固有振動を伴わぬアンクル・ガンギ緩速機構の 理論的研究 (第 6 報)

——繰返し衝突定常運動——

石 原 信 一*

Theoretical Investigations of Retard Regulating Mechanisms
without Natural Frequency

Comprising a Pallet and a Star Wheel (Part 6)
——Repetitive Collision Steady-State Motion——

Nobukazu ISHIHARA

A repetitive collision steady-state motion is defined as the motion in which collision takes place more than once, respectively on the first and third boundaries of motion. As the number of collision increases, this type of motion may be approximated by a set of two straight-line paths of motion connecting the first points of collision on each boundary of motion. Based upon this approximation a simple method is presented to facilitate evaluation of the performance characteristics of the pallet-star-wheel mechanism.

Further, a rigorous method is developed by which both the pattern and performance of the steady-state motion concerned are determined accurately and exactly.

1. はしがき

繰返し衝突定常運動は本論文第3報⁵⁾で述べたごとく衝突を第1および第3運動制限曲線³⁾上でそれぞれ1回

図 1 運動の軌跡の近似的置換

以上数回繰返す運動と定義される。各制限曲線上の衝突回数が減つて1回のみとなれば2点衝突⁷⁾、衝突回数が増して制限曲線上のすべり運動が始まれば後報で述べる衝突すべり運動となる。

2. 近似的方法

この定常運動にたいする運動の軌跡⁵⁾は、図1に細線で示す曲線 $P_{1(1)}, P_{1(2)}, \dots, P_{3(1)}, P_{3(2)}, \dots, P'_{1(1)}$ のごとく、衝突点で運動の方向を変えながらも第1および第3運動制限曲線に沿つて移動する曲線である。そこで第1近似として、この運動の軌跡を各制限曲線上の第1衝突点を結ぶ直線からなる折線、すなわち図1中太い直線で表わす折線 $P_{1(1)}, P_{3(1)}, P'_{1(1)}$ で置き換える。この近似は物理的に次の2仮定に基づいて実現することができる。すなわち、

1. 第1および第3制限曲線上最初の衝突はいずれも非弾性的である、
2. 最初の衝突の後にはすべり運動が行なわれ、すべり運動中アンクルとガンギとの間の増速比は一定である。さらに、これは上記の折線運動に必須の条件ではないが、アンクルおよびガンギ接触面に働く摩擦力は無視することとする。もともと接触面間の摩擦力ははなはだ小さく他の2仮定の誤差範囲に含まれる。

第1制限曲線上第1の衝突点における衝突方程式⁴⁾は

$$\begin{aligned} \omega_{s1} &= \sigma_{s1} \Omega_{s1} + \sigma_{p1} \Omega_{p1}, \\ \omega_{p1} &= \pi_{s1} \Omega_{s1} + \pi_{p1} \Omega_{p1} \end{aligned} \quad (1)$$

* シチズン時計株式会社 正会員

ただし、上式中 Ω_{p1} , Ω_{s1} および ω_{p1} , ω_{s1} は衝突直前直後におけるそれぞれアンクルおよびガンギの角速度を表わす。仮定によつて

$$\Omega_{p1} = r_3^* \Omega_{s1}, \quad \omega_{p1} = -r_1^* \omega_{s1} \quad (2)$$

上式中 r_1^* および r_3^* は仮定した運動軌跡折線のそれぞれ第1および第3制限曲線に該当する直線の勾配とする。また、非弾性衝突および摩擦なしの仮定から σ および π 係数の一般公式⁴⁾に $e^*=0$, $\mu=0$ と置いて

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{s1} &= \frac{1}{1+(r_1^*)^2 I_p/I_s}, \quad \sigma_{p1} = -\frac{r_1^* I_p/I_s}{1+(r_1^*)^2 I_p/I_s} \\ \pi_{s1} &= -r_1^* \sigma_{s1} = -\frac{r_1^*}{1+(r_1^*)^2 I_p/I_s} \\ \pi_{p1} &= -r_1^* \sigma_{p1} = \frac{(r_1^*)^2 I_p/I_s}{1+(r_1^*)^2 I_p/I_s} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ただし、ここに I_p および I_s はそれぞれアンクルおよびガンギの慣性モーメントを表わす。これらの係数と(2)の第1式を式(1)に代入すれば

$$\omega_{s1} = \frac{1-r_1^* r_3^* I_p/I_s}{1+(r_1^*)^2 I_p/I_s} \Omega_{s1} \quad (4)$$

$$\omega_{p1} = -\frac{r_1^* (1-r_1^* r_3^* I_p/I_s)}{1+(r_1^*)^2 I_p/I_s} \Omega_{s1} = -r_1^* \omega_{s1} \quad (5)$$

式(5)は仮定に基づいて誘導された結果であるから当然(2)の第2式と一致する。

第3制限曲線上第1の衝突点に関する衝突方程式も全く同ようにして次のごとく表わされる。

$$\omega_{s3} = \frac{1-r_1^* r_3^* I_p/I_s}{1+(r_3^*)^2 I_p/I_s} \Omega_{s3} \quad (6)$$

$$\omega_{p3} = \frac{r_3^* (1-r_1^* r_3^* I_p/I_s)}{1+(r_3^*)^2 I_p/I_s} \Omega_{s3} = r_3^* \omega_{s3} \quad (7)$$

