、 r_L は振幅に強く影響することを示しているが、 β を通じ他の因子と関連している。

(3) 加工量を決定する因子と考えられる砥粒の被加工物への喰い込み量 η は (8.4) 式で与えられる。これにより直接に又は二, 三の場合を比較することにより、超音波加工速度の上に下記の説明がなされる。

(イ) 被加工物により異なるのは主として静的破壊応力による。

(ロ) 砥粒径により異なるのは主として静的破壊応力が砥粒径により異なるのによる。

(ハ) 最適圧力が存在するのは破壊応力が衝突速度が大きくなれば減少するためであると考えられる。

(ニ) 最適圧力は定入力時は加工中振幅が加圧力増加と

共に減少するので $180^\circ < \beta$ の位置に存在し、定振幅時は定入力時より $\beta = 180^\circ$ 位置へ近づき加圧力による変化が少ない。

本解析の実験結果との比較は後に報告する。終わりに御教示をいただいた東大西村源六郎教授、神保助教授、当所早坂次長並に討論をいただいた当所伏見、西口、新木、宮崎各研究主任、鷗沢室長に深く御礼申上げる次第である。
(1960, 12月13日 受付)

文 献

- 1) 谷口紀男：精密機械，Vol.，22，No. 6，p. 12 (昭31. 6)。
- 2) 西村源六郎，神保泰雄：精機学会講演予稿 (昭33. 4)
- 3) 谷口紀男：精機学会講演予稿 (昭32. 4)。精密機械，Vol.，26，No. 2，p. 94 (昭35. 2)。
- 4) 前沢誠一郎：機械学会講演前刷，No. 5，p. 94 (昭34. 4)。
- 5) 菊池喜充：“磁歪振動と超音波” p. 87。
- 6) Milton C. Shaw : Microtecnic Vol. 10, No. 6, p. 257 (1956)。
- 7) 森栄司：音響学会誌，Vol. 11, No. 4, p. 241 (昭30, 12)。
- 8) Y. Kikuchi, K. Fukushima : The Res. Inst. of Elect. Com. of Univ. of Tohoku, Ser. B, Vol. 1, 2, No. 1, p. 161 (1951)。
- 9) N. W. Mchlachlan : Non Linear Equation p. 187, p. 103。
- 10) K. Kryloff, N. Bogoliuboft : Introduction to Nonlinear Mechanism。
- 11) 森栄司：音響学会講演論文集，p. 167 (昭33. 10)。
- 12) 大平正広，西口克巳：音響学会講演論文集，p. 89 (昭35. 5)。
- 13) 技山平一：電気音響機器の研究，p. 33, p. 35。

正 誤 表

36年1月号，(27巻，1号)，“工具摩耗と温度依存性” (竹山・村田) 正誤表

頁 数	位 置	誤	正
33	英文上から2行一字	ife	life
36	右上から2行(4)式中	$T \times 5.34 \times 10^{11}$	5.34×10^{11}
37	図 9 中	○ 0.2 mm ● 0.1 mm	● 0.2 mm ○ 0.1 mm
38	左下から9行	$VT^{0.18} \rho^{0.94} f d^{0.12}$	$VT^{0.18} \rho^{0.94} f d^{0.12}$
	11行	$VT^\gamma d^\beta e^{1.03f}$	$VT^\gamma d^\beta e^{1.03f}$
	12行	$\theta_0 \propto e^{0.265f}$	$\theta_0 \propto e^{0.265f}$
38	右上から4行	$\exp(-4.17 \times 10^{-4}/\theta^\circ K) \cdot T(\text{min})$	$\exp(-4.17 \times 10^{-4}/\theta^\circ K)$