式(7)もまた仮定の当然の帰結である。

図1において点 $P_{1(G)}$ から点 $P_{3(G)}$ まで運動する間におけるこの系の運動エネルギー増加は、仮定によつて、この間等価慣性モーメント $I_s + (r_1^*)^2 I_p$ をもつガンギに作用する駆動トルク T_s のなす仕事に相等しい。

$$\Omega_{s3}^2 - \omega_{s1}^2 = \frac{2 T_s \theta_s}{I_s + (r_1^*)^2 I_p} = \frac{2 T_s}{I_s} \cdot \frac{\theta_s}{1+(r_1^*)^2 I_p/I_s} \quad (8)$$

ただし、 θ_s は図示のごとくこれら2衝突点間のガンギ進行角である。上の式の ω_{s1} に式(4)を入れて整理すれば

$$\begin{aligned} & \{1+(r_1^*)^2 I_p/I_s\}^2 \Omega_{s3}^2 - (1-r_1^* r_3^* I_p/I_s)^2 \Omega_{s1}^2 \\ &= \frac{2 T_s}{I_s} \{1+(r_1^*)^2 I_p/I_s\} \theta_s \end{aligned} \quad (9)$$

同様な関係式が点 $P_{3(G)}$ から点 $P'_{1(G)}$ 間の運動につい

て求められる。次式中 n はガンギの歯数とする。

$$\begin{aligned} & \{1+(r_3^*)^2 I_p/I_s\} \Omega_{s1}^2 - (1-r_1^* r_3^* I_p/I_s)^2 \Omega_{s3}^2 \\ &= \frac{2 T_s}{I_s} \{1+(r_3^*)^2 I_p/I_s\} \left(\frac{2\pi}{n} - \theta_s \right) \end{aligned} \quad (10)$$

式(9)および(10)を Ω_{s1} および Ω_{s3} について連立に解けば

$$\Omega_{s1} = \frac{2 T_s}{K_1 I_s}, \quad \Omega_{s3} = \frac{2 T_s}{K_3 I_s} \quad (11)$$

ただし

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{(r_1^* + r_3^*)^2 \{2 + (r_1^* - r_3^*)^2 I_p/I_s\}}{\{1+(r_1^*)^2 I_p/I_s\} \left[\frac{2\pi}{n} \{1+(r_1^*)^2 I_p/I_s\} \cdot \right. \\ & \quad \left. + 2(r_1^* r_3^* I_p/I_s)^2 I_p/I_s \right. \\ & \quad \left. \{1+(r_3^*)^2 I_p/I_s\} - \theta_s (r_1^* + r_3^*)^2 I_p/I_s \right] \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} K_3 &= \frac{(r_1^* + r_3^*)^2 \{2 + (r_1^* - r_3^*)^2 I_p/I_s\}}{\{1+(r_3^*)^2 I_p/I_s\} \left[\frac{2\pi}{n} (1-r_1^* r_3^* I_p/I_s)^2 \right. \\ & \quad \left. + 2(r_1^* r_3^* I_p/I_s)^2 I_p/I_s \right. \\ & \quad \left. + \theta_s (r_1^* + r_3^*)^2 I_p/I_s \right] \end{aligned} \quad (13)$$

ここで式(11)の K_1 および K_3 は式(12)および(13)で表示されるごとく慣性モーメント比 I_p/I_s の関数であることに注意しなければならない。

再びガンギ等価慣性モーメントの概念を適用して衝突点間の時間経過を求めると

$$\begin{aligned} \Omega_{s3} - \omega_{s1} &= \frac{T_s t_1}{I_s + (r_1^*)^2 I_p} = \frac{T_s}{I_s} \cdot \frac{t_1}{1+(r_1^*)^2 I_p/I_s} \\ \Omega_{s1} - \omega_{s3} &= \frac{T_s t_3}{I_s + (r_3^*)^2 I_p} = \frac{T_s}{I_s} \cdot \frac{t_3}{1+(r_3^*)^2 I_p/I_s} \end{aligned} \quad (14)$$

ただし、上式の t_1 および t_3 はそれぞれアンクルおよびガンギが図1の点 $P_{1(G)}$ から点 $P_{3(G)}$ まで、および点 $P_{3(G)}$ から点 $P'_{1(G)}$ まで進む時間を表わす。式(14)の ω_{s1} と ω_{s3} とに式(4)および(6)を、さらに Ω_{s1} と Ω_{s3} とに式(11)を代入して変形すれば

$$\begin{aligned} t_1 &= \sqrt{\frac{2 I_s}{T_s}} \left\{ \frac{1+(r_1^*)^2 I_p/I_s}{\sqrt{K_3}} - \frac{1-r_1^* r_3^* I_p/I_s}{\sqrt{K_1}} \right\} \\ t_3 &= \sqrt{\frac{2 I_s}{T_s}} \left\{ \frac{1+(r_3^*)^2 I_p/I_s}{\sqrt{K_1}} - \frac{1-r_1^* r_3^* I_p/I_s}{\sqrt{K_3}} \right\} \end{aligned}$$

したがって、ガンギ周期はこれらの両式から

$$\begin{aligned} \tau &= n(t_1 + t_3) \\ &= n(r_1^* + r_3^*) \left(\frac{r_3^*}{\sqrt{K_1}} + \frac{r_1^*}{\sqrt{K_3}} \right) (I_p/I_s) \sqrt{\frac{2 I_s}{T_s}} \end{aligned} \quad (15)$$

これからアンクル抵抗係数は直ちに⁵⁾

$$\begin{aligned} C_p &= \frac{n^2}{\pi^2} (r_1^* + r_3^*)^2 \left(\frac{r_3^*}{\sqrt{K_1}} + \frac{r_1^*}{\sqrt{K_3}} \right)^2 \cdot \\ & \quad (I_p/I_s)^2 \end{aligned} \quad (16)$$

ただし

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{C_p I_s}{2 T_s}} \quad (17)$$

図1において第3および第1制限曲線右端の接線がそれぞれ次の第1および第3制限曲線の $P_{1(0)}$ および $P_{3(0)}$ と交わるとして図示の記号を用い

$$\theta_{s1(0)} = \delta_1 \phi_{31}, \quad \theta_{s3(0)} = \delta_3 \phi_{13} \quad (18)$$

これによつて最初の衝突点の位置が係数 δ で表わされる。これらの係数 δ を一義的に決定する適当な方法はなく、類似のアンクル・ガンギの特性から経験的に推定しなければならない。いずれにせよ、 $\theta_{s1(0)}$ および $\theta_{s3(0)}$ ははなはだ小さいから、 r_1^* , r_3^* , および θ_s の値は δ のそれによつてほとんど影響されない。適当な資料を手もとに欠く場合は試みに $\delta_1=0$, $\delta_3=0$ として計算する。

いまもし $r_1^*=r_3^*=r^*$ および $\theta_s=\pi/n$ と仮定すればこれは等周期定常運動⁷⁾ の場合に当たり、式(12)および(13)は簡単化されて次のごとくなる。

$$K_1 = K_3 = \frac{4n(r^*)^2 I_p / I_s}{\pi \{1 + (r^*)^2 I_p / I_s\}} \quad (19)$$

さらに式(15)は

$$\tau^2 = \frac{8\pi n I_p}{T_s} (r^*)^2 \{1 + (r^*)^2 I_p / I_s\} \quad (20)$$

となり、小滝氏²⁾ の誘導した結果と形式的には全く一致する。ただここで注意しなければならないことは、式(20)の r^* は仮想した運動の軌跡の勾配であるが、小滝式では実際の運動制限曲線の勾配を表わしていることである。しかしながら、これらの公式が導かれた基本概念には相互に共通するものがあり、また Brennecke 氏の公式¹⁾ も同じ考えに基づいているから、この意味で式(15)は Brennecke-小滝式の拡張といつてもよい。また式(15)の特別の場合が小滝式に一致することは、逆に後者が本論文のごとき定常運動に適用さるべきという条件を示すこととなる。

最後に、本節で述べた近似方法はまた本論文後報の衝突すべり定常運動にも適用されることを付言しておく。

3. 精密な方法

前節の方法は簡単であるが、衝突係数、摩擦係数、および運動制限曲線の形状には無関係であるから、それらの影響を調べ、また実際の運動形式を定めるのには不適當である。本節においてはいつそう精密な方法として多点衝突定常運動の場合と同じ概念⁶⁾ に基づいた逐次近似法を述べる。

本論に入るに先だつて同一運動制限曲線上で連続衝突する運動のガンギ進行角に関する公式を求めよう。図2

図2 同一運動制限曲線上の連続衝突

$$\theta_{p1} = \theta_{p1(n)} - r_{1(n)}^* \theta_{s1}$$

で表わされ、式中 $r_{1(n)}$ は点 $P_{1(n)}$ における曲線の勾配とする。点 $P_{1(n)}$ で反発した後の運動の軌跡は放物線でありこれは制限曲線と点 $P_{1(n+1)}$ で交わる。この点で次の衝突が起こる。衝突点の位置は多点衝突定常運動の場合と同よう次の2次方程式を解いて与えられる⁶⁾。

$$B_{11} \theta_{s1(n)}^2 - 2 B_{12} \theta_{s1(n)} - B_{13} = 0 \quad (21)$$

上式の係数は

$$B_{11} = \frac{T_s}{2 I_s} \left(\frac{r_1^*(n)}{\omega_{p1(n)}} \right)^2$$

$$2 B_{12} = 1 + r_1^*(n) \frac{\omega_{s1(n)}}{\omega_{p1(n)}}, \quad B_{13} = 0$$

となることは容易に証明される。これらを式(21)に入れ

$$\omega_{p1(n)} = \lambda_1(n) \omega_{s1(n)} \quad (22)$$

と置けば

$$\theta_{s1(n)} = \frac{2 I_s \omega_{p1(n)}^2}{T_s (r_1^*(n))^2} \left(1 + \frac{r_1^*(n)}{\lambda_1(n)} \right) \quad (23)$$

ただし、上の各式中 $\omega_{p1(n)}$ および $\omega_{s1(n)}$ は点 $P_{1(n)}$ において衝突直後のそれぞれアンクルおよびガンギの角速度を表わす。

再び本題にもどり、1組のアンクルとガンギとが繰返し衝突定常運動に入る場合を考えよう。図3において左

図3 繰返し衝突定常運動

方の第3制限曲線の右端における接線が第1制限曲線と交わる点を $P_{1(0)}$ とし、図示のごとく ϕ_{31} を定義する。第1制限曲線上の第1衝突点を $P_{1(1)}$ 、以下の衝突点を順次 $P_{1(2)} \cdots P_{1(N)}$ とし、この曲線上で N 回衝突するものと仮定する。図示の記号を使用して

$$\theta_{s1(0)} = \partial_1 \phi_{31} \quad (24)$$

によつて ∂_1 を定義する。

アングルおよびガンギの点 $P_{1(1)}$ 衝突直前の角速度をそれぞれ $\omega_{p1(1)}$ および $\omega_{s1(1)}$ とすれば、衝突直後の角速度は衝突方程式⁴⁾によつて

$$\omega_{p1(1)} = \pi_{s1(1)} \omega_{s1(1)} + \pi_{p1(1)} \omega_{p1(1)},$$

$$\omega_{s1(1)} = \sigma_{s1(1)} \omega_{s1(1)} + \sigma_{p1(1)} \omega_{p1(1)}$$

$$\text{いま } \omega_{p1(1)} = A_{1(1)} \omega_{s1(1)} \quad (25)$$

と置けば上式は

$$\omega_{p1(1)} = \lambda_{1(1)} f_{1(1)} \omega_{s1(1)}, \quad \omega_{s1(1)} = f_{1(1)} \omega_{s1(1)} \quad (26)$$

ただし

$$f_{1(1)} = \sigma_{s1(1)} + A_{1(1)} \sigma_{p1(1)} \quad (27)$$

$$\lambda_{1(1)} = \frac{\pi_{s1(1)} + A_{1(1)} \pi_{p1(1)}}{f_{1(1)}} \quad (28)$$

式(23)において $n=1$ とおき、 $\omega_{p1(1)}$ に(26)の第1式を代入すれば

$$\theta_{s1(1)} = \frac{2 I_s \omega_{s1(1)}^2}{T_s} \left(\frac{A_{1(1)}}{r_1^*} \right)^2 \cdot \left(1 + \frac{r_1^*}{\lambda_{1(1)}} \right) \left(\frac{\lambda_{1(1)} f_{1(1)}}{A_{1(1)}} \right)^2$$

いまここで

$$T_s = \frac{K_1}{2} I_s \omega_{s1(1)}^2 \quad (29)$$

と置いて無次元の係数 K_1 を定義し、上式に適用すれば

$$\theta_{s1(1)} = \frac{4}{K_1} \left(\frac{A_{1(1)}}{r_1^*} \right)^2 \left(1 + \frac{r_1^*}{\lambda_{1(1)}} \right) \cdot \left(\frac{\lambda_{1(1)} f_{1(1)}}{A_{1(1)}} \right)^2 \quad (30)$$

第1および第2衝突間に経過する時間は

$$t_{1(1)} = - \frac{r_1^* \theta_{s1(1)}}{\omega_{p1(1)}}$$

(26)の第1式および式(30)を上式に代入すれば

$$t_{1(1)} = - \frac{4 A_{1(1)}}{K_1 r_1^* \omega_{s1(1)}} \left(1 + \frac{r_1^*}{\lambda_{1(1)}} \right) \cdot \frac{\lambda_{1(1)} f_{1(1)}}{A_{1(1)}} \quad (31)$$

第2衝突点直前のガンギ角速度は

$$\omega_{s1(2)} = \omega_{s1(1)} + \frac{T_s}{I_s} t_{1(1)}$$

で与えられるから、この式に(26)の第2式および式(31)を代入整理すれば

$$\omega_{s1(2)} = -f_1 \left(1 + 2 \frac{\lambda_{1(1)}}{r_1^*} \right) \omega_{s1(1)} \quad (32)$$

第2衝突点直前のアングル角速度は

$$\omega_{p1(2)} = \omega_{p1(1)} = \lambda_{1(1)} f_{1(1)} \omega_{s1(1)} \quad (33)$$

したがつて

$$\omega_{p1(2)} = A_{1(2)} \omega_{s1(2)} \quad (34)$$

と置けば、式(32)および(33)から

$$A_{1(2)} = - \frac{\lambda_{1(1)}}{1 + 2 \frac{\lambda_{1(1)}}{r_1^*}} \quad (35)$$

これによつて式(32)はまた次のごとく書くことができる。

$$\omega_{s1(2)} = \frac{\lambda_{1(1)} f_{1(1)}}{A_{1(2)}} \omega_{s1(1)} \quad (36)$$

第2衝突点に関する衝突方程式は

$$\left. \begin{aligned} \omega_{p1(2)} &= \lambda_{1(2)} f_{1(2)} \omega_{s1(2)}, \\ \omega_{s1(2)} &= f_{1(2)} \omega_{s1(2)} \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

ただし

$$f_{1(2)} = \sigma_{s1(2)} + A_{1(2)} \sigma_{p1(2)} \quad (38)$$

$$\lambda_{1(2)} = \frac{\pi_{s1(2)} + A_{1(2)} \pi_{p1(2)}}{f_{1(2)}} \quad (39)$$

式(36)を式(37)に代入すれば、

$$\begin{aligned} \omega_{p1(2)} &= \frac{\lambda_{1(1)} f_{1(1)} \cdot \lambda_{1(2)} f_{1(2)}}{A_{1(2)}} \omega_{s1(1)}, \\ \omega_{s1(2)} &= \frac{f_{1(2)} \cdot \lambda_{1(1)} f_{1(1)}}{A_{1(2)}} \omega_{s1(1)} \end{aligned} \quad (40)$$

式(23)において $n=2$ と置けば

$$\theta_{s1(2)} = \frac{2 I_s \omega_{p1(2)}^2}{T_s (r_1^*)^2} \left(1 + \frac{r_1^*}{\lambda_{1(2)}} \right)$$

(29)および(40)の第1式を上式に代入すると

$$\theta_{s1(2)} = \frac{4}{K_1} \left(\frac{A_{1(1)}}{r_1^*} \right)^2 \left(1 + \frac{r_1^*}{\lambda_{1(2)}} \right) \cdot \frac{(\lambda_{1(1)} f_{1(1)})^2 (\lambda_{1(2)} f_{1(2)})^2}{A_{1(2)}^2 A_{1(1)}^2} \quad (41)$$

ガンギが $\omega_{s1(2)}$ だけ進行するに要する時間は

$$t_{1(2)} = - \frac{r_1^* \theta_{s1(2)}}{\omega_{p1(2)}}$$

(40)の第1式および式(41)を上式に入れて

$$t_{1(2)} = - \frac{4 A_{1(1)}}{K_1 r_1^* \omega_{s1(1)}} \left(1 + \frac{r_1^*}{\lambda_{1(2)}} \right) \cdot \frac{\lambda_{1(1)} f_{1(1)} \cdot \lambda_{1(2)} f_{1(2)}}{A_{1(1)} A_{1(2)}} \quad (42)$$

上述の方法を必要なだけ繰返せば、順次各衝突点における角速度、ガンギの進行角、および進行時間が求められる。かくして、第 n 番の衝突点における衝突直後のアングルおよびガンギ角速度は

$$\omega_{p1(n)} = \omega_{s1(n)} \prod_{i=1}^n \frac{\lambda_{1(i)} f_{1(i)}}{A_{1(i)}} \quad (43)$$

$$\omega_{s1(n)} = \omega_{s1(1)} \prod_{i=1}^n \frac{\lambda_{1(i)} f_{1(i)}}{A_{1(i)}} \quad (44)$$

ただし,

$$\left. \begin{aligned} f_1(i) &= \sigma_{s1(i)} + A_{1(i)} \sigma_{p1(i)}, \\ \lambda_1(i) &= \frac{\pi_{s1(i)} + A_{1(i)} \pi_{p1(i)}}{f_1(i)} \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

また, 第 n 番と第 $(n+1)$ 番衝突点の間のガンギ進行角は

$$\theta_{s1(n)} = \frac{4}{K_1} \left(\frac{A_{1(i)}}{r_1^*(n)} \right)^2 \cdot \left(1 + \frac{r_1^*(n)}{\lambda_1(n)} \right) \prod_{i=1}^n \left(\frac{\lambda_1(i) f_1(i)}{A_{1(i)}} \right)^2 \quad (46)$$

その進行時間は

$$t_1(n) = - \frac{4 A_{1(i)}}{K_1 r_1^*(n) \Omega_{s1(i)}} \left(1 + \frac{r_1^*(n)}{\lambda_1(n)} \right) \cdot \prod_{i=1}^n \frac{\lambda_1(i) f_1(i)}{A_{1(i)}} \quad (47)$$

アングルとガンギとの衝突直前の角速度比は

$$A_1(n) = - \frac{\lambda_1(n-1)}{1 + 2 \frac{\lambda_1(n-1)}{r_1^*(n-1)}} \quad (48)$$

第 n 番の衝突点直前のガンギ角速度は

$$\Omega_{s1(n)} = \frac{\Omega_{s1(i)} A_{1(i)}}{\lambda_1(n) f_1(n)} \prod_{i=1}^n \frac{\lambda_1(i) f_1(i)}{A_{1(i)}} \quad (49)$$

さて, 仮定により衝突は第1制限曲線上で N 回起こるから, この間におけるガンギの全進行角は式 (46) を参照して次のごとく表わせる。

$$\sum_{i=1}^{N-1} \theta_{s1(i)} = \frac{q_1}{K_1} \quad (50)$$

ただし

$$q_1 = 4 A_{1(i)}^2 \sum_{i=1}^{N-1} \frac{1}{(r_1^*(i))^2} \cdot \left(1 + \frac{r_1^*(i)}{\lambda_1(i)} \right) \prod_{k=1}^i \left(\frac{\lambda_1(k) f_1(k)}{A_{1(k)}} \right)^2 \quad (51)$$

上述のガンギ全進行角にたいするアングルの全変位角は

$$\sum_{i=1}^{N-1} r_1^*(i) \theta_{s1(i)} = \frac{u_1}{K_1} \quad (52)$$

ただし

$$u_1 = 4 A_{1(i)}^2 \sum_{i=1}^{N-1} \left(\frac{1}{r_1^*(i)} + \frac{1}{\lambda_1(i)} \right) \cdot \prod_{k=1}^i \left(\frac{\lambda_1(k) f_1(k)}{A_{1(k)}} \right)^2 \quad (53)$$

図3において最後の衝突点 $P_{1(N)}$ の位置を図示の記号を用いて表わせば

$$\begin{aligned} \theta_{s1} &= \Psi_1 - (\phi_{31} + \theta_{s1(0)} + \sum_{i=1}^{N-1} \theta_{s1(i)}), \\ \theta_{p1} &= \theta_{p1(0)} - (r_1^*(0) \theta_{s1(0)} + \sum_{i=1}^{N-1} r_1^*(i) \theta_{s1(i)}) \end{aligned}$$

式 (24), (50) および (52) を上の2式に適用して

$$\theta_{s1} = \Psi_1 - \left\{ (1 + \delta_1) \phi_{31} + \frac{q_1}{K_1} \right\} \quad (54)$$

$$\theta_{p1} = \theta_{p1(0)} - r_1^*(0) \delta_1 \phi_{31} - \frac{u_1}{K_1} \quad (55)$$

第 n 番の衝突点においては式 (45) によつて

$$\left. \begin{aligned} f_1(N) &= \sigma_{s1(N)} + A_{1(N)} \sigma_{p1(N)}, \\ \lambda_1(N) &= \frac{\pi_{s1(N)} + A_{1(N)} \pi_{p1(N)}}{f_1(N)} \end{aligned} \right\} \quad (56)$$

となり, また式 (43) によつてこの衝突点離脱直後のアングル角速度は

$$\omega_{p1(N)} = v_1 \Omega_{s1(i)} \quad (57)$$

ただし

$$v_1 = A_{1(i)} \prod_{i=1}^N \frac{\lambda_1(i) f_1(i)}{A_{1(i)}} \quad (58)$$

アングルとガンギとは点 $P_{1(N)}$ で衝突反発した後は次の第3制限曲線の点 $P_{3(i)}$ で衝突する。このときの点 $P_{3(i)}$ の位置は次の2次方程式を解いて与えられる。

$$B_{31} \theta_{s3(0)}^2 - 2 B_{32} \theta_{s3(0)} - B_{33} = 0$$

上の方程式の2根のうち, 1根は残りの根に比してはなはだ小さいから近似的に

$$\theta_{s3(0)} = -B_{33}/2B_{32} \quad (59)$$

で与えられる。これによつて点 $P_{3(i)}$ の位置が定められ, 既に求めた諸係数を使用すれば

$$2 B_{32} = 1 - r_3^*(0) \left\{ \frac{1}{\lambda_1(N)} - \frac{K_1}{2v_1^2} \left(\theta_{p1(0)} + \theta_{p3(0)} - r_1^*(0) \delta_1 \phi_{31} - \frac{u_1}{K_1} \right) \right\} \quad (60)$$

$$\begin{aligned} B_{33} &= \Psi_1 + \phi_{13} - (1 + \delta_1) \phi_{31} + \left(\frac{1}{\lambda_1(N)} + \frac{u_1}{2v_1^2} \right) \cdot \\ &\quad (\theta_{p1(0)} + \theta_{p3(0)} - r_1^*(0) \delta_1 \phi_{31}) \\ &\quad - \frac{1}{K_1} \left(q_1 + \frac{u_1}{\lambda_1(N)} + \frac{u_1^2}{4v_1^2} \right) - \frac{K_1}{4v_1^2} \cdot \\ &\quad (\theta_{p1(0)} + \theta_{p3(0)} - r_1^*(0) \delta_1 \phi_{31})^2 \end{aligned} \quad (61)$$

さて, 図3の点 $P_{1(N)}$ から点 $P_{3(N)}$ に至る間のガンギ運動エネルギーの増加は, この間にガンギに働く駆動力がなした仕事に等しいから

$$\frac{I_s}{2} (\Omega_{s3(i)}^2 - \omega_{s1(N)}^2) = T_s (\theta_{s1} + \phi_{13} + \theta_{s3(0)})$$

ただし, 上式の $\Omega_{s3(i)}$ は点 $P_{3(i)}$ 衝突直前のガンギ角速度とする。いま, 式(29) にならつて

$$T_s = -\frac{K_3}{2} I_s \Omega_{s3(i)}^2 \quad (62)$$

で K_3 を定義し, 式 (54), (56) および (57) を上述のエネルギーに代入すれば

$$\frac{1}{K_3} = \left\{ \left(\frac{v_1}{\lambda_1(N)} \right)^2 - q_1 \right\} \frac{1}{K_1}$$

$$+\psi_1 + (1+\partial_3)\phi_{13} - (1+\partial_1)\phi_{31} \quad (63)$$

ただし

$$\theta_{s3(0)} = \partial_3 \phi_{13} \quad (64)$$

第3制限曲線上第1の衝突点において衝突直前の角速度比は

$$\Omega_{s3(1)} = A_{s3(1)} \Omega_{s3(1)} \quad (65)$$

ただし、上式のアンクル角速度は式(57)を参照して

$$\Omega_{s3(1)} = \omega_{s1(N)} = v_1 \Omega_{s1(1)}$$

と書けるから式(65)は

$$A_{s3(1)} = \frac{\Omega_{s3(1)}^2}{\Omega_{s3(1)}^2} = \frac{v_1^2 \Omega_{s1(1)}^2}{\Omega_{s3(1)}^2}$$

あるいは、式(29)および(62)を適用して

$$A_{s3(1)} = \sqrt{\frac{K_3}{K_1}} v_1 \quad (66)$$

いま、与えられた問題にたいしてまず前節の近似法を適用すれば、第1制限曲線の点 $P_{1(1)}$ における K_1 , $A_{1(1)}$, および ∂_1 の第1近似値が定まる。それらの値を出発点として、式(60)および(61)の係数を計算すれば式(59)によつて $\theta_{s3(0)}$ が定まり、したがつて式(64)から ∂_3 が求められる。次いで式(63)によつて K_3 を、最後に式(66)によつて $A_{s3(1)}$ を決定する。

かくして、第3制限曲線に関する運動を決定するのに必要なすべての量、すなわち、点 $P_{3(1)}$ における K_3 , $A_{s3(1)}$, および ∂_3 の値が与えられた。これらの値をもととして、第1制限曲線に関する上述の方法と全く同様に第3制限曲線に関する計算を進めることができる。ただし、後者についての衝突回数は M 回とする。計算の結果は次の第1制限曲線上第1の衝突点に関する K_1 , $A_{1(1)}$, および ∂_1 の第2近似値を与える。

このような方法を多点衝突定常運動について述べた⁶⁾ように繰返し、上述の3係数の値が実用上安定するに至つたとき、このアンクル・ガンギの運動が定常状態に達したと考える。さらにまた多点衝突の場合と同じく差分方程式を使用してもこの定常運動の形式を定めることができる⁵⁾。ただし、この場合第1衝突点の位置は θ_{s1} の代わりに ∂_1 を使用する。

4. ガンギ周期とアンクル抵抗係数

前節で述べた方法によつてこの定常運動の形式が決定されたから、本節ではこれに基づいてガンギ周期およびアンクル抵抗係数を求めよう。

第1制限曲線上の繰返し衝突にガンギの費やす総時間は、衝突回数 N にたいして式(47)から

$$\sum_{i=1}^{N-1} t_{1(i)} = -\frac{4 A_{1(1)}}{K_1 \Omega_{s1(1)}} \sum_{i=1}^{N-1} \left(\frac{1}{r_1^{*(i)}} + \frac{1}{\lambda_{1(i)}} \right) \cdot \prod_{k=1}^i \frac{\lambda_{1(k)} f_{1(k)}}{A_{1(k)}} = \frac{s_1}{K_1 \Omega_{s1(1)}} = \frac{I_s s_1 \Omega_{s1(1)}}{2 T_s} \quad (67)$$

ただし

$$s_1 = -4 A_{1(1)} \sum_{i=1}^{N-1} \left(\frac{1}{r_1^{*(i)}} + \frac{1}{\lambda_{1(i)}} \right) \cdot \prod_{k=1}^i \frac{\lambda_{1(k)} f_{1(k)}}{A_{1(k)}} \quad (68)$$

最後の衝突点を離れて次の制限曲線に衝突するまでの時間を $t_{1(N)}$ とすれば

$$t_{1(N)} = \frac{I_s}{T_s} (\Omega_{s3(1)} - \omega_{s1(N)})$$

式(57)を参照すればこれはまた次のごとく書ける。

$$t_{1(N)} = \frac{I_s}{T_s} \left(\Omega_{s3(1)} - \frac{v_1}{\lambda_{1(N)}} \Omega_{s1(1)} \right) \quad (69)$$

第3制限曲線にたいしても同ようにして

$$\sum_{i=1}^{M-1} t_{3(i)} = \frac{s_3}{K_3 \Omega_{s3(1)}} = \frac{I_s s_3 \Omega_{s3(1)}}{2 T_s} \quad (70)$$

ただし

$$s_3 = 4 A_{s3(1)} \sum_{i=1}^{M-1} \left(\frac{1}{r_3^{*(i)}} + \frac{1}{\lambda_{3(i)}} \right) \prod_{k=1}^i \frac{\lambda_{3(k)} f_{3(k)}}{A_{s3(k)}} \quad (71)$$

さらに

$$t_{3(M)} = \frac{I_s}{T_s} \left(\Omega_{s1(1)} - \frac{v_3}{\lambda_{3(M)}} \Omega_{s3(1)} \right) \quad (72)$$

上式中第3制限曲線に関して定義された諸係数は自明であるからその説明は省略する。

ガンギ周期は(67), (69), (70) および(72)の総和で表わされ、式中 $\Omega_{s1(1)}$ および $\Omega_{s3(1)}$ にそれぞれ式(29)および式(62)を代入整理すれば

$$\tau = \sqrt{2} n \left\{ \left(1 + \frac{s_1}{2} - \frac{v_1}{\lambda_{1(N)}} \right) \frac{1}{\sqrt{K_1}} + \left(1 + \frac{s_3}{2} - \frac{v_3}{\lambda_{3(M)}} \right) \frac{1}{\sqrt{K_3}} \right\} \sqrt{\frac{I_s}{T_s}} \quad (73)$$

したがつてアンクル抵抗係数は

$$C_p = \frac{n^2}{\pi^2} \left\{ \left(1 + \frac{s_1}{2} - \frac{v_1}{\lambda_{1(N)}} \right) \frac{1}{\sqrt{K_1}} + \left(1 + \frac{s_3}{2} - \frac{v_3}{\lambda_{3(M)}} \right) \frac{1}{\sqrt{K_3}} \right\}^2 \quad (74)$$

5. むすび

本論文においては繰返し衝突定常運動を取扱う近似のおよび精密な方法を述べた。衝突回数が多くなれば、緩速機構の性能に関するかぎり、近似の方法によつて実用上じゅうぶん正確な結果を求めることができる。しかし

ながら、この定常運動の形式を定めるためには精密な方法に因らなければならない。緩速機構の設計者が関心をもつのは通常機構の性能だけであるから、この意味で日常設計業務には近似方法でこと足る訳である。

(1962, 3月17日受付)

参考文献

1) G. Brennecke: Feinwerktechnik, Okt. (1951).

2) 神保泰雄: 緩速度装置理論解析並びに実験, 千代田光学研究報告, 12月 (1954).

3) 筆者: 精密機械, 28巻5号 (1962) 280.

4) 筆者: 精密機械, 28巻7号 (1962) 416.

5) 筆者: 精密機械, 28巻7号 (1962) 423.

6) 筆者: 精密機械, 28巻8号 (1962) 478.

7) 筆者: 精密機械, 28巻8号 (1962) 485.

— 表紙写真説明 —

三木無段変速プーリ

お望みの回転を機械を止めずに

三木プーリは、機械の回転速度をその作業に最も適した速さに変えるものである。

特長は、丈夫で、安価な上に取扱いが簡単でショックにも耐え、市販標準Vベルトを使用するから手軽に入手出来、その取扱いは、標準Vプーリに、Vベルトを掛けた時と同じで安心して機械の運転中スムーズに希望の速度が出せる。

用途は、非常に広範囲で、あらゆる機械の回転調節に、いい換えればモータのある所全てに取付けられ生産性の向上をはかると同時に、出来上がり製品の精度を一層高めることが出来る。

構造は、モータと従動軸の間に取付けられた中間車ともいえるもので、一本の軸上に交互に設けられた固定円錐車と移動円錐車より構成され、それらが形造るV溝にVベルトをモータ側と従動側に交互に掛け動力を伝え変速するようになっている。

一般にベルトによる無段変速機は、軸上を移動する一組又は数組の円錐車により構成されているが、この円錐車は、一回転ごとに交互に正負の荷重が軸との滑り面に発生するため、フレッシングを生じ振動及び騒音を発生し故障の原因となっていた。

三木プーリは、これを防ぐため円錐車の摺動部分を三つ割りにして弾性を与え、交互に生ずる荷重を吸収すると共に、軸よりわずかに径を小さく製作し、これを硬質クロームメッキを施した軸に圧入して摺動面に予圧を与え、前記正負荷重が摺動面においては、正荷重のみとなるようにした。

又円錐車の外径に比して摺動部の軸方向の長さを出来るだけ長くとり、摺動面にかかる荷重を少なくすると同時に、長い油溜溝を設けて摺動面の油膜が切れないように配慮してある。尚回転物のアンバランスを取除くため、円錐車は全部バランシングマシンにより丁寧にバランスを取り、グリスも粘着力があり、強い油膜がフレッシングを防ぎ劣化せず耐水性のあるポリループと名づけられたものを使用している。

表紙写真は、三木プーリ UB-160型で、Aベルト一本掛けで $1/2$ IP $\sim 3/4$ IP、変速比 1:6、Bベルト一本掛けで $3/4$ IP ~ 1 IP、変速比 1:3である。その他標準としては、L型 ($1/8$ IP ~ 3 IP、変速比 1:2 $\sim$ 1:6) H型 (3IP ~ 100 IP、変速比 1:2 $\sim$ 1:4) があり、特に製作機械の中に組み込みたい時は、T型、取付けスペースの小さい時には、バリダイヤプーリ P型が最適である。

株式会社 三木製作所

本社工場 川崎市今井南町461 Tel. (721)4702・(0447)6375(代)5005~6

営業所 大阪(771)0069・4939 名古屋(53)7295・5736 長崎(2)6